Nuria Torrado Robles
Departamento de Estadística
Universidad Carlos III de Madrid

Hoja 5, ejercicios de cálculo diferencial, curso 2010–2011.

1. Calcular las siguientes derivadas:

a) $f'(1)$ siendo $f(x) = (x^2+1)^3$

b) $f'(1)$ siendo $f(x) = e^{x^2} - 1$

c) $f''(1)$ siendo $f(x) = \ln(x^2+1)$

d) $f''(1)$ siendo $f(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 - 1$

e) $f'''(0)$ siendo $f(x) = \dfrac{1+x}{1-x}$

f) $f'(1)$ siendo $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$

g) $f''(0)$ siendo $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x+2}$

h) $f''(0)$ siendo $f(x) = \dfrac{x^2}{x-a}$

2. Hallar el valor del parámetro real a sabiendo que la función $f(x) = 2x + ax^2 - 4\ln x$ tiene un extremo relativo en el punto de abscisa $x = 1$. Clasificar dicho extremo.

3. Dada la función $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$, se pide:
a) Determinar sus máximos y mínimos relativos.
b) Calcular sus puntos de inflexión.
c) Esbozar su gráfica.

(Junio 2001, opción B)

4. La gráfica de la función $f(x) = ax^3 + bx + c$ satisface las siguientes propiedades:
- Pasa por el punto $(0, 0)$.
- Tiene mínimo local en $(1, -1)$.

Se pide:
a) Obtener el valor de los coeficientes a, b y c.
b) Hallar el área de la región plana acotada limitada por la gráfica de $g(x) = x^3 - 4x$, el eje de abscisas y las rectas $x = 3$ y $x = 4$.
(Modelo 2001, opción B)

5. Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 24 & \text{si} \quad x \le -3 \\ x^2 + 9 & \text{si} \quad -3 < x \le 2 \\ -x + 15 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

Se pide:
a) Representar graficamente la función $f(x)$.
b) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$.
c) Calcular el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de $f(x)$ y el eje OX.
(Septiembre 2009, opción A)