

MODELOS MATEMÁTICOS

Flujograma. Método de Mason.

1. Diagrama de flujo de señal.
2. Fórmula de Mason.

Bibliografía

- Ogata, K., "Ingeniería de control moderna", Ed. Prentice-Hall.
 - Capítulo 3
 - Dorf, R.C., "Sistemas modernos de control", Ed. Addison-Wesley.
 - Capítulo
 - Kuo, B.C., "Sistemas de control automático", Ed. Prentice Hall.
 - Capítulo 3
 - F. Matía y A. Jiménez, "Teoría de Sistemas", Sección de Publicaciones Universidad Politécnica de Madrid
 - Capítulo 4
-

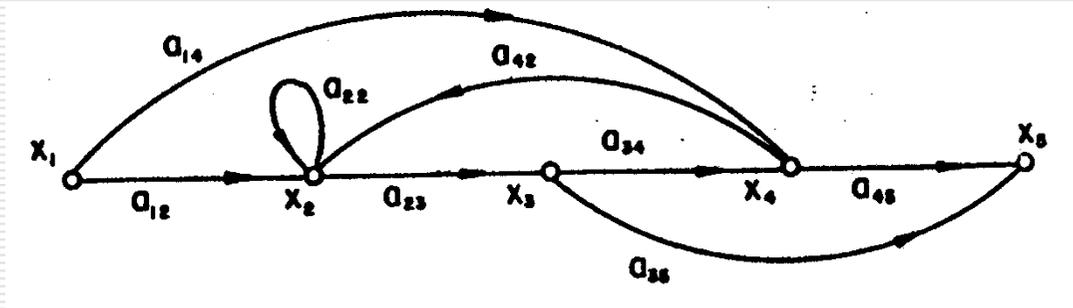
OBTENCIÓN DE LA F.T.

¿Cómo obtener la función de transferencia?

- Operando con las ecuaciones
- Reduciendo el diagrama de bloques
- Flujograma. Método de Mason.

Diagrama de Flujo de un Sistema

- El **diagrama de flujos** representa un conjunto de ecuaciones algebraicas simultaneas.
- Es una red en la que los nodos están conectados mediante distintas ramas o arcos orientados.
- Cada **nodo** representa una variable o salida de un sumador.
- Cada **arco** representa una función de transferencia.



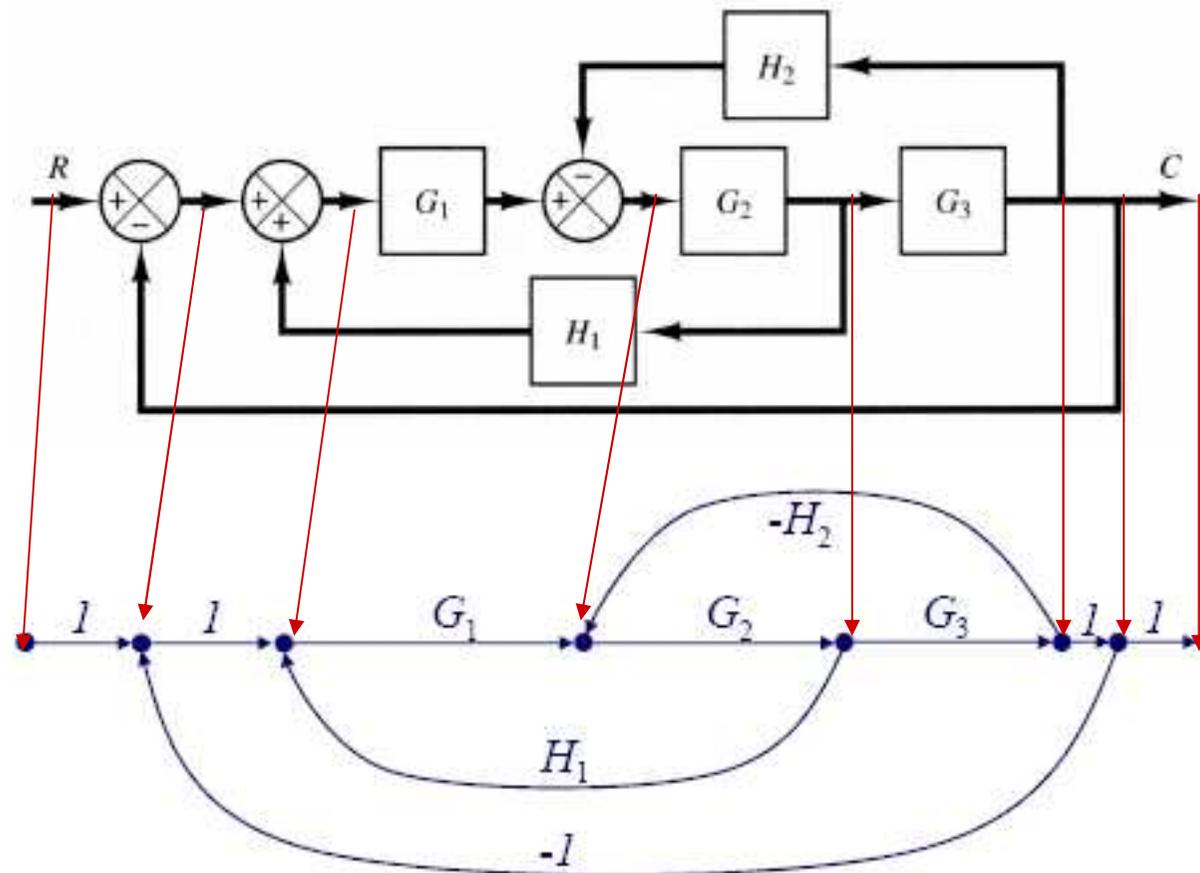
FLUJOGRAMA

- Elementos:
 - **Nodo:** punto que representa una variable
 - **Rama:** arco dirigido que une dos nodos
 - **Transmitancia:** ganancia (F.T.) entre dos nodos
 - **Nodo de entrada o fuente:** nodo al que no llega ningún arco. Corresponden con las entradas del sistema.
 - **Nodo de salida o sumidero:** nodo del que no salen arcos. Corresponden con las salidas del sistema.
 - **Camino o trayecto:** recorrido de ramas en la dirección de los arcos.
 - **Camino directo:** trayecto que parte de un nodo fuente y llega a un nodo destino sin pasar 2 veces por el mismo nodo.
 - **Lazo o bucle:** trayecto que parte y termina en el mismo nodo sin pasar dos veces por el mismo nodo.
-

FLUJOGRAMA

- Diagrama de flujo de señal: red de nodos conectados mediante ramas orientadas.
- Señales que se deben incluir
 - Entradas
 - Salidas
 - Bifurcaciones
 - Salidas de sumadores

FLUJOGRAMA

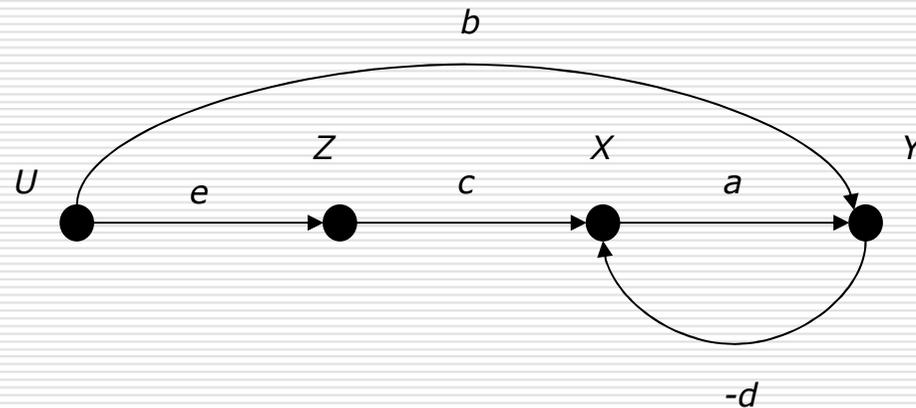


FLUJOGRAMA

$$Y(s) = a \cdot X(s) + b \cdot U(s)$$

$$X(s) = c \cdot Z(s) - d \cdot Y(s)$$

$$Z(s) = e \cdot U(s)$$



FLUJOGRAMA

Diagrama de Flujo de Señales – Ejemplo

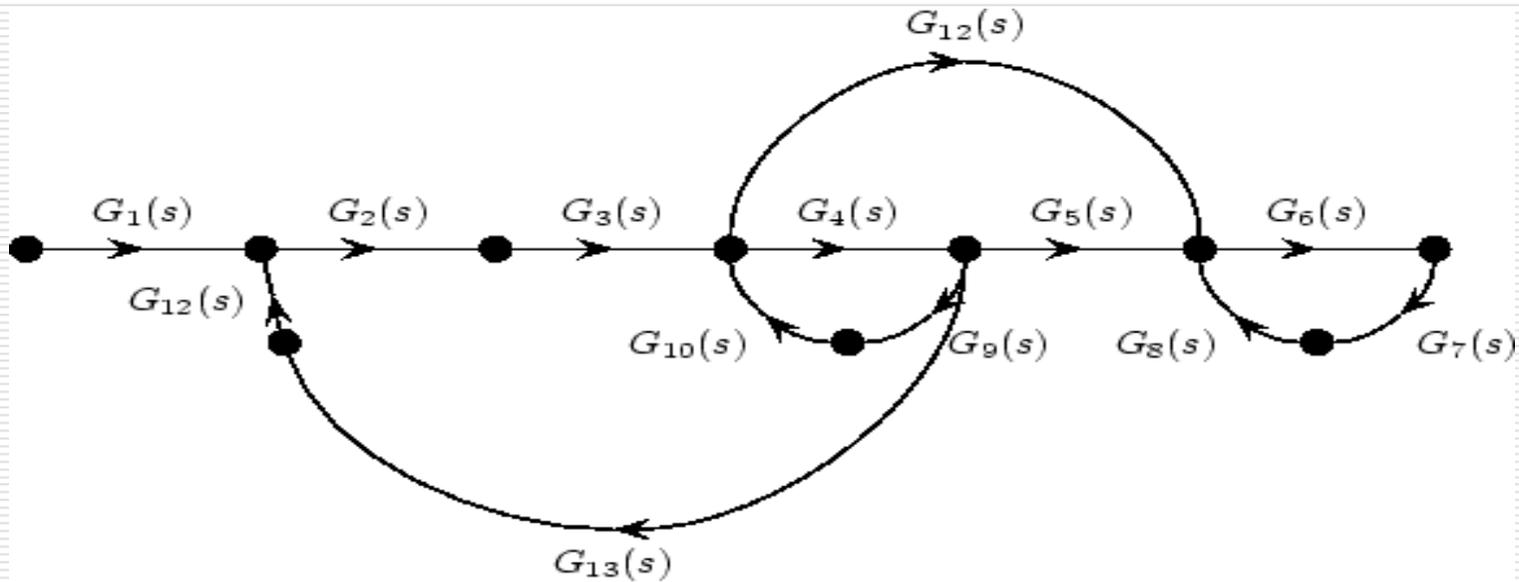
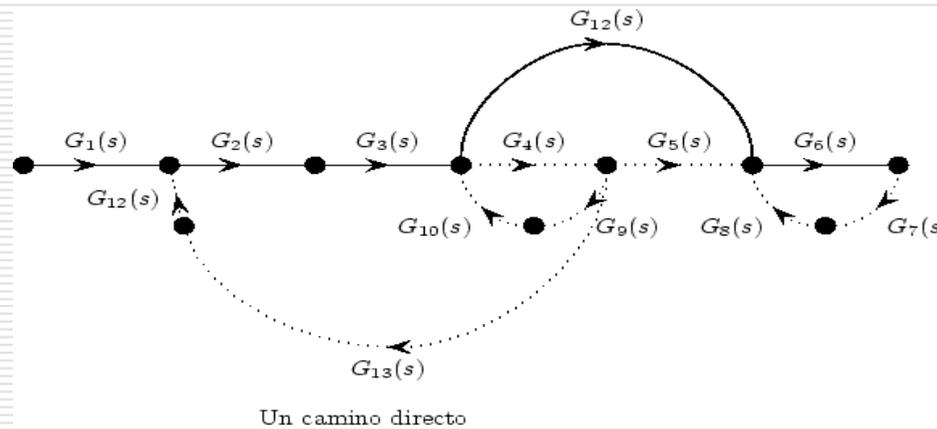
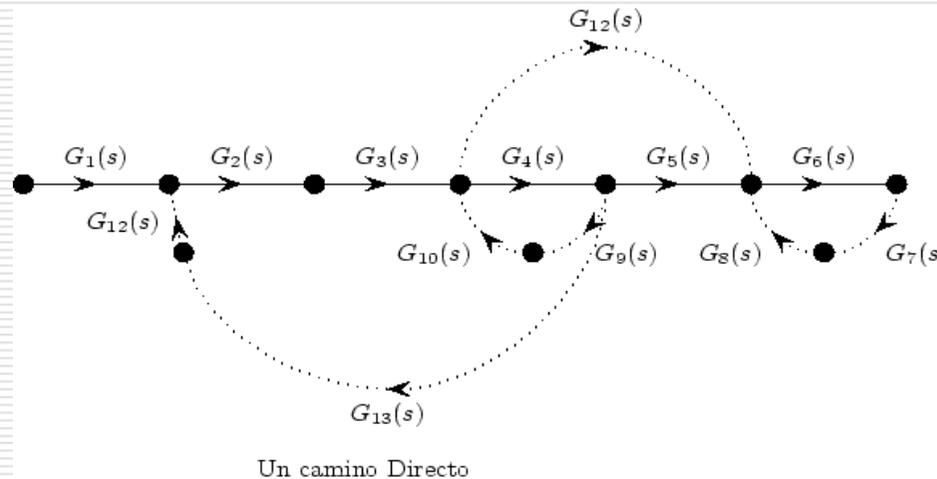


Diagrama de Flujo de Señal

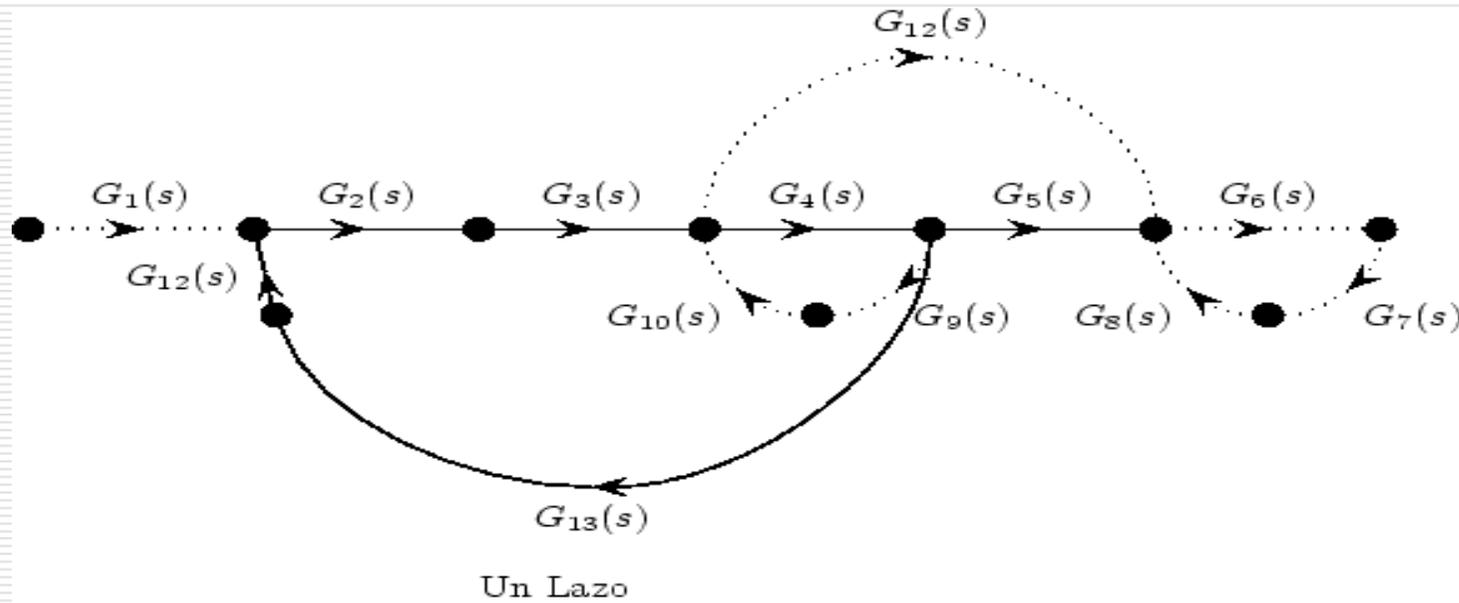
FLUJOGRAMA

Camino Directo



FLUJOGRAMA

Lazos



FÓRMULA DE MASON

- Fórmula de Mason

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\sum_k T_k \Delta_k}{\Delta}$$

$$\Delta = 1 - \sum B_i + \sum B_i B_j - \sum B_i B_j B_k \dots$$

Δ es el determinante del flujograma

T_k transmitancia del k-ésimo trayecto directo

Δ_k es el cofactor de T_k , se calcula eliminando de Δ los términos correspondientes a los nodos de T_k

B_j transmitancia del j-ésimo bucle

$B_i B_j$ producto de las transmitancias de las parejas de bucles sin nodos comunes

FÓRMULA DE MASON

- Cálculo de Δ : $\Delta = 1 - \sum B_i + \sum B_i B_j - \sum B_i B_j B_k \dots$

$$\Delta = 1$$

- (Suma de ganancias de lazos cerrados)
- + (Suma de ganancias de lazos no adyacentes tomados de a 2)
- (Suma de ganancias de lazos no adyacentes tomados de a 3)
- + (Suma de ganancias de lazos no adyacentes tomados de a 4)
- ...

Lazos adyacentes: lazos que comparten al menos un nodo

Lazos no adyacentes: lazos que no comparten ningún nodo

EJEMPLO

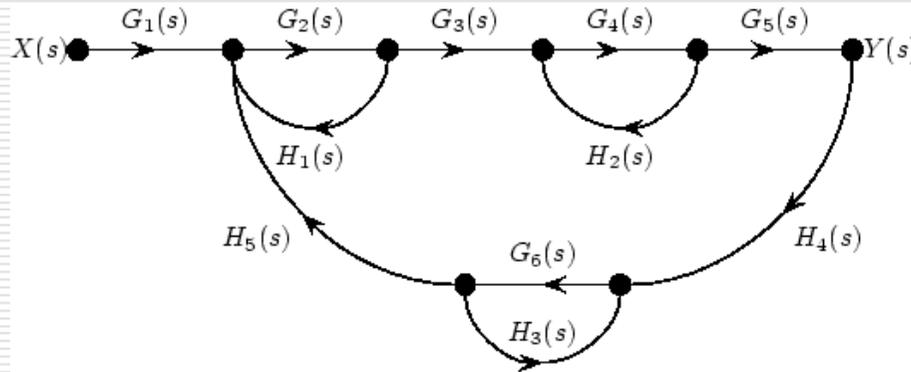


Diagrama de Flujo de Señal

Tenemos 4 lazos, cuyas transmitancias son:

$$B_1 = G_2 H_1$$

$$B_2 = G_4 H_2$$

$$B_3 = G_6 H_3$$

$$B_4 = G_2 G_3 G_4 G_5 H_4 G_6 H_5$$

$$\Delta = \begin{Bmatrix} 1 \\ -(B_1 + B_2 + B_3 + B_4) \\ +(B_1 B_2 + B_1 B_3 + B_2 B_3) \\ -(B_1 B_2 B_3) \end{Bmatrix}$$

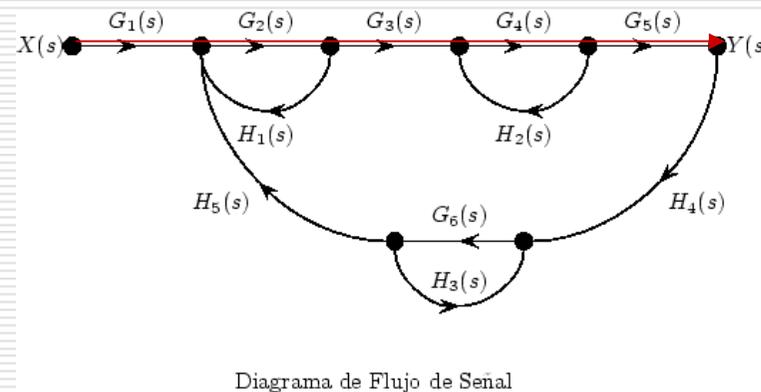
FÓRMULA DE MASON

- Cálculo del término: $\sum_k T_k \Delta_k$

$$T_1 = G_1 G_2 G_3 G_4 G_5$$

$$\Delta = \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ -(B_1 + B_2 + B_3 + B_4) \\ +(B_1 B_2 + B_1 B_3 + B_2 B_3) \\ -(B_1 B_2 B_3) \end{array} \right\}$$

$$\Delta_1 = 1 - (G_6 H_3)$$



FÓRMULA DE MASON

- Obtener la Función de Transferencia utilizando la fórmula de Mason para el siguiente ejemplo:

