Un transformador Dy5 de 50 Hz alimenta una instalación eléctrica formada por los siguientes consumidores (todos ellos trifásicos o repartidos igualmente entre las diferentes fases)

MOTOR ASINCRONO conectado en estrella, de potencia 27,5 kW, velocidad 1470 rpm, rendimiento a plena carga 91%; f.d.p. a plena carga 0,82 inductivo; tensión nominal 380 V.

BATERIA DE CONDENSADORES, para la corrección del f.d.p. del motor asíncrono, compuesta por tres condensadores de 65 microfaradios conectados en triángulo.

CARGA C1, compuesta por lámparas de incandescencia, de 220 V conectadas entre fase y neutro repartidas entre las diferentes fases, con un consumo total de 3kW, f.d.p. 1

CARGA C2, de 380 V, 20 kVA, f.d.p. 0,85 inductivo conectada en triángulo.

Los datos del transformador mencionado son:

TRANSFORMADOR Dy5, 75 kVA, 3000/400 V, tensión de cortocircuito porcentual 4%, resistencia de cortocircuito porcentual 2%, corriente de vacío en porcentaje sobre la corriente asignada del transformador 3%, f.d.p. en vacío 0,42.

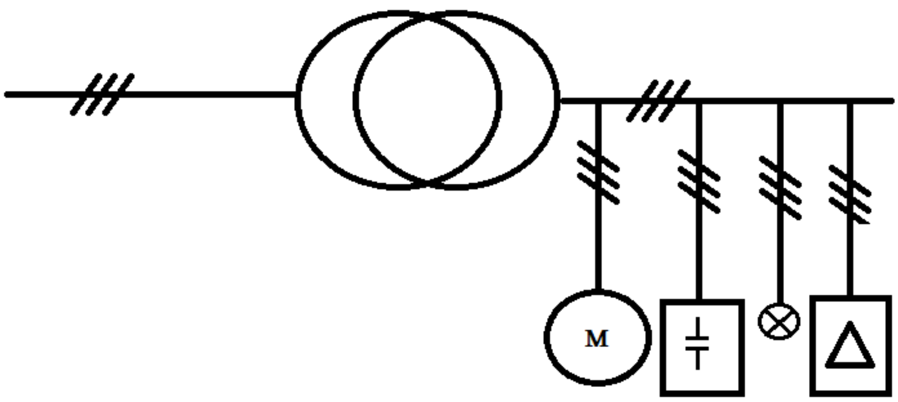
NOTA: Todos los datos anteriores son datos extraídos de catálogos de fabricantes

Con estos datos se pide calcular:

1) La caída de tensión en valor absoluto y en % cuando el transformador alimenta la totalidad de los consumidores mencionados

2) Factor de potencia que presenta el transformador en estas condiciones a la red de alimentación

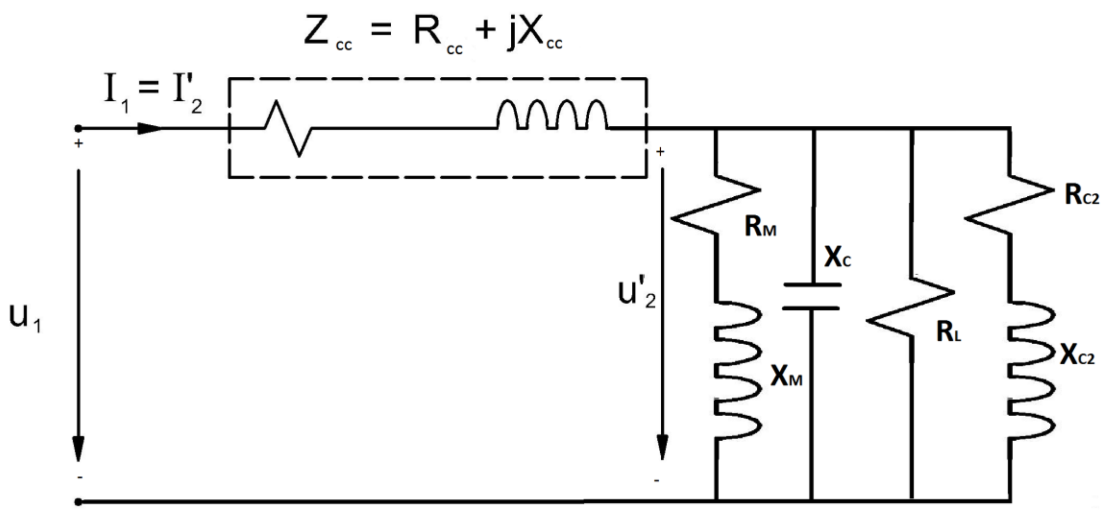
3) Rendimiento máximo del transformador y rendimiento en las condiciones de carga mencionadas.



NOTA: En la práctica industrial la caída de tensión se obtiene a través de fórmulas simplificadas. No obstante en este problema se hará mediante aplicación directa de la teoría de circuitos con el fin de practicar dicha materia.

SOLUCIÓN

CIRCUITO EQUIVALENTE DEL CONJUNTO



MOTOR

$$P_{abs} = \frac{P_{cedida}}{\eta_{pc}} = \frac{27500}{0{,}91} = 30{,}22\ kW$$

$$S_{abs} = \frac{P_{abs}}{\cos\varphi_{pc}} = \frac{30220}{0{,}82} = 36{,}854\ kVA$$

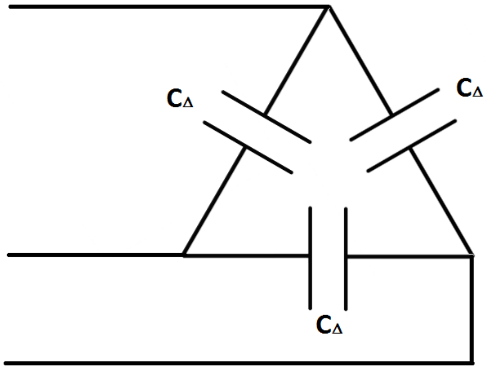
$$S_{abs} = \sqrt{3}U_L I_L = \sqrt{3}U_L \frac{\frac{U_L}{\sqrt{3}}}{Z_{mY}} = \frac{U_L^2}{Z_{mY}}$$

$$Z_{mY} = \frac{U_L^2}{S_{abs}} = \frac{380^2}{36854} = 3{,}918\ \Omega$$

$$\bar{Z}_{mY} = 3{,}918\ \Omega\angle \arccos 0{,}82 = 3{,}918\angle 34{,}92$$

CONDENSADORES

$$Z_{cond\Delta} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\cdot\pi\cdot 50\cdot 65\cdot 10^{-6}} = 48{,}97\ \Omega$$



$$Z_{condY} = \frac{Z_{cond\Delta}}{3} = 16{,}324\ \Omega$$
$$\bar{Z}_{condY} = -j16{,}324\ \Omega$$

LUMINARIAS

$$P_{C1} = 3\frac{U_{FN}^2}{R_{C1Y}} = \frac{U_L^2}{R_{C1Y}}$$
$$R_{C1Y} = \frac{U_L^2}{P_{C1}} = \frac{380^2}{3000} = 48{,}133\ \Omega$$
$$\bar{Z}_{C1Y} = 48{,}133\ \Omega$$

CARGA 21

$$S_{C2} = 3\frac{U_L^2}{Z_{C2\Delta}}$$
$$Z_{C2\Delta} = 3\frac{U_L^2}{S_{C2}} = 3\frac{380^2}{20000} = 21{,}66\ \Omega$$
$$Z_{C2Y} = \frac{U_L^2}{S_{C2}} = \frac{380^2}{20000} = 7{,}22\ \Omega$$
$$\bar{Z}_{C2Y} = 7{,}22\ \Omega\angle ar\cos 0{,}85$$

CONJUNTO DE 4 CARGAS EN PARALELO

Sustituimos las cuatro cargas en paralelo por una única carga que equivalga al conjunto de las cuatro

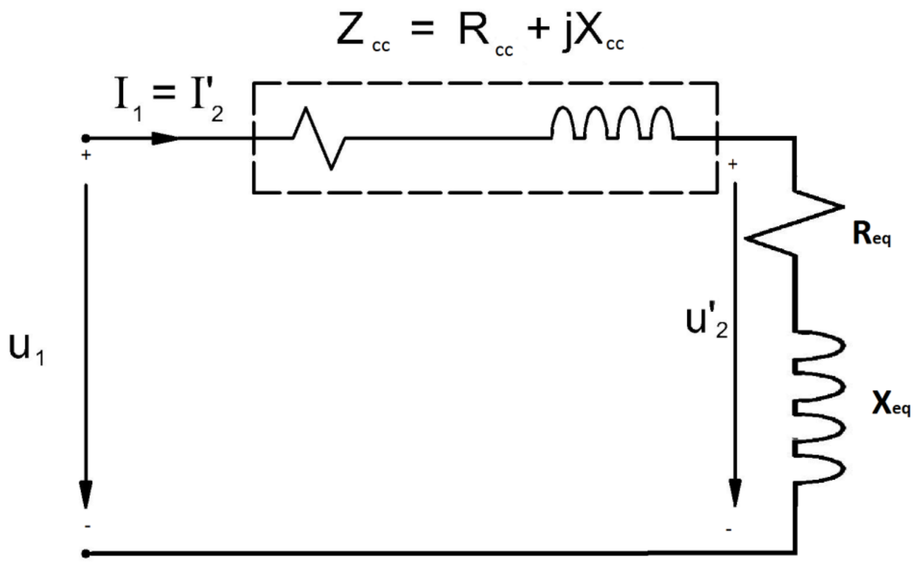
$$\frac{1}{Z_{eqY}} = \frac{1}{Z_{MY}} + \frac{1}{Z_{CY}} + \frac{1}{Z_{LY}} + \frac{1}{Z_{C2Y}}$$

$$\frac{1}{Z_{eqY}} = \frac{1}{3{,}918\angle 34{,}9} + \frac{1}{-j16{,}32} + \frac{1}{48{,}133} + \frac{1}{7{,}22\angle 36{,}87} = 0{,}348 - j0{,}158$$

$$Z_{eqY} = \frac{1}{0{,}348 - j0{,}158} = 2{,}619\ \Omega\angle 24{,}4$$

Pasamos la carga al primario del transformador

$$Z'_{eqY} = Z_{eqY} \cdot r_t^2 = 2{,}619\ \Omega\angle 24{,}4 \cdot \left(\frac{3000}{400}\right)^2 = 147{,}2\ \Omega\angle 24{,}4 = 134{,}06 + j60{,}81\ \Omega$$



IMPEDANCIA DEL TRANSFORMADOR

$$\varepsilon_{cc} = \frac{Z_{ccY} I_{1NL}}{U_{1NFN}^2} 100 = \frac{Z_{ccY} S_N}{U_{1NL}^2} 100$$

$$Z_{ccY} = \frac{\varepsilon_{cc} U_{1NL}^2}{S_N \cdot 100} = \frac{4 \cdot 3000^2}{75000 \cdot 100} = 4{,}8\ \Omega$$

$$R_{ccY} = \frac{\varepsilon_{Rcc} U_{1NL}^2}{S_N \cdot 100} = \frac{2 \cdot 3000^2}{75000 \cdot 100} = 2{,}4\ \Omega$$

$$X_{ccY} = \sqrt{Z_{ccY}^2 - R_{ccY}^2} = \sqrt{4{,}8^2 - 2{,}4^2} = 4{,}16\ \Omega$$

CORRIENTE SUMINISTRADA POR EL TRANSFORMADOR AL CONJUNTO DE CARGAS

$$\bar{I}'_{2L} = \frac{\bar{U}_{1NFN}}{\bar{Z}_{ccY} + \bar{Z}'_{eqY}} = \frac{\frac{3000}{\sqrt{3}}}{2{,}4 + j4{,}16 + 134{,}06 + j60{,}81} = \frac{\frac{3000}{\sqrt{3}}}{151{,}14\angle 25{,}46} = 11{,}46\ A\angle -25{,}46$$

1) Caída de tensión

$$\bar{U}'_{2FN} = \bar{U}_{1NFN} - \bar{I}'_{2L}\,\bar{Z}_{ccY} = \frac{3000}{\sqrt{3}} - 11{,}46\angle -25{,}46 \cdot (2{,}4 + j4{,}16) = 1687{,}05\ V\angle -1{,}06$$

La tensión de línea será

$$U'_{2L} = \sqrt{3} \cdot U'_{2FN} = 2922{,}05\,V$$

Referida al secundario

$$U_{2L} = U'_{2L}\left(\frac{400}{3000}\right) = 389{,}61\,V$$

La caída de tensión en valor absoluto es 10,39 V y en porcentaje

$$\Delta u(\%) = \frac{400 - 389{,}61}{400}100 = 2{,}60\ \%$$

2) Factor de potencia que presenta el transformador en estas condiciones a la red de alimentación

El factor de potencia es el coseno del ángulo de desfase entre U1 e I'2 cambiado de signo. De forma suficientemente precisa se puede decir que

$$\cos\varphi = \cos(+25{,}46) = 0{,}903$$

No obstante, con el fin de practicar los conceptos aprendidos en el estudio de Teoría de Circuitos, calcularemos de forma más precisa I_1 sumando a I'_2 la corriente de vacío I_0.

$$\bar{I}_{1L} = \bar{I}'_{2L} + \bar{I}_0$$

$$I_{1N} = \frac{S_N}{\sqrt{3} \cdot U_{1N}} = \frac{75000}{\sqrt{3} \cdot 3000} = 14{,}43\ A$$

$$I_0 = \frac{3}{100}14{,}43 = 0{,}43\ A$$

$$\bar{I}_0 = 0{,}43 \cdot 0{,}42 - j0{,}43 \cdot 0{,}91\ A = 0{,}18 - j0{,}39\ A$$

El signo menos en la expresión anterior proviene de que sabemos que el transformador en vacío tiene carácter inductivo, con lo que tomando como origen de fases la tensión, el argumento de la intensidad es negativo.

$$\bar{I}_{1L} = \bar{I}'_{2L} + \bar{I}_0 = 11{,}46\angle -25{,}46 + 0{,}18 - j0{,}39 = 10{,}53 - j5{,}32 = 12{,}03\ A\angle -26{,}81$$

De modo que el factor de potencia que se presenta a la red es algo menor a lo calculado anteriormente

$$\cos\varphi = \cos(+26{,}81) = 0{,}89$$

3) Rendimiento máximo del transformador y rendimiento en las condiciones de carga mencionadas.

$$\eta = \frac{k \cdot S_N \cos\varphi}{k \cdot S_N \cos\varphi + P_{Fe} + k^2 P_{cc}} 100$$

$$k = \frac{I'_{2L}}{I_{1NL}} = \frac{11{,}46}{14{,}43} = 0{,}794$$

$$P_{Fe} = S_0 \cos\varphi_0 = \sqrt{3} I_0 U_{1NL} \cos\varphi_0 = \sqrt{3}\frac{3}{100} I_{1NL} U_{1NL} \cos\varphi_0 = \frac{3}{100} S_N \cos\varphi_0$$

$$P_{Fe} = \frac{3}{100} S_N \cos\varphi_0 = \frac{3}{100} 75000 \cdot 0{,}42 = 945\, W$$

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{P_{cc}}{S_N} 100$$

$$P_{cc} = \frac{\varepsilon_{Rcc}}{100} S_N = \frac{2}{100} 75000 = 1500\, W$$

$$\eta = \frac{0{,}794 \cdot 75000 \cdot \cos(24{,}4)}{54.231 + 945 + 0{,}794^2 \cdot 1500} 100 = \frac{54.231}{56.122} 100 = 96{,}63\ \%$$

El grado de carga para el que se alcanza el rendimiento máximo es

$$k_{\eta\max} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}} = \sqrt{\frac{945}{1500}} = 79{,}4\%$$

El rendimiento a ese grado de carga se dará con factor de potencia 1 y vale

$$\eta_{\max} = \frac{k \cdot S_N}{k \cdot S_N + 2P_{Fe}} 100 = \frac{59529{,}40}{59529{,}40 + 2 \cdot 945} = 96{,}92\ \%$$