Juan Pablo Rincón Zapatero
Francisco Marhuenda Hurtado

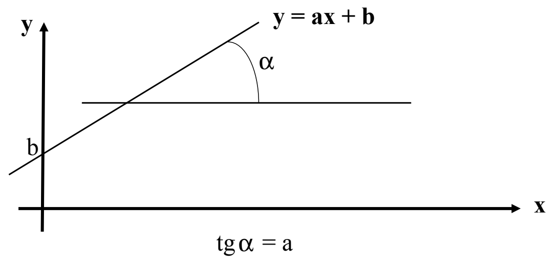
Rectas en el plano y desigualdades lineales

1. Definición de recta, determinación de una recta

Contenidos

(1) Definición de recta, determinación de una recta. Ecuaciones paramétrica, implícita, explícita.
(2) Posiciones relativas de dos rectas.

- La gráfica de la función
$$y = ax + b$$
con $a, b \in \mathbb{R}$ es una línea recta. Gráficamente,



- Interpretación de a. Interpretación de b.
- La ecuación anterior se llama la **ecuación explícita** de la recta.
- **Ecuación implícita**: $y - ax - b = 0$.
- **Ecuación paramétrica**: Utilizamos t como variable y llamamos $x = ct+d$. Entonces,
$$y = ax + b = act + ad + b$$
Las ecuaciones de la forma
$$x(t) = At + B$$
$$y(t) = Ct + D$$
se llaman las **ecuaciones paramétricas** de la recta.
- Las rectas (ecuaciones explícitas)
$$r : y = ax + b$$
$$s : y = cx + d$$
son
  (1) **iguales** si $a = c$ y $b = d$.
  (2) **paralelas** si $a = c$.
  (3) **perpendiculares** si $ac = -1$.

1.1. Ejemplos.

(1) Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta r que pasa por los puntos $P = (1, 2)$ y $Q = (3, 2)$ ¿Pertenece el punto $R = (1, 6)$ a dicha recta? Calcular la ecuación implícita.

(2) Dada la recta $2x - 3y - 1 = 0$, calcula sus ecuaciones paramétricas, su ecuación explícita y su pendiente.
(3) Determinar si los puntos $P = (1, 1)$, $Q = (2, 4)$ y $R = (1, 3)$ están alineados.
(4) Calcula la recta paralela a $r : x-3y+3 = 0$ que pasa por el punto $P = (1, 1)$. Calcula la recta perpendicular a r que pasa por el mismo punto.
(5) Comprobar que las rectas $r : 3x - y + 2 = 0$ y

$$r' : \left\{ \begin{array}{lcl} x & = & \lambda \\ y & = & 2 + 3\lambda \end{array} \right.$$

son iguales.
(6) Estudia la posición relativa de los siguientes pares de rectas.
  (a) $r : x + y - 3 = 0$, $s : 2x + 3y + 1 = 0$
  (b) $r : x - 2y + 5 = 0$, $s : 2x + 4y - 1 = 0$.
  (c) $r : 3x + y + 7 = 0$, $s : 6x - 2y - 14 = 04$.
(7) Sean $r : 2x - ky = 11$ y $s : 7x + 2y = 8$. Determinar el valor de k para que
  (a) r y s sean perpendiculares.
  (b) r y s sean paralelas.
  (c) r y s se corten en el punto $(0, 4)$.
  (d) r y s se corten en el punto $(0, 0)$.

2. Desigualdades. Semiplanos

Contenidos

(1) Desigualdades en $\mathbb{R}$. Desigualdades lineales

2.1. **Ejemplos.**

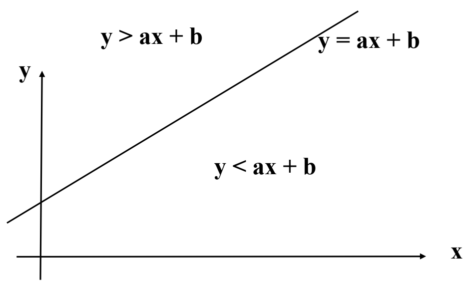
(1) Hallar el conjunto solución de las siguientes inecuaciones y representar gráficamente,
  (a) $x + 5 > 17$.
  (b) $x + 6 <= -7$.
  (c) $3x > -21$.
  (d) $3x + 5 \geq 17$.
  (e) $2x + 7 \leq 5 - 6x$.
  (f) $3(x - 1) \geq 2(x - 1)$.
  (g) $x/2 - 5 > 1/4x + 3$.
  (h) $(2 - x)/5 \geq 0$.
  (i) $3x/4 + 2 < 5x/8 - 3$.
(2) Clasificar cada una de las expresiones siguientes como verdadera o falsa. Si es falsa, hallar un contraejemplo para el que la expresión no sea verdadera.
  (a) Si $x > 1$ e $y > 2$, entonces $x + y > 3$.
  (b) Si a es un número real, entonces $-a$ es negativo.
  (c) Si a es un número real, entonces $a^2 > 0$.
  (d) Si $x < 2$ entonces x es negativo.
  (e) Si x es negativo, entonces $x < 2$.
  (f) Si $0 < x$, entonces $-x < 0$.
  (g) Si $x < 5$ e $y < 6$, entonces $xy < 30$.
  (h) Si $x < y < -2$, entonces $1/x > 1/y$.
  (i) Si $a > 1$, entonces $a < aa$.
  (j) Si $0 < a < 1$, entonces $aa < a$.
  (k) Si $0 < x$, entonces $x < x^2$.

(l) Si $x \leq -5$, entonces $x - 2 \leq -7$.
(m) Si $x \leq y$ e $y < z$, entonces $x < z$.
(n) Si $a < b < 0$ y $c < d < 0$, entonces $ac > bd$.

(3) Representar gráficamente los conjuntos siguientes.
(a) $2x + 1 \leq 5$.
(b) $3(x - 1) \geq 5(x + 2)$.
(c) $x + 2 \leq \frac{3}{4}$.
(d) $\frac{2}{9}(3x + 7) \not> 1 - \frac{4x}{3}$.

2.2. **Semiplanos en $\mathbb{R}^2$.** La recta $y = ax + b$ divide el plano Euclideo $\mathbb{R}^2$ en dos semiplanos,

$$\{(x, y) \in \mathbb{R} : \quad y > ax + b\}$$
$$\{(x, y) \in \mathbb{R} : \quad y < ax + b\}$$



2.3. **Ejemplos.** Dibujar los semiplanos siguientes.
(1) $3x - y + 2 > 0$, $3x - y + 2 < 0$, $3x - y + 2 \geq 0$, $3x - y + 2 \leq 0$
(2) $2x + 3y + 1 > 0$, $2x + 3y + 1 < 0$, $2x + 3y + 1 \geq 0$, $2x + 3y + 1 \leq 0$.
(3) $x - 2y + 5 > 0$, $x - 2y + 5 < 0$, $x - 2y + 5 \geq 0$, $x - 2y + 5 \leq 0$.