

Hoja 1, ejercicios de matrices y determinantes, curso 2010–2011.

1. Determine el orden de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 6 \\ -2 & 7 & 1 & 4 \end{pmatrix}, C = (3), D = (6 \ 2 \ -5 \ 8 \ 0).$$

2. Si es posible, determine, $A + B$, $A - B$, $4A$ y $A + 3B$.

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 10 \\ 12 & 8 \end{pmatrix}.$

b) $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -7 & 2 \\ 11 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 4 & 12 \\ 20 & 40 \end{pmatrix}.$

3. Encuentre X en las ecuaciones dadas.

a) $X = 3A - 2B$

c) $6X = 4A + 3B$

b) $3X + 2A = B$

d) $2A - 5B = 3X$

donde $A = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 1 & -5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}.$

4. Determine AB y BA , si es posible.

a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$

b) $A = (1 \ -1 \ 2 \ -2), B = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}.$

c) $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -7 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$

5. Determine la matriz transpuesta de las siguientes matrices y justifique que B es la inversa de A .

a) $A = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}.$

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 1 \\ 3 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$

6. Estudie si las siguientes matrices son no singulares, en caso afirmativo, halle su inversa por el método de Gauss.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 \\ -2 & -7 & 6 \\ 1 & 7 & -2 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ -2 & -7 & 6 \\ 1 & 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

7. Calcule la matriz inversa, por el método de los adjuntos, de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

8. Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Calcule A^{-1} y B^{-1} por el método de los adjuntos.
b) Determine la matriz inversa de AB .
c) Compruebe que $B^{-1}A^{-1} = (AB)^{-1}$.

9. Calcule el determinante de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

10. Halle todas las matrices $\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix}$ con $a, b, c \in \mathbb{R}$ que satisfacen la ecuación matricial $X^2 = 2X$.

(examen de los cursos 2005/06 y 2007/08, opción A).

11. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, obtenga todas las matrices B que conmuten con A , es decir, $AB = BA$.

(examen de los cursos 2008/09, opción B).

12. Sea $6A + 2I = B$ una expresión matricial donde $B = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

- a) ¿Qué dimensión tiene la matriz A ?
b) Determine A .
c) Calcule $A + 2I$.