



**Universidad Carlos III de Madrid**  
**Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática**

# **SEÑALES Y SISTEMAS**

Práctica 1

**Estudio Temporal de Sistemas Continuos  
de 1<sup>er</sup> y 2<sup>o</sup> Orden**

## 1 – Introducción Teórica

Se denomina orden de un sistema al grado de su polinomio característico. Consecuentemente el orden de un sistema coincide con el número de polos de éste y con el orden de la ecuación diferencial que lo modela.

Los sistemas más sencillos y representativos son los de 1<sup>er</sup> y 2<sup>o</sup> orden. El análisis de la respuesta temporal de los sistemas se hace a partir de su respuesta a ciertas entradas, en particular al escalón unitario  $u(t)$ .

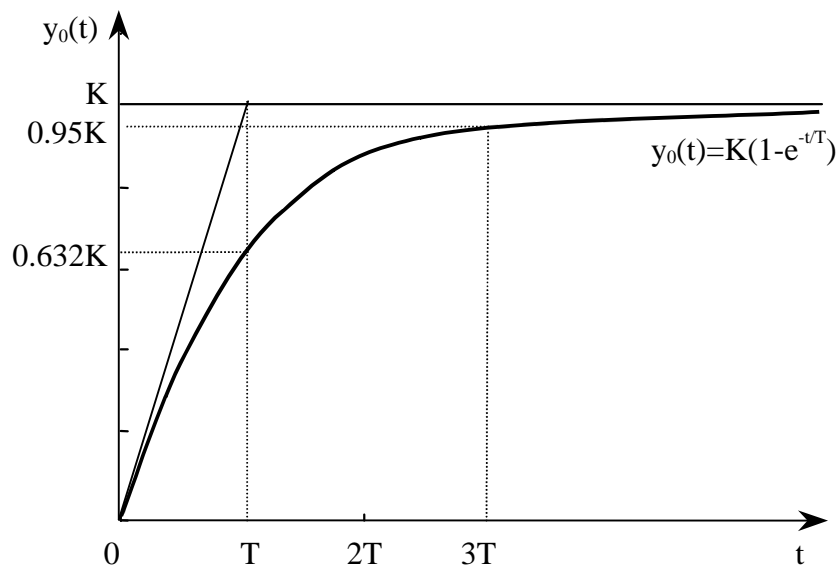
- Un sistema de 1<sup>er</sup> orden tiene una función de transferencia de la forma:

$$G(s) = \frac{K}{1 + Ts}$$

La respuesta de este sistema ante una entrada **escalón unitario** tiene por expresión:

$$y(t) = K(1 - e^{-t/T})$$

La representación gráfica de esta expresión puede verse en la figura 1.



**Figura 1.-** Respuesta de un sistema de 1<sup>er</sup> orden ante entrada escalón unitario.

Los parámetros característicos que aparecen representados en la figura anterior son:

- **K**: La ganancia estática se define como el valor final ante entrada escalón unitario.
- **T**: Constante de tiempo (es el tiempo en el que se alcanza el 63% del valor final).
- **t<sub>s</sub> = 3T**: Tiempo de establecimiento (es el tiempo que tarda la respuesta en entrar y permanecer en la zona del ±5% en torno a su valor de equilibrio).

- Los sistemas de 2º orden tienen una función de transferencia de la forma:

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Pudiendo considerar los siguientes parámetros:

- **K**: Ganancia estática.
- **ω<sub>n</sub>**: Frecuencia natural no amortiguada.
- **ξ**: Coeficiente de amortiguamiento.

Los dos polos de este sistema pueden ser reales o complejos conjugados, dependiendo del valor que tome el coeficiente de amortiguamiento ξ.

Para el caso de tener polos complejos conjugados estos serán de la forma:

$$s = -\sigma \pm \omega_d j$$

con :

- $0 < \xi < 1$ .
- $\sigma = \xi\omega_n$ : Constante de amortiguamiento.
- $\omega_d = \omega_n(1 - \xi^2)^{1/2}$ : Frecuencia amortiguada.

Si σ es positivo el sistema será estable. Si ξ es mayor que la unidad, los polos serán reales y el sistema no presentará oscilaciones. Por el contrario si ξ es menor que la unidad, los polos serán complejos y el sistema oscilará.

Estas consideraciones nos permiten clasificar los sistemas de segundo orden frente a entrada escalón de la siguiente manera:

ξ < 0	INESTABLE
ξ > 1	SOBREAMORTIGUADO
ξ = 1	CRITICAMENTE AMORTIGUADO
0 < ξ < 1	SUBAMORTIGUADO

La respuesta de un sistema de segundo orden subamortiguado, ante entrada **escalón unitario**, queda representada en la figura 2 donde aparecen una serie de parámetros característicos cuya denominación, significado y valor se dan a continuación.

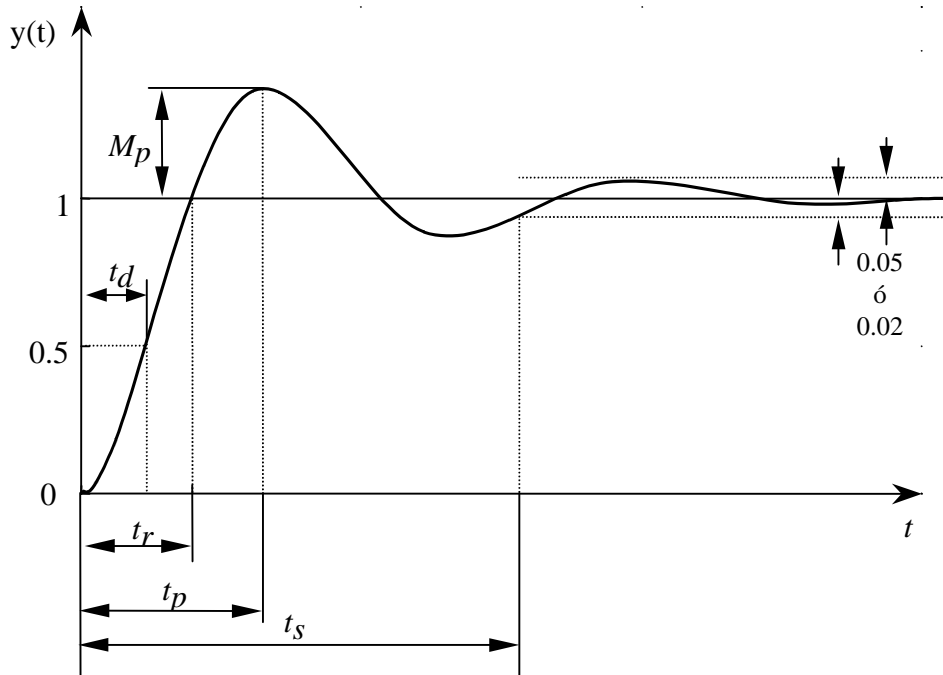


Figura 2.- Respuesta de un sistema de 2º orden ante entrada escalón unitario.

- Pendiente en el origen.

$$\dot{y}(0) = 0$$

- Tiempo de establecimiento.

$$t_s \approx \frac{\pi}{\sigma}$$

- Tiempo de subida.

$$t_r \approx \frac{\pi - \vartheta}{\omega_d} \quad \text{con} \quad \theta = \arctg \frac{\omega_d}{\sigma}$$

- Tiempo de pico.

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

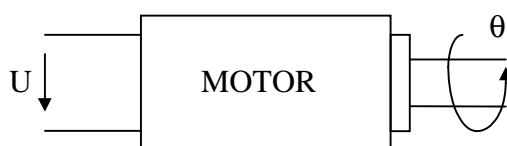
- Sobreoscilación.

$$M_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = e^{-\frac{\pi}{\text{tg } \theta}}$$

## 2 – Objetivo de la Práctica

Se pretende realizar un análisis temporal para los sistemas de primer y segundo orden, mediante análisis de su respuesta ante una entrada en escalón.

Como sistema de primer orden se empleará un motor de corriente continua (figura 3). que gira a una velocidad  $\omega$ , dependiente de la tensión  $U$  de alimentación.



**Figura 3.** Motor de corriente continua.

Como sistema de segundo orden se estudiará de nuevo el mismo motor pero con una realimentación unitaria de posición.

Las características eléctricas del motor aparecen en la siguiente tabla:

	Tipo L01	Tipo L02
<b>Tensión nominal</b>	24 V	22,8 V
<b>Velocidad</b>	4000 rpm	3000 rpm

El panel de conexiones de la maqueta permite acceder a la entrada del amplificador y a las salidas de la tacodinamo y del encoder. Además se puede cerrar el bucle y variar la ganancia (ver figura 4). Para variar la ganancia del amplificador-motor se dispone de dos mandos en el panel de conexiones de la maqueta. Con el mando superior se ajusta la ganancia del conjunto: tiene 3 ganancias fijas y una posición de ganancia variable (indicada por un \*).

En la parte izquierda del panel de conexiones, ver figura 4, hay un selector de modo de funcionamiento. Para esta práctica debe seleccionarse  $\pm 5$  V como *Rango de entrada*.

El bloque comparador nos permitirá comparar la señal de salida del sistema con la de entrada (control en bucle cerrado). Para hacer funcionar el sistema en bucle abierto se debe colocar la entrada menos del comparador a cero (tierra) para evitar que quede flotante y lea ruido.

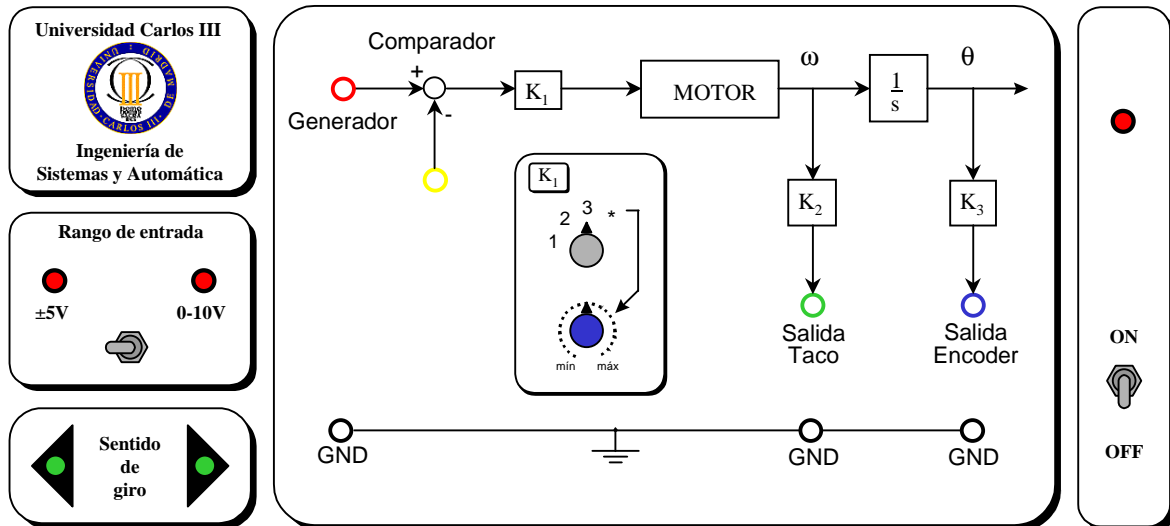


Figura 4.- Esquema del panel de conexiones de la maqueta.

Vamos a utilizar como señal de excitación del motor un escalón de amplitud entre  $\pm 1$  V y  $\pm 4$  V, y una frecuencia suficientemente baja para permitir al motor llegar al régimen permanente y estabilizar su velocidad (unos 0.3 Hz), que obtendremos a través de un generador de señal. Esta amplitud deberá ser menor para ganancias altas del amplificador-motor (posición 3) y evitar así problemas de saturación en la maqueta (esto es, el motor gira ya a toda velocidad y aumentar la tensión de la señal de entrada no puede aumentar ya la velocidad de giro). Se debe comprobar que no se produce saturación, ya que se falsean las medidas de ganancia.

### 3 – Primer Orden - Bucle Abierto

Realizar la identificación del motor, considerando como función de transferencia  $G(s)$  de nuestro sistema una función de 1<sup>er</sup> orden. El panel de conexiones de la maqueta no permite acceder directamente al motor (ver figura 4). Por ello, el sistema que tenemos está formado por 3 bloques según puede verse en la siguiente figura:

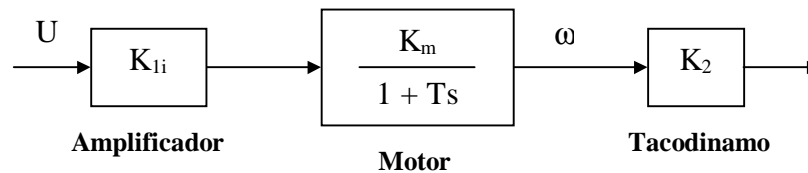


Figura 5. Sistema motor.

Donde  $K_{li}$  representa cada una de las ganancias del amplificador y  $K_2$  es la constante de la tacodinamo. El sistema a considerar aparece en la figura 6, siendo  $K'_i$  el producto  $K_{li} \cdot K_m \cdot K_2$ . El objetivo de este primer apartado es obtener los parámetros del sistema de primer orden representado en la figura 6 (la ganancia estática  $K'_i$  y la constante de tiempo  $T$ ) para las tres ganancias del amplificador marcadas en la caja de bornas.

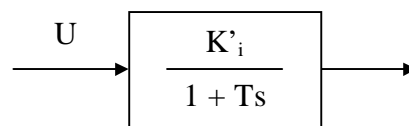


Figura 6.- Sistema de primer orden.

- Analizar los valores obtenidos para la ganancia estática  $K'_i$  y la constante de tiempo  $T$  en los tres casos.

### 4 – Segundo Orden - Bucle Abierto

Identificar la ganancia  $K''_i$  en bucle abierto del sistema completo (salida en posición), para la tres ganancias del amplificador marcadas en la caja de bornas. Un esquema de este sistema puede verse en la figura 7.

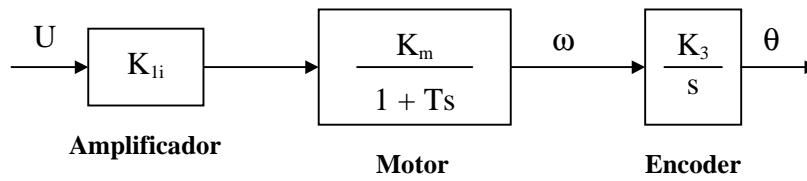


Figura 7.- Sistema motor con salida en posición.

Con lo que el sistema a calcular queda:

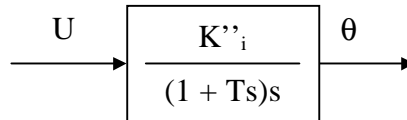


Figura 8. Esquema reducido.

## 5 – Segundo Orden - Bucle Cerrado

Reducir el diagrama de bloques del sistema de segundo orden mostrado en la siguiente figura. Calcular de forma teórica la respuesta del sistema para un escalón de  $\pm 4$  V, determinando los parámetros del sistema de segundo orden (sobreooscilación, tiempo de establecimiento y tiempo de pico) para las tres ganancias del amplificador marcadas en la caja de bornas, utilizando los valores respectivos obtenidos en los apartados anteriores. Realizar una tabla con los valores obtenidos para los tres casos y clasificar el sistema según su respuesta.

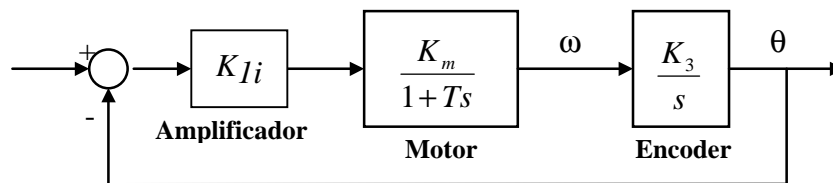


Figura 9.- Sistema realimentado.

## 6 – Matlab

Comprobar con el simulador Simulink los resultados obtenidos en el apartado 3, utilizando las funciones de transferencia reducidas para cada caso. Dibujar las gráficas correspondientes a la respuesta del sistema para las tres ganancias definidas. Anotar los parámetros característicos obtenidos para un sistema de segundo orden y compararlos con los del apartado anterior.



## **7 – Conclusiones**

Comprobar experimentalmente los resultados obtenidos en el apartado 5. Realizar una tabla con los parámetros característicos para los tres casos y representar las gráficas correspondientes. Comentar brevemente las posibles diferencias encontradas entre el modelo teórico y real.

Realizar una conclusión general de la práctica

## **8 – Visión general del alumno**

Comentarios personales relativos a la práctica.