Juan Pablo Rincón Zapatero
Francisco Marhuenda Hurtado

Lógica

Lenguaje, cálculo proposicional, teoría deductiva, simbolización de proposiciones

En todos los ejercicios de lógica se denotan las proposiciones con letras mayúsculas (P,Q,R...) y los conectivos lógicos según la siguiente lista

-Para la "y" se utiliza el símbolo $\wedge$.

-Para la "o" se utiliza el símbolo $\vee$.

-Para el "no" se utiliza el símbolo $\neg$.

-Para el "si, ... entonces ..." se utiliza el símbolo $\Longrightarrow$

-Para el "si y sólo si" se utiliza el símbolo $\Longleftrightarrow$.

1.Simbolizar las proposiciones siguientes, utilizando los símbolos correspondientes a cada término de enlace. Indicar las proposiciones simples sustituidas por cada letra mayúscula.

En el hemisferio sur, julio no es un mes de verano.

Si dos pulsaciones se atraviesan, continúan conservando la forma original.

O Jaime no es puntual o Tomás llega tarde.

Ni Antonio ni Ana estudian en la Universidad.

O Pedro es presidente y Juan es tesorero, o Jaime es tesorero.

Si este cuadro es negro entonces aquel cuadro es rojo y su rey está sobre el cuadro rojo.

A la vez si este cuadro es negro entonces aquel cuadro es rojo y su rey está sobre el cuadro rojo.

Patinaremos si y sólo si el hielo no es demasiado delgado.

2. Si P , Q , R , S designan las proposiciones:

P: Juan viajó en el avión de las 8 a.m.

Q: Pedro llegó a tiempo al aeropuerto.

R: El proyecto se expuso ante la junta directiva.

S: El vuelo se retrasó

expresar en el lenguaje ordinario las siguientes proposiciones:

- $P \wedge ((Q \Longrightarrow R) \vee S)$
- $(P \wedge ((Q \Longrightarrow R)) \vee S$
- $(P \wedge Q) \Longrightarrow (R \vee S)$
- $((P \wedge Q) \Longrightarrow R) \vee S$

Analizar cuáles de ellas tienen el mismo significado.

4.Discutir si

$$\mathbf{P \vee (Q \Rightarrow R)}$$

tiene el mismo significado que

$$(P \vee Q) \Rightarrow R$$

6. Sean *P, Q, R* y *S proposiciones*. Si se sabe únicamente que *P* es verdadero, ¿qué puede afirmarse del valor de verdad de cada una de las otras proposiciones ?

$P \wedge Q$	$R \Rightarrow P$	$S \Rightarrow \neg P$
$R \vee P$	$P \Rightarrow Q$	$R \Rightarrow (S \Rightarrow P)$
$R \wedge \neg P$	$P \Rightarrow P \vee S$	$P \vee S \Rightarrow Q \wedge \neg P$
$S \vee \neg P$	$\neg P \Rightarrow Q \wedge R$	$Q \wedge \neg P \Rightarrow R \wedge Q$

7. Sean *P, Q* y *R* fórmulas, entonces:

- Si $R \vee P \Longrightarrow Q \wedge P$ es falsa y *P* es falsa; ¿Qué puede afirmarse de *R* y de *Q* ?
- Si $Q \Longrightarrow Q \wedge P$ es verdadera y *P* es falsa; ¿Qué puede afirmarse de *Q* ?
- Si $R \wedge P \Longrightarrow Q \wedge P$ es falsa; ¿Qué puede afirmarse de *P, Q* y *R* ?
- Si $(R \vee Q) \Longrightarrow (Q \wedge P) \vee R$ es falsa; ¿Qué puede afirmarse de *P, Q* y *R* ?

- Si $(P \Longrightarrow Q) \Longrightarrow (R \vee P \Longrightarrow R \vee Q)$ es verdadera; ¿Qué puede afirmarse de *P, Q* y *R* ?

8. Considerando $P \Rightarrow Q$ como implicación directa, están asociadas las siguientes implicaciones:

$Q \Rightarrow P$ llamada ***implicación recíproca*** .

$noQ \Rightarrow noP$ llamada ***implicación contrarrecíproca*** .

$boP \Rightarrow noQ$ llamada ***implicación contraria*** .

8.1Para cada enunciado escriba su recíproco, contrario y su contrarrecíproco.

- Si una figura plana es un cuadrado, entonces es un rombo.
- Si una figura plana es un cuadrado, entonces es un rectángulo.
- Si una figura plana es un rectángulo, entonces es un paralelogramo.
- Si una figura plana es un rombo, entonces sus diagonales son perpendiculares.
- Si un triángulo tiene dos ángulos iguales, entonces es isósceles.
- Si una función es derivable en un punto, entonces es continua en dicho punto.
- Si un triángulo es equilátero, entonces, es isósceles.
- Si un triángulo es rectángulo, entonces, tiene dos ángulos agudos.
- Si dos rectas distintas son paralelas, entonces, su intersección es el conjunto vacío.

8.2 ¿Con relación al apartado anterior, que puede observarse sobre el valor de verdad de los respectivos recíproco, contrario y contrarrecíproco respecto de la implicación principal?

9. Las reglas de inferencia son reglas que nos sirven para probar que a partir de unas premisas dadas es posible hacer la demostración para una conclusión específica. A continuación destacamos las reglas de mayor utilización en las demostraciones matemáticas. Razonar sobre su corrección

Transitividad en la implicación o silogismo hipotético

$$\begin{array}{ll} P \Rightarrow Q & \\ Q \Rightarrow R & \text{Premisas} \\ \hline P \Rightarrow R & \text{Conclusión} \end{array}$$

Inferencia conjuntiva o conjunción

$$\begin{array}{ll} P & \\ Q & \text{Premisas} \\ \hline P \text{ y } Q & \text{Conclusión} \end{array}$$

Simplificación en la conjunción

$$\begin{array}{ll} P \text{ y } Q & \text{Premisa} \\ \hline P & \text{Conclusión} \\ Q & \text{Conclusión} \end{array}$$

Modus tollendo ponens

$$\begin{array}{ll} P \text{ ó } Q & \\ \text{no } P & \text{Premisas} \\ \hline Q & \text{Conclusión} \end{array}$$

Modus tollendo tollens

$$\begin{array}{ll} P \Rightarrow Q & \\ \text{no } Q & \text{Premisas} \\ \hline \text{no } P & \text{Conclusión} \end{array}$$

Método de casos o silogismo disyuntivo

$P \Rightarrow Q$		Caso particular:	$P \Rightarrow Q$	
$R \Rightarrow S$			$R \Rightarrow Q$	
P ó R	Premisas		P ó R	Premisas
Q ó S	Conclusión		Q	Conclusión

Adjunción

P	Premisas
P ó Q	Conclusión

Q es cualquier proposición sin importar su valor de verdad.

10. En cada uno de los problemas siguientes, tradúzcase a la forma simbólica y empleando las reglas de inferencia y de validez, establézcase para cada argumento si es o no válido. Intente inicialmente analizar el razonamiento sin recurrir a la representación simbólica.

10.1 Si llueve, entonces iré al cine. Llueve. Luego, iré al cine.

10.2 Si llueve, entonces iré al cine. No llueve. Luego, no iré al cine.

10.3 Si me caigo de la bicicleta, me golpearé. Estoy golpeado; luego, me caí de la bicicleta.

10.4 Si voy al colegio pasaré por la biblioteca. Si paso por la biblioteca consultaré el diccionario de sinónimos. Voy al colegio; luego, consulté el diccionario de sinónimos.

10.5 Para que valga la pena tomarlo, es suficiente que sea un excelente curso. O las calificaciones son justas o no vale la pena tomar el curso. Las calificaciones no son justas. Luego, no es un excelente curso.

10.6 Para que el candidato llegue a la presidencia es necesario que gane las elecciones en el departamento. El ganará las elecciones en el departamento únicamente si defiende los derechos civiles. El no defenderá los derechos civiles. Por tanto, el candidato no llegará a la presidencia.

10.7 Si los precios son bajos, entonces los salarios son bajos. Los precios son bajos o no hay control de precios. Si no hay control de precios, entonces hay inflación. No hay inflación; por tanto los salarios son bajos.

10.8 La lógica es fácil o les gusta a los estudiantes. Si las matemáticas son difíciles entonces la lógica no es fácil. Por tanto, si a los estudiantes no les gusta la lógica, las matemáticas no son difíciles.

10.9 Si no me motilo, entonces me quedaré en casa. Voy al cine. Por tanto, me motilé.

10.10 Si trabajo, entonces no estudio. Estudio o repruebo el curso de matemáticas. Aprobé el curso de matemáticas; luego, trabajo.

10. Dadas las siguientes reglas de inferencia**:**

1: toda palabra puede duplicarse.

2: Elimine tt de la palabra, siempre y cuando no se elimine la cadena totalmente.

3: La cadena ‘sss' puede sustituirse por ‘t' en cualquier palabra.

4: Añada ‘t' a la derecha de la palabra actual si la última letra es ‘s'.

5: Estas son las únicas reglas de inferencia en z.

a) Indicar si alguna de las palabras de la lista deriva de sstts indicando las reglas utilizadas

i)t ii)tt iii) iv)tttt v)s

b) Demostrar que tst se deriva de s.

c) Demostrar que ttst se deriva de s.

11. La siguiente es una lista de equivalencias fundamentales. Discutir su corrección

1. **a**. $P \Leftrightarrow P$ **b**. $P \Leftrightarrow$ no no P

c. P y $P \Leftrightarrow P$ **d**. P ó $P \Leftrightarrow P$

2. $(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\text{no } Q \Rightarrow \text{no } P)$ Ley del contrarrecíproco.

3. **a**. P ó $Q \Leftrightarrow Q$ ó P

b. P y $Q \Leftrightarrow Q$ y P Leyes conmutativas.

4. **a**. P ó $(Q$ ó $R) \Leftrightarrow (P$ ó $Q)$ ó R Leyes asociativas.

b. P y $(Q$ y $R) \Leftrightarrow (P$ y $Q)$ y R

5. **a.** no (P ó Q) $\Leftrightarrow$ no P y no Q **Leyes de Morgan.**

b. no (P y Q) $\Leftrightarrow$ no P ó no Q

c. no (P $\Rightarrow$ Q) $\Leftrightarrow$ P y no Q

6. **a.** P y (Q ó R) $\Leftrightarrow$ (P y Q) ó (P y R) **Leyes distributivas.**

b. P ó (Q y R) $\Leftrightarrow$ (P ó Q) y (P ó R)

7. (P $\Leftrightarrow$ Q) $\Leftrightarrow$ (no P $\Leftrightarrow$ no Q) **Negación en la equivalencia.**

12. Considera el problema de demostrar que: "Si x es un número real, entonces el valor máximo de $-x^2+2x+1$es ≥ 2". ¿Cuál de las siguientes preguntas la más adecuada y porqué?

2.1 ¿Cómo puedo demostrar que el máximo valor de una parábola es $\geq$ que un número?

2.2 ¿Cómo puedo demostrar que un número es $\leq$que el máximo valor de un polinomio?

2.3 ¿Cómo puedo demostrar que el máximo valor de la función $-x^2+2x+1$es $\geq$que un número?

2.4 ¿Cómo puedo demostrar que un número es $\leq$ que el máximo de una función cuadrática?

13. Sean: $R=\{x \in R/x^2-x>=0\}$, $S=\{x \in R/-(x-1)(x-3)>=0\}$, $T=\{x \in R/x>=1\}$

Considera el problema de demostrar que "R intersección S es un subconjunto de T". Cuál de las siguientes preguntas es la más adecuada y por qué?. Explica lo que no es correcto en las otras preguntas.

13.1 ¿Cómo puedo demostrar que un conjunto es un subconjunto de otro conjunto?

13.2 ¿Cómo puedo demostrar que $R \frown S$ es un subconjunto de *T*?

13.3 ¿Cómo puedo demostrar que todo punto en $R \frown S$ es >= que 1?

13.4 ¿Cómo puedo demostrar que la intersección de dos conjuntos tienen un punto común con otro conjunto?

14. Sean las siguientes proposiciones:

Para todo x, si x es hombre entonces x es mortal.

Existe un x, tal que x es hombre y x es sabio.

Otros giros utilizados para la expresión "para todo x" son:

Todo x

cualquiera x

cada x

que se simbolizan por "$\forall x$" y se llama ***cuantificador universal***.

Otros giros utilizados para la expresión 'Existe un x" son:

Hay x

Existe x, tal que

Algún x

Algunos x

que se simbolizan por "$\exists x$" y se llama ***cuantificador existencial***

. Simbolizar los siguientes enunciados:

14.1 Todo es perecedero.

14.2 Hay marcianos.

14.3 Alguien no es perfecto.

14.4 No hay cosas sólidas.

14.5 Si todo es rojo, hay algo rojo.

14.6 Nada se mueve.

14.7 No todo es perecedero.

14.8 Nada es perecedero

Juan Pablo Rincón Zapatero
Francisco Marhuenda Hurtado

Teoría de conjuntos

Introducción, partes de un conjunto, conjuntos finitos, infinitos, definición de un conjunto: por comprensión, por extensión, álgebra de conjuntos

1. Sean A , B , C los conjuntos: A={{2,3},{2,4,6},{8,9}}, B={1,2,3,4,8,6,9},

C={{1},{2},{3},{4},{6},{8},{9}}.

- Es $A = B$ ó $B = C$ ó $A = C$? .

- Para cada una de las proposiciones siguientes indicar si es verdadera o falsa, justificando su afirmación.

$\{1,3\} \in A$, $\{1,3\} \subset B$, $\{\{1\},\{2\}\} \subset B$

$\{1,3\} \subset A$, $\{1,3\} \in B$, $\{\{1\},\{2\}\} \subset C$

$\{1,3\} \in B$, $\{1,3\} \subset C$, $\{\{1\},\{2\}\} \subset A$

2. Para cada conjunto X del ejercicio anterior calcular *P(X)* (conjunto de las partes de X) y comprobar que su cardinalidad sigue la formula $card(P(X)) = 2^{card(X)}$

3**.** Dados los conjuntos siguientes:

A: Conjunto de rectas determinadas por tres puntos distintos y no colineales.

B : Conjunto de semirrectas determinadas por tres puntos distintos y colineales.

C: Conjunto de segmentos determinados por tres puntos distintos y colineales.

D: Conjunto de rectas en un plano que pasan por un punto dado.

E: Conjunto de rectas paralelas a una recta dada, por un punto exterior a esta.

F: Conjunto de rectas perpendiculares a una recta dada, levantadas por un punto de esta y en un mismo plano.

G: Conjunto de números naturales pares.

- Qué puede afirmarse sobre el número de elementos de cada conjunto?

4**.** Sean

Juan Pablo Rincón Zapatero
Francisco Marhuenda Hurtado

A: El conjunto de números de dos cifras, tales que la primera cifra es mayor que la segunda.

B: El conjunto de números de dos cifras, tales que la primera cifra es menor que la segunda.

Representar los conjuntos A y B por comprensión.

5. Sea $C = \{x \in R / x = 10a + b;\ \ a, b \in N;\ \ a < 8;\ \ b < 9;\ \ a = b\}$.

Representar el conjunto C por extensión.

6. Dados los conjuntos siguientes:

A: Conjunto de números de cuatro cifras donde al menos dos de ellas son ceros .

B: Conjunto de números de cuatro cifras donde al menos una de ellas es cero .

C: Conjunto de números de cuatro cifras donde a lo sumo dos de ellas son ceros .

D: Conjunto de números de cuatro cifras donde dos son ceros y las otras dos son diferentes de cero .

Indicar todas las posibles relaciones de inclusión entre los conjuntos anotados

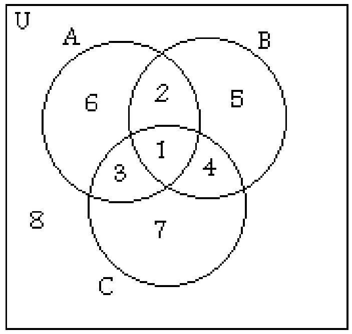
7. Siendo *A, B, C* los conjuntos que aparecen representados en el grafico

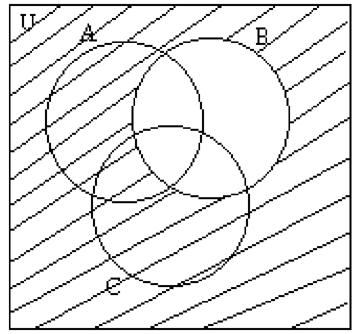
determinar $(A - B) \frown C$

determinar a que conjunto corresponden la zona rallada y sin rallar del diagrama de la derecha

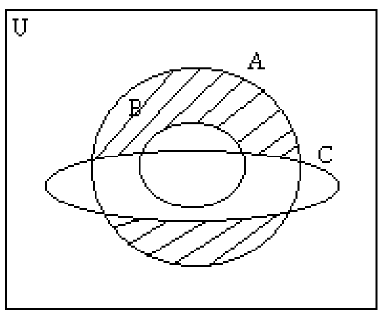
determinar a que conjunto corresponden cada una de las regiones señaladas con un símbolo en la imagen de la izquierda

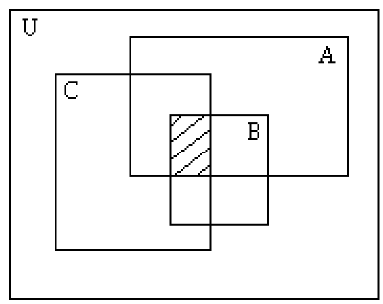
Juan Pablo Rincón Zapatero
Francisco Marhuenda Hurtado



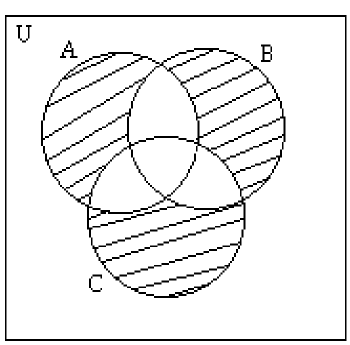


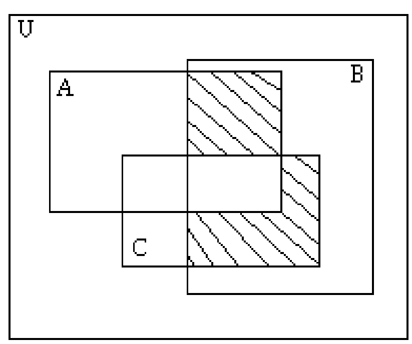
8. En cada uno de los siguientes diagramas, expresar en términos de conjuntos, la región sombreada.



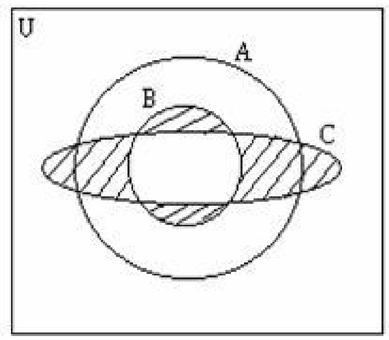


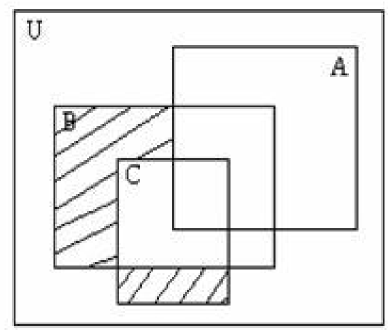
4.2





4.3





9. Los siguientes son los datos que muestran las preferencias de algunos aspirantes a ingresar a la universidad por ciertos programas:

50 prefieren medicina.

47 prefieren ingeniería.

35 prefieren biología.

16 prefieren ingeniería y biología.

11 prefieren medicina e ingeniería.

15 prefieren medicina y biología.

9 prefieren las tres.

Determinar:

- Cuántos aspirantes fueron encuestados.
- Cuántos aspirantes prefieren únicamente medicina?
- Cuántos aspirantes no prefieren biología?
- Cuántos aspirantes prefieren medicina o biología pero no ingeniería?
- Cuántos aspirantes prefieren medicina o ingeniería?

10. En un inventario minero realizado en algunas regiones del país acerca de la producción futura de recursos no renovables, se encontró que: 8 poseen petróleo, 15 poseen carbón y 13 poseen oro; 6 poseen solamente carbón y oro; 4 solo poseen oro, 3 poseen los tres recursos; petróleo y carbón solamente, ninguna de las regiones.

Juan Pablo Rincón Zapatero
Francisco Marhuenda Hurtado

Determinar:

- Cuántas regiones intervinieron en el inventario?
- Cuántas regiones poseen solamente petróleo?
- Cuántas regiones poseen solamente carbón?

Pares ordenados. Relaciones. Representación de una relación: diagramas de Venn, representación cartesiana, en tabla... Relaciones de orden. Funciones

11. Sean: *A = {-1,0,1,2} B = {2,3,4}*.

Determinar y representar en el plano cartesiano los siguientes conjuntos:

A x {0} ; {1} x B ; A x B ; B x A

12. Sean $A = \{x/x \in R \;\wedge\; -1 <= x <= 2\}$, $B = \{y/y \in R \wedge 2 <= y <= 4\}$.

Determinar y representar en el plano cartesiano.

A x {0} , {1} x B , A x B , B x A

13. Sea *R* una relación. Definimos la relación inversa de *R* y la notamos R^{-1} , al conjunto con la siguiente propiedad:

$$R^{-1} = \{(x, y)/(y, x) \in R\}$$

Para la relación que aparece a continuación, definir *R* por extensión y determinar su inversa

$R = \{(x, y)/x \in A, y \in B \wedge x + y >= 5\}$ siendo $A = \{x \in N/1 <= x <= 5\}$, $B = \{3, 4, 5\}$

14. Sean R, S relaciones. Definimos "la relación compuesta de *S* y *R*" y la notamos *R o S*, al conjunto con la siguiente propiedad:

$$R \;\; o \;\; S = \{(x, y)/existe \;\; z \;\; con \;\; (x, z) \in S \;\; y \;\; (z, y) \in R\}$$

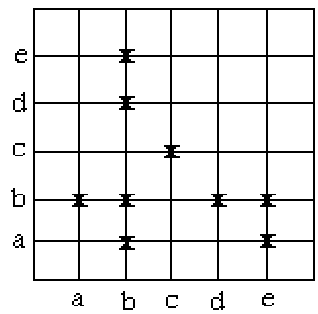
Sean A={1,2,3,4,5} B={1,4,6,16} c={2,3,8,10}

Se definen las relaciones: $R = \{(x, y) \in A \times B/y = x^2\}$ $S = \{(x, y) \in B \times C/y = \frac{x}{2}\}$

Juan Pablo Rincón Zapatero
Francisco Marhuenda Hurtado

- Determinar *R* y *S* por extensión
- Definir por extensión *R o S*
- Determinar dominios y rangos de las tres relaciones.

15. Sea R la relación representada en el diagrama adjunto.



Graficar la relación R -1

16. Sea: *A={1,2,3,4}*

Se definen: $R = \{(x, y) \in A \times A / x = y \vee x + y = 3\}$

Verifique que *R* es una relación de equivalencia.

17. Demostrar que si *R* es una relación de *A* en *B* y $S \subset R$, entonces:

- *S* es también una relación de *A* en *B* .
- $dom(S) \subset dom(R)$; $rg(S) \subset rg(r)$. $dom \equiv dominio$; $rg \equiv rango$

18. Si *R* , *S* son relaciones, discutir si las siguientes afirmaciones son ciertas:

- $dom(R \frown S) = dom(R) \frown dom(S)$.
- $rg(R \frown S) = rg(R) \frown rg(S)$.
- $dom(R - S) = dom(R) - dom(S)$
- $rg(R - S) = rg(R) - rg(S)$

19. Decimos que *R* es una relación de orden parcial en *A* si y solo si: *R* es una relación reflexiva, antisimétrica y transitiva en *A* .

Juan Pablo Rincón Zapatero
Francisco Marhuenda Hurtado

Sean $A=\{1,2,3\}$. Y R={(1,1) , (2,2) , (3,3) , (3,1) , (3,2) , (2,1)}

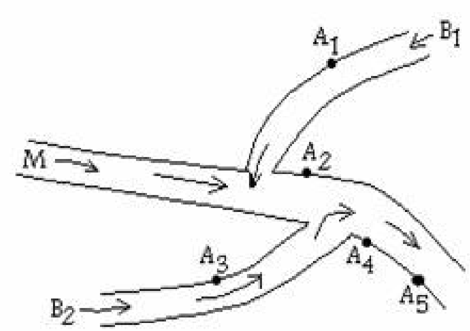
verificar que R es reflexiva, antisimétrica y transitiva en A y en consecuencia una relación de orden parcial

20. En el diagrama se indica un río (M) y dos de sus afluentes (B1,B2). A 1 , A 2 , A 3 , A 4 , A 5 , representan puertos sobre estos:

Sean:

Definimos una relación R en A así:

$$R = \{(x, y)/x, y \in A \wedge (\text{"}x \ \ esta \ \ aguas \ \ abajo \ \ de \ \ y\text{"} \ \ o \ \ \text{"}x \ \ es \ \ igual \ \ a \ \ y\text{"})\}$$



Determinaremos la relación R por extensión.

$$R = \{(A_5, A_5), (A_4, A_4), (A_3, A_3), (A_2, A_2), (A_1, A_1), (A_5, A_4), (A_5, A_3), (A_5, A_2), (A_5, A_1)$$

$$(A_4, A_3), (A_4, A_2), (A_4, A_1), (A_2, A_1)\}$$

Comprobar que R es reflexiva, antisimétrica y transitiva en A , por tanto R es una relación de orden parcial en A . Es R una relación de orden total en A ? .

21. Sean: A , B conjuntos no vacíos. f es una función de A en B si y solo si:

f es una relación de A en B en la cual a todo elemento de A , le corresponde un único elemento de B .

Sean: $A=\{-1,0,1,2\}$, $B=\{1,2,3,4\}$

Juan Pablo Rincón Zapatero
Francisco Marhuenda Hurtado

Definimos las siguientes relaciones de A en B .

$R_1 = \{(x, y) \in A \times B / y = x^2\}$

$R_2 = \{(x, y) \in A \times B / y = x + 1\}$

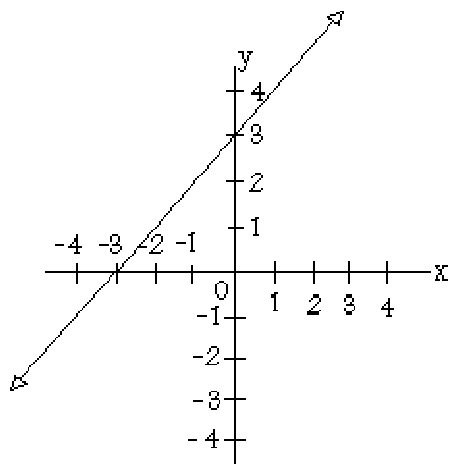
$R_3 = \{(x, y) \in A \times B / |y| = |x|\}$

$R_4 = \{(x, y) \in A \times B / y^2 = x\}$

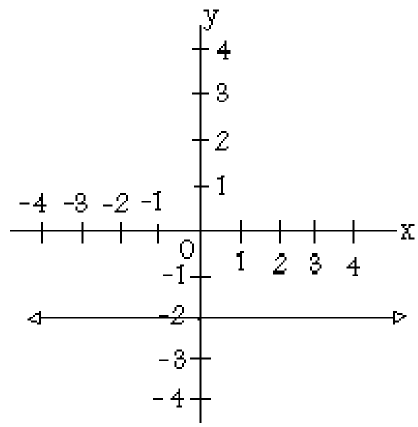
$R_5 = \{(-1, 2), (2, 3), (0, 4), (1, 1)\}$

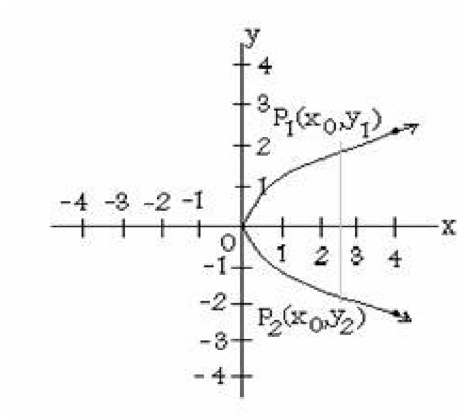
¿Cuáles de ellas son funciones de A en B ?

22. Determinar a partir del gráfico cuáles de las relaciones dadas son funciones. Especificar para cada una, dominio y rango.



Juan Pablo Rincón Zapatero
Francisco Marhuenda Hurtado





23. Dada la representación gráfica de una función f.

Juan Pablo Rincón Zapatero
Francisco Marhuenda Hurtado

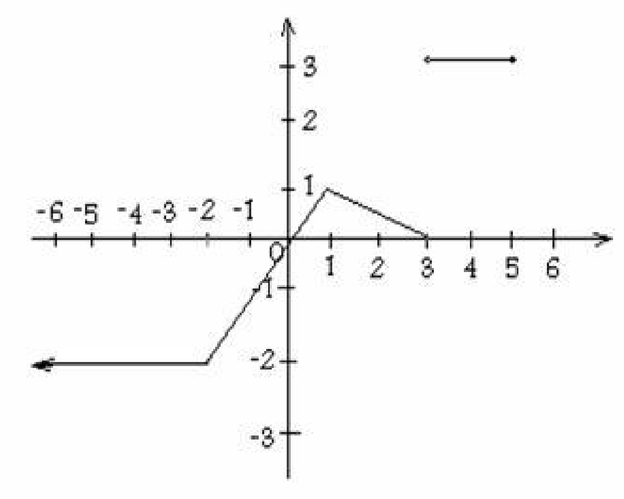


Figura 14

Determinar:

- Dominio y rango.
- $f((-\infty,-2])$
- $f((-\infty,0])$
- $f((1,3))$
- $f((1,5))$
- $f^{-1}((-\infty,2])$
- $f^{-1}([-1,2])$
- $f^{-1}([0,5])$
- $f^{-1}(\{3\})$

Rectas en el plano y desigualdades lineales

Definición de recta, determinación de una recta. Ecuaciones paramétrica, implícita, explícita. Posiciones relativas de dos rectas. Desigualdades en R. Desigualdades lineales

1. Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta *r* que los puntos *P=(1,2) y Q=(3,2)*

¿Pertenece el punto *R=(1,6)* a dicha recta?.

Calcular la ecuación implícita

2. Dada la recta 2x-3y-1=0, calcula sus ecuaciones paramétricas, su ecuación explícita y su pendiente

3. Determinar si los puntos *P=(1,1), Q=(2,4), R=(1,3)* están alineados

4.Calcula la recta paralela a *r: x-3y+3=0* que pasa por el punto *P=(1,1)* . Calcula la recta perpendicular que pasa por el mismo punto

5. Comprobar que las rectas *r:3x-y+2=0* y $r' : \left\{ \begin{smallmatrix} x=\lambda \\ y=2+3\lambda \end{smallmatrix} \right.$ son iguales

6. Estudia la posición relativa de los siguientes pares de rectas

a)*r: x+y-3=0   s: 2x+3y+1=0*

b)*r: x-2y+5=0   s: 2x+4y-1=0*

c)*r:3x+y+7=0   s: 6x-2y-14=0*

7. Sean r: 2x-ky=11 y s: 7x+2y=8. Determinar el valor de k para que

a) r y s sean perpendiculares
b) r y s sean paralelas
c) r y s se corten en el punto (0,4)
d) r y s se corten en el punto (0,0)

8. En R definimos la siguiente relación $x <= y \quad \equiv y - x \in [0, \infty)$. Comprobar que <= es una relación de orden total

9. Demostrar las siguientes propiedades:
(a) Sean a, b, c, d cuatro números reales. Si a < b y c < d, entonces a + c < b + d.
(b) Sean a y b dos números reales positivos. Entonces a > b si y solo si $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$
(c) Sean a y b dos números reales negativos. Entonces a > b si y solo si $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$
(d) Sean a y b dos números reales distintos. Entonces a>b si y solo si –b>-a.

10. Hallar el conjunto solución de las siguientes inecuaciones y representar gráficamente:
(a) x + 5 > 17   (b) x + 6 <= −7   (c) 3x > −21
(d) 3x + 5 >=17   (e) 2x + 7<= 5 − 6x   (f) 3(x − 1)>= 2(x − 1)
(g) x/2 − 5 >1/4x + 3 (h) (2 − x)/5>= 0 (i) 3/4x + 2<5x/8 − 3

11. Clasificar cada expresión como verdadera o falsa. Si es falsa, hallar un contraejemplo para el que la expresión no sea verdadera.

(a) Si x > 1 e y > 2, entonces x + y > 3.
(b) (b) Si a es un número real, entonces −a es negativo
(c) Si a es un número real, entonces aa > 0
(d) (d) Si x < 2 entonces x es negativo.
(e) Si x es negativo, entonces x < 2.
(f) (f) Si 0 < x, entonces −x < 0.
(g) Si x < 5 e y < 6, entonces xy < 30.
(h) Si x < y < −2, entonces 1/x>1/y
(i) Si a > 1, entonces a < aa.
(j) Si 0 < a < 1, entonces aa < a.
(k) Si 0 < x, entonces x < xx.
(l) Si x <=−5, entonces x − 2 <=−7.
(m)Si x <=y e y < z, entonces x < z.
(n) Si a < b < 0 y c < d < 0, entonces ac > bd.

12. Resolver para x y graficar el conjunto solución.

(a) $3x+5\neq 8$ (b) $2x+1 \ngtr 5$ (c) $12x+9\neq 15(x-2)$
(d) $3(x-1) \nless 5(x+2)$ (e) $x+2 \ngtr \frac{3}{4}$ (f) $\frac{2}{9}(3x+7) \ngtr 1-\frac{4x}{3}$