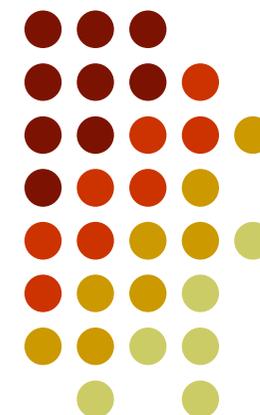
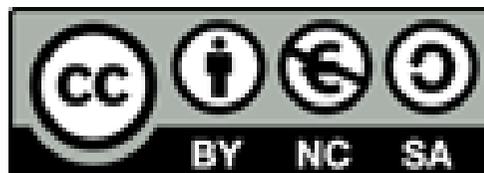


Tema 5- El modelo de valoración de activos CAPM

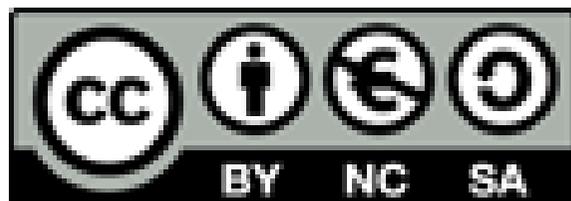
*Material realizado por J. David Moreno y María Gutiérrez
Universidad Carlos III de Madrid
Asignatura: Economía Financiera*





Advertencia

- Este material esta bajo la **Licencia Creative Commons BY-NC-SA.**



- Por tanto, el material puede ser utilizado siempre que se cite esta fuente como fuente original.

Tema 5- El modelo de valoración de activos CAPM

- Esquema del Tema



1. EL MODELO DE VALORACIÓN DE ACTIVOS EN EQUILIBRIO (CAPM)

- 1. Supuestos y origen del modelo**
- 2. La CML (Línea del mercado de capitales)**
- 3. La SML (Línea de mercado de títulos)**
- 4. La beta**
- 5. La beta de una cartera**



1- Supuestos y origen del CAPM

- El CAPM (Capital Asset Pricing Model) es una pieza central de las finanzas modernas aunque fue desarrollado hace casi medio siglo.
- El CAPM es desarrollado por William Sharpe (1962). Premiado con el Nobel por ello.
- Es un modelo basado en que el mercado de capitales está en equilibrio
 - *Por tanto, Oferta=Demanda.*
- El CAPM es un modelo que parte del modelo media-varianza de Markowitz estudiado en el tema anterior.



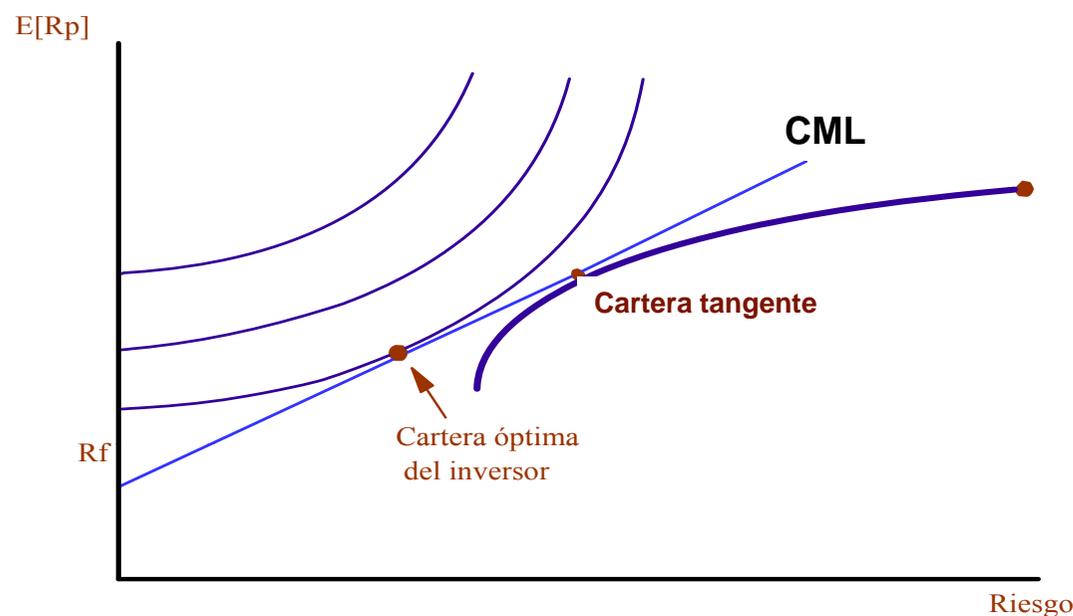
1- Supuestos y origen del CAPM

- Debemos entender que el CAPM es un modelo teórico y necesita de unos supuestos para poder desarrollarlo:
 - a) Es un modelo estático, ya que los agentes solo miran al próximo periodo (1 trimestre, 1 año, etc.)
 - b) Mercado perfectamente competitivo. Existe una gran cantidad de inversores (cada uno con una función de utilidad y una dotación de riqueza inicial). Además, los inversores son precio-aceptantes.
 - c) La oferta de los activos financieros con riesgo está dada exógenamente, y estos son perfectamente divisibles.
 - d) El tipo de interés al que se remuneran los fondos es igual que el que se paga por disponer de capitales ajenos.
 - e) No existen costes de transacción, ni impuestos.
 - f) Todos los Inversores optimizadores en sentido Markowitz (solo les interesa la media-varianza).
 - g) Todo inversor posee igual información e igual datos, y por tanto, sus expectativas de rentabilidad y riesgo para cada activo son idénticas.



2- La CML (Línea del mercado de capitales)

- Dado que todos los inversores poseen igual información y siguen el modelo Media-Varianza, todos los inversores mantiene como cartera con riesgo la cartera tangente (T).
- La diferencia entre inversores está en la proporción de su cartera que invierten en esa cartera tangente y en el activo libre de riesgo.





2- La CML (Línea del mercado de capitales)

■ LA CARTERA DE MERCADO COINCIDE CON LA CARTERA TANGENTE.

- Dados los supuestos anteriores, es fácil entender que la composición de la cartera de mercado coincidirá con la de la cartera tangente.
- **¿Qué es la cartera de mercado?**
 - Se puede definir como aquella cartera compuesta por todos los activos con riesgo de la economía.
 - Si agregamos todas las carteras con riesgo de todos los agentes de la economía, esta es la cartera de mercado (**Cartera "M"**)
 - La proporción de un activo "j" en la cartera de mercado será igual al valor total de ese activo "j" en la economía partido del valor total de todos los activos con riesgo de la economía.

$$W_j = \frac{\text{Valor del activo "j"}}{\text{Valor de toda la cartera de mercado}} = \frac{n_j P_j^*}{\sum_{i=1}^N n_i P_i^*}$$

P* representa precios de equilibrio, tal que O = D.

2- La CML (Línea del mercado de capitales)

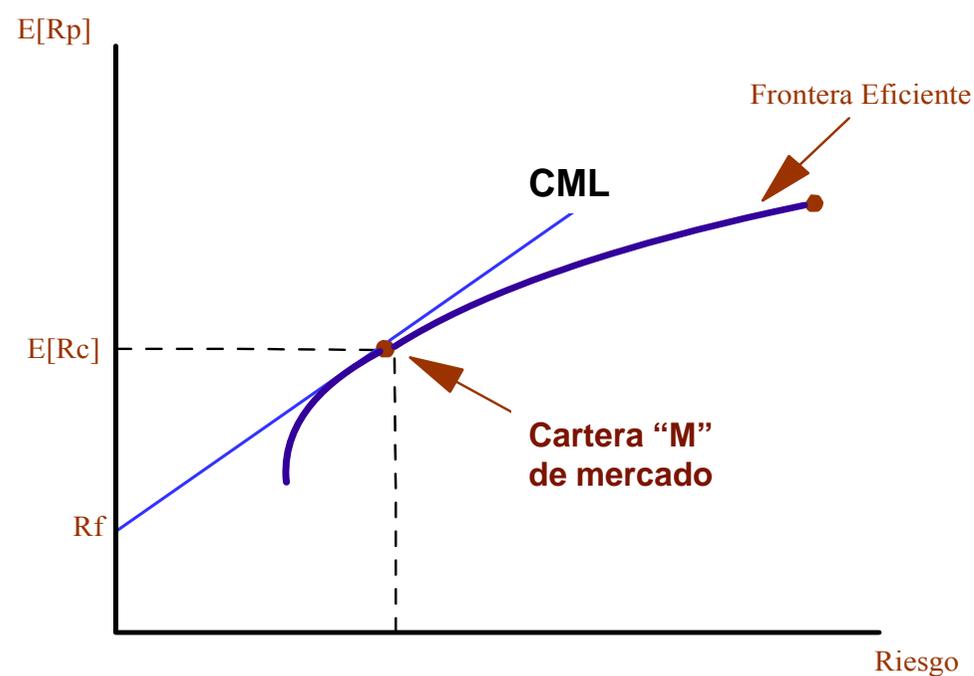


- Dado que todos los agentes mantienen como activo con riesgo la cartera tangente (obtenida del modelo media-varianza) y que el CAPM es un modelo en equilibrio (Exceso de Oferta =0), entonces, necesariamente el peso de un activo en la cartera tangente será igual al peso de ese activo en la cartera de mercado.
- **EJEMPLO:** Suponer que el peso de las acciones de TELEFONICA en la cartera tangente es del 23%. Esto significa que todos los agentes mantienen un 23% de la riqueza invertida en activos con riesgo en acciones de TELEFONICA. Por tanto, si la cartera de mercado es la agregación de todas las carteras de los agentes de la economía, en esta cartera de mercado las acciones de TELEFONICA representarán también el 23%.
- E igual ocurre con todos los activos.



2- La CML (Línea del mercado de capitales)

- Así podemos sustituir la cartera tangente por la cartera de mercado en el gráfico utilizado en el modelo media varianza.





3- La SML (Línea del mercado de títulos)

- En el CAPM dado que todos los agentes poseen carteras bien diversificadas, van a exigir una prima en función del riesgo sistemático de cada activo, y no del riesgo específico.
- Como el riesgo sistemático vimos que se iba a medir por la beta, entonces, la rentabilidad exigida será función de la beta.
- Como veremos en la siguiente demostración formal, la ecuación fundamental del CAPM nos dice que la prima de riesgo de un activo individual será función de:
 - La Prima de riesgo esperada del mercado
 - El riesgo sistemático de ese activo (su beta)



3- La SML (Línea del mercado de títulos)

- Por tanto:

$$E[r_i] = r_f + \beta_i (E[r_M] - r_f)$$

$$E[R_i] = \beta_i (E[r_M] - r_f)$$

- En este tema vamos a representar en mayúsculas las primas de riesgo, así:
 - $r_M - r_f = R_M \rightarrow$ Prima de riesgo del mercado
 - $R_i - r_f = R_i \rightarrow$ Prima de riesgo del activo “i”



3- La SML (Línea del mercado de títulos)

- **Ejemplo:** Suponga que se cumplen todos los supuestos del modelo CAPM, y deseamos conocer la rentabilidad esperada de las acciones de AMADEUS sabiendo que la rentabilidad esperada del mercado para el próximo año es del 11.5%, la rentabilidad ofrecida por las letras del tesoro a un año es del 3.5%, y la beta de las acciones de AMADEUS es del 1.8.
 1. ¿Será la rentabilidad esperada mayor que la del mercado?
 2. Determine la rentabilidad esperada de las acciones de AMADEUS

- **Respuesta:**

$$E[R_{Amadeus}] = r_f + \beta(R_M - r_f) = 0.035 + 1.8(0.115 - 0.035) = 17.90$$



3- La SML (Línea del mercado de títulos)

■ Derivación de la relación fundamental del CAPM:

- Suponer que formamos una cartera compuesta por una proporción “ $(1-a)$ ” de la cartera tangente o de mercado, y una proporción “ a ” en un activo “ i ” individual.
- Por tanto, la rentabilidad y riesgo de esta cartera que denominamos “ C ” son:

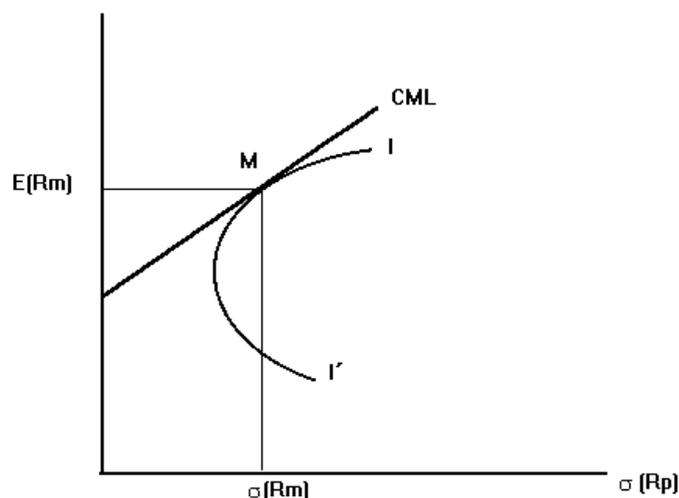
$$E[r_C] = (1-a)E[r_M] + aE[r_i]$$

$$\sigma_{r_C} = \left[(1-a)^2 \sigma_M^2 + a^2 \sigma_i^2 + 2a(1-a)\sigma_{i,M} \right]^{1/2}$$

- Las carteras que podemos formar variando los pesos “ a ” se representan en la curva I_1 a I_2 en el siguiente gráfico.



3- La SML (Línea del mercado de títulos)



La curva interior (I_1, I_2) será tangente a la CML en el punto M (donde $a=0$)

En ese punto las pendientes de la curva I_1, I_2 y la CML serán iguales

- Para calcular la pendiente en el interior de la curva en el punto M necesitamos calcular:

$$\frac{\partial E[r_C]}{\partial a} = E[r_i] - E[r_M]$$

$$\frac{\partial \sigma(r_C)}{\partial a} = \frac{1}{2} \left[(1-a)^2 \sigma_M^2 + a^2 \sigma_i^2 + 2a(1-a) \sigma_{i,M} \right]^{-1/2} \left[2a\sigma_M^2 - 2\sigma_M^2 + 2a\sigma_i^2 + 2\sigma_{i,M} - 4a\sigma_{i,M} \right]$$



3- La SML (Línea del mercado de títulos)

- Para calcular la pendiente en M debemos valorar las derivadas cuando $a=0$.

$$\left. \frac{\partial E[r_c]}{\partial a} \right|_{a=0} = E[r_i] - E[r_M]$$

$$\left. \frac{\partial \sigma(r_c)}{\partial a} \right|_{a=0} = \frac{1}{2} [\sigma_M^2]^{-1/2} [-2\sigma_M^2 + 2\sigma_{i,M}] = \frac{\sigma_{i,M} - \sigma_M^2}{\sigma_M}$$

- La pendiente de la curva $I_1 I_2$ evaluada en M será:

$$\left. \frac{\frac{\partial E[r_c]}{\partial a}}{\partial \sigma(r_c)} \right|_{a=0} = \frac{E[r_i] - E[r_M]}{\frac{\sigma_{i,M} - \sigma_M^2}{\sigma_M}}$$

- Ahora igualamos la pendiente en la curva interior calculada con la pendiente de la CML en el punto M (calculada en tema anterior):

$$\frac{E[r_M] - r_f}{\sigma_M} = \frac{E[r_i] - E[r_M]}{\frac{\sigma_{i,M} - \sigma_M^2}{\sigma_M}}$$



3- La SML (Línea del mercado de títulos)

- Ahora reordenamos términos y despejamos $E[r_i]$

$$E[r_i] - E[r_M] = (E[r_M] - r_f) \frac{\sigma_{i,M} - \sigma_M^2}{\sigma_M^2} \quad \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Sabido que:} \\ \beta_i = \frac{\sigma_{i,M}}{\sigma_M^2} \end{array} \right.$$

$$E[r_i] = E[r_M] + (E[r_M] - r_f)(\beta_i - 1)$$

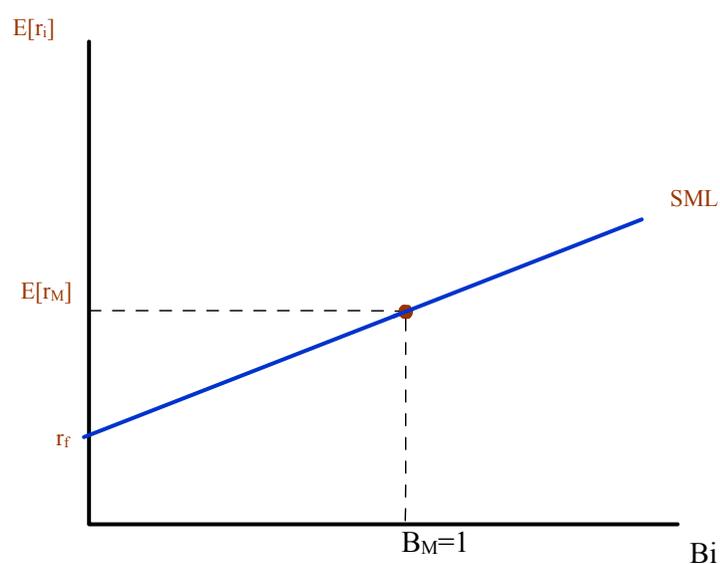
$$E[r_i] = r_f + \beta_i(E[r_M] - r_f)$$

- **Finalmente encontramos la expresión básica del CAPM.**
 - Ahora podemos representar gráficamente la rentabilidad exigida (en equilibrio) a cada activo en función de su riesgo sistemático. \Rightarrow **SML (Línea del Mercado de Activos)**



3- La SML (Línea del mercado de títulos)

- A la recta que representa la relación entre rentabilidad esperada de todos los activos en función de su riesgo sistemático se le conoce como **Línea del Mercado de activos (SML)**



¿Puede algún activo situarse fuera de la SML?



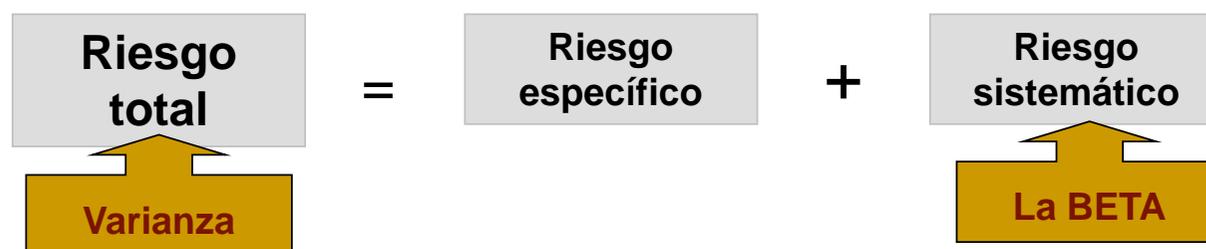
Pendiente de SML = prima del mercado



4- La Beta

■ La BETA:

■ En el tema anterior hemos estudiado:



- La Beta nos mide la contribución de un activo al riesgo de una cartera bien diversificada o a la cartera de mercado.
- La Beta nos indica la sensibilidad de la rentabilidad en exceso de un activo individual “i” ante movimientos de la rentabilidad del mercado.

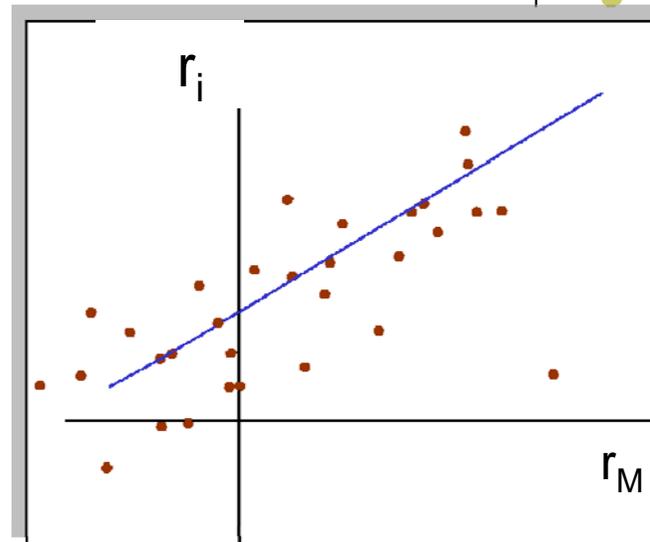




4- La Beta

- La beta se puede calcular a través de una regresión entre la rentabilidad en exceso del activo y del mercado.

$$r_{i,t} = \alpha + \beta r_{m,t} + \varepsilon_{i,t}$$



- Por tanto,

$$\beta = \frac{Cov(r_i, r_m)}{\sigma_{r_m}^2}$$



4- La Beta

- **Ejemplo:** Determine la beta y la rentabilidad esperada de las acciones de la empresa TELEFON sabiendo que la covarianza entre los rendimientos de la empresa y del IGBM es de 0.0099, la desviación típica de la empresa es del 17%, y la desviación típica del índice de mercado (IGBM) es del 24%. Además sabemos que la rentabilidad de las letras del tesoro es del 4.5%, y la prima de riesgo esperada del mercado del 8%.

- **Solución:**

$$\beta = \frac{0.0099}{(0.24^2)} = 0.1719$$

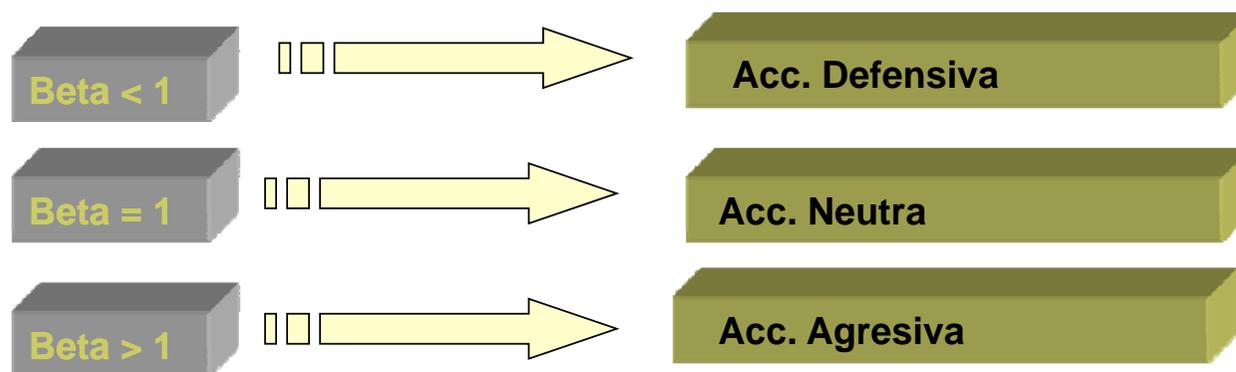
$$E[R_{TELEFON}] = 0.045 + 0.1719(0.08) = 5.87\%$$

20



4- La Beta

- Así podemos distinguir entre diferentes tipos acciones por su beta:



- Pregunta de clase:**

- ¿Cuál es la Beta del mercado?
 - $B_M=1$
- ¿Cuál es la Beta del activo libre de riesgo?
 - $B_{rf}=0$



5- La Beta de una cartera

■ LA BETA DE UNA CARTERA:

- Dado que la beta mide el riesgo no diversificable, la beta de una cartera es simplemente **la suma betas de cada activo ponderadas por el peso de cada activo en la cartera.**

Con 2 activos

$$\beta_p = w_1\beta_1 + w_2\beta_2$$

Con N activos

$$\beta_p = \sum_{i=1}^N w_i\beta_i$$



5- La Beta de una cartera

- **Ejemplo:** Suponer que la cartera de un FIM está formada únicamente por tres activos con riesgo con las siguientes características:
 - El primero tiene una beta de 0.05, y está representado en la cartera en una proporción del 20%.
 - El segundo tiene una beta de 1.02, y la proporción de este activo en la cartera es del 35%.
 - El tercero posee una covarianza con el mercado de 0.0399.
- Sabiendo que la desviación típica del mercado es del 19%, calcule la beta de la cartera del fondo de inversión.



5- La Beta de una cartera

■ Solución:

$$\beta_p = w_1\beta_1 + w_2\beta_2 + w_3\beta_3 = 0.2 * 0.05 + 0.35 * 1.02 + \beta_3 * (1 - 0.2 - 0.035)$$

Necesitamos calcular la Beta del activo 3

$$\beta_3 = \frac{Cov(R_3, R_m)}{\sigma_m^2} = \frac{0.0399}{(0.19)^2} = 1.105$$

$$\beta_p = (0.2 * 0.05) + (0.35 * 1.02) + (0.45 * \beta_3) = 0.864$$

BIBLIOGRAFÍA



- Brealey, R.A. y Myers, S.C. (2003). *Principios de Finanzas Corporativas*. McGraw Hill
 - Parte II: Capítulo 8

- Suárez Suárez, Andrés S. (2005). *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*. Ediciones Piramide.
 - Capítulos 32, 33 y 34.

- Brigham E.F. y Daves, P. R. (2002). *International Financial Mangement*. South-Western.
 - Capítulo 2 y 3.

- Grinblatt, M. y Titman, S. (2002). *Mercados Financieros y Estrategia Empresarial*. McGraw Hill
 - Capítulo 5.



DIRECCIONES ÚTILES DE INTERNET

- BANCO DE ESPAÑA:
 - <http://www.bde.es>
- DIRECCIÓN GENERAL DEL TESORO:
 - <http://www.tesoro.es>
- MERCADO AIAF:
 - <http://www.aiaf.es>
- BOLSA DE MADRID
 - <http://www.bolsamadrid.es>
- INVERCO
 - <http://www.inverco.es>