

ANÁLISIS FRECUENCIAL

Análisis frecuencial de sistemas de tiempo continuo.

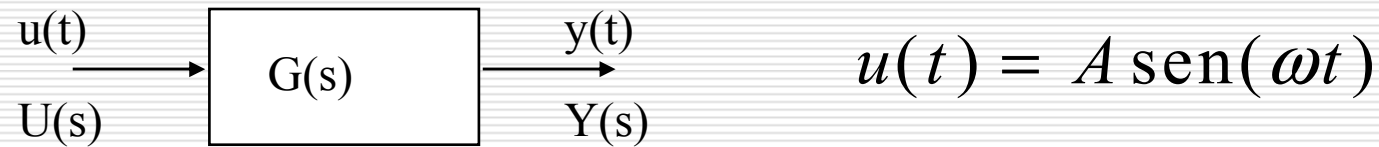
1. Respuesta en frecuencia de un sistema de tiempo continuo.
2. Tipos de representaciones gráficas.
3. Representación por diagrama de Bode.

Bibliografía

- Ogata, K., "Ingeniería de control moderna", Ed. Prentice-Hall.
 - Capítulo 8
 - Dorf, R.C., "Sistemas modernos de control", Ed. Addison-Wesley.
 - Capítulo
 - Kuo, B.C., "Sistemas de control automático", Ed. Prentice Hall.
 - Capítulo 9
 - F. Matía y A. Jiménez, "Teoría de Sistemas", Sección de Publicaciones Universidad Politécnica de Madrid
 - Capítulo 9
-

RESPUESTA EN FRECUENCIA

- Respuesta a una señal senoidal



Si $G(s)$ es estable, entonces la salida en régimen permanente es:

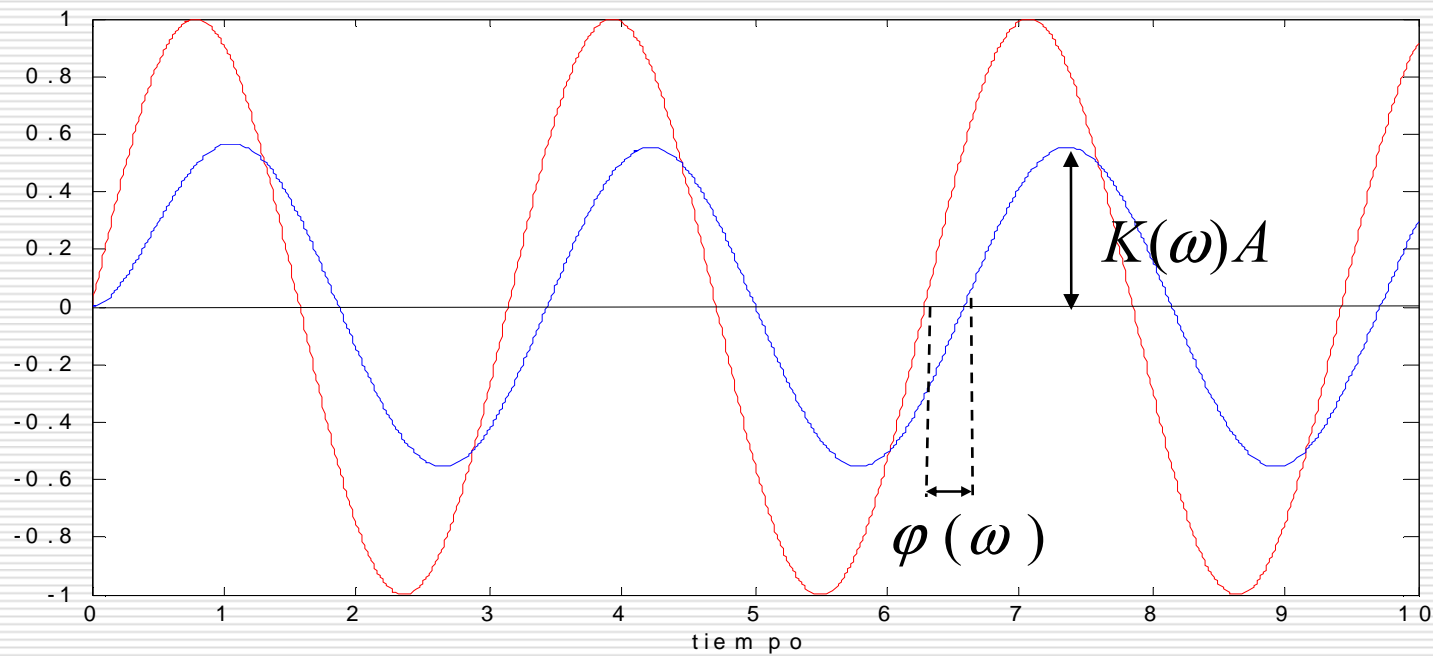
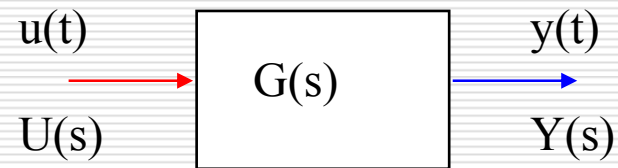
$$y(t) = K(\omega) A \text{sen}(\omega t + \varphi(\omega))$$

siendo $G(j\omega) = G(s) \Big|_{s=j\omega}$

$$K(\omega) = |G(j\omega)|$$

$$\varphi(\omega) = \arg(G(j\omega))$$

RESPUESTA EN FRECUENCIA



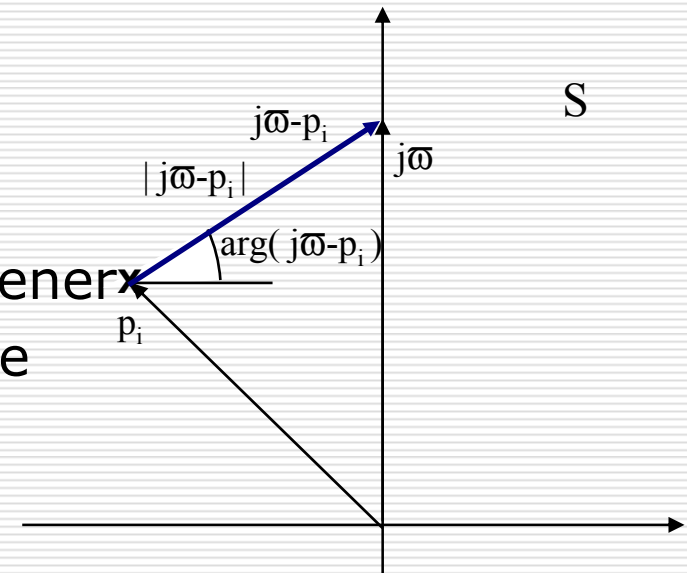
Tipos de representaciones gráficas

- **Cálculo gráfico**
- La respuesta en frecuencia se puede determinar gráficamente a partir de su diagrama de polos y ceros.

$$G(s) = k \frac{\prod (s - z_i)}{\prod (s - p_i)}; \quad G(j\omega) = k \frac{\prod (j\omega - z_i)}{\prod (j\omega - p_i)}$$

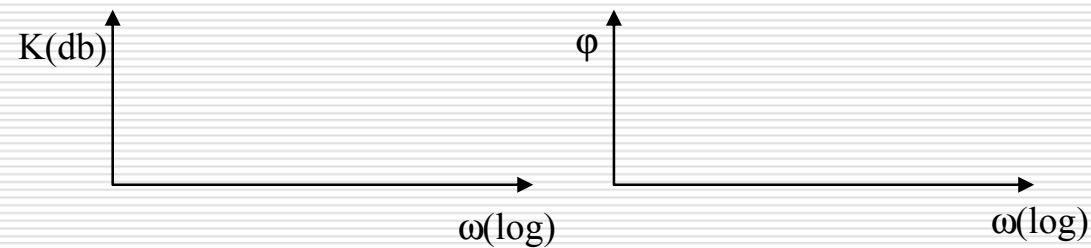
- Para cada frecuencia ω se puede obtener gráficamente el valor de la función de transferencia.

$$\begin{cases} |G(j\omega)| = |k| \frac{\prod |j\omega - z_i|}{\prod |j\omega - p_i|} \\ \arg(G(j\omega)) = \arg(k) + \sum \arg(j\omega - z_i) - \sum \arg(j\omega - p_i) \end{cases}$$



REPRESENTACIONES GRÁFICAS

- Diagrama de Bode



- Diagrama amplitud-fase (magnitud-fase)



- Diagrama polar

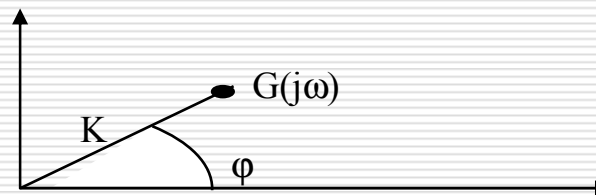
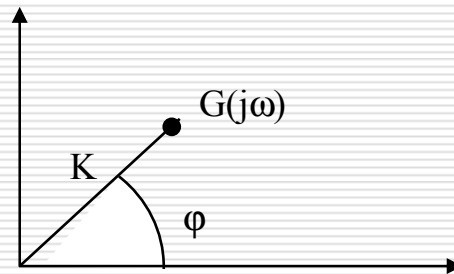


DIAGRAMA POLAR

- También llamado **diagrama de Nyquist**
- En el se representa el número complejo $G(j\omega)$ para los distintos valores de la frecuencia.



- Se emplea en el Criterio de Nyquist para hacer estudios de estabilidad de sistemas en cadena cerrada.

DIAGRAMA POLAR

- Se dibuja $G(j\omega)$ en coordenadas polares

$$G(j\omega) = |G(j\omega)| \angle G(j\omega) = X + jY$$

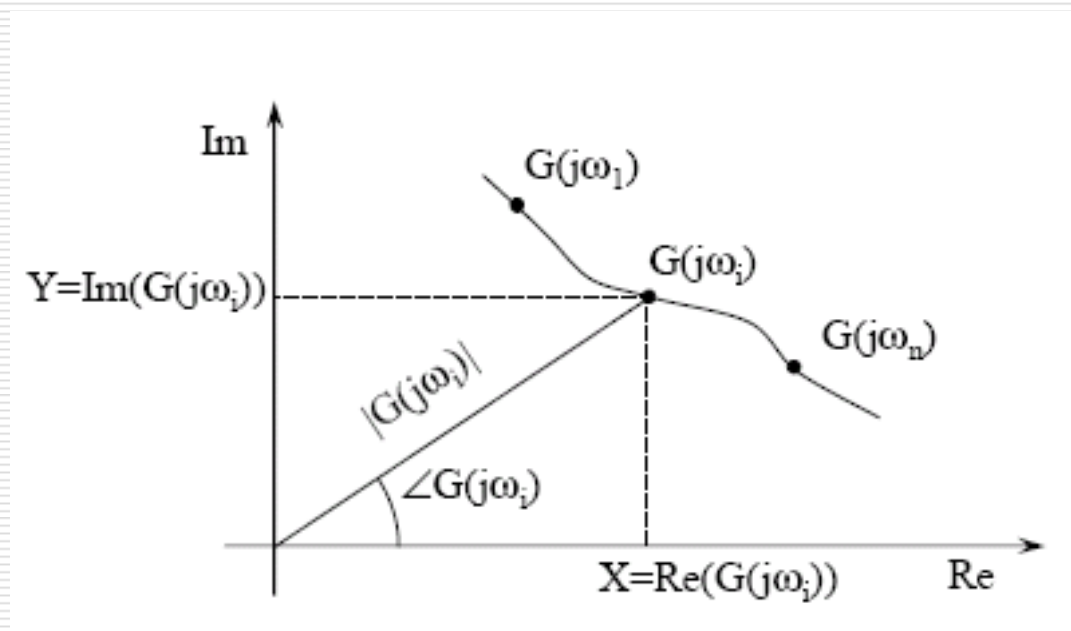
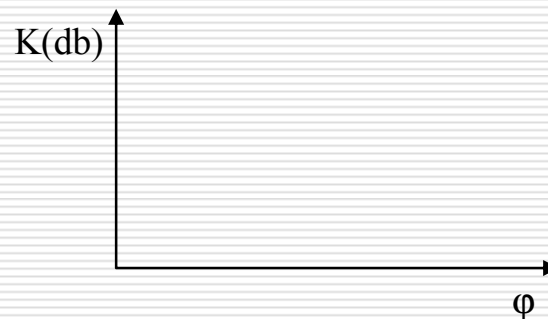


DIAGRAMA MAGNITUD - FASE

- También llamado **magnitud-fase**.
- En el se representa la magnitud en escala logarítmica frente a la fase en escala natural.



- La frecuencia aparece como parámetro. (Curva paramétrica)
- Empleado en el Ábaco de Nichols para hacer estudios de estabilidad de los sistemas en cadena cerrada.

DIAGRAMA MAGNITUD - FASE

- Se representa la magnitud (en decibelios) frente a la fase (en grados).
- La frecuencia aparece como parámetro.
(Curva paramétrica)

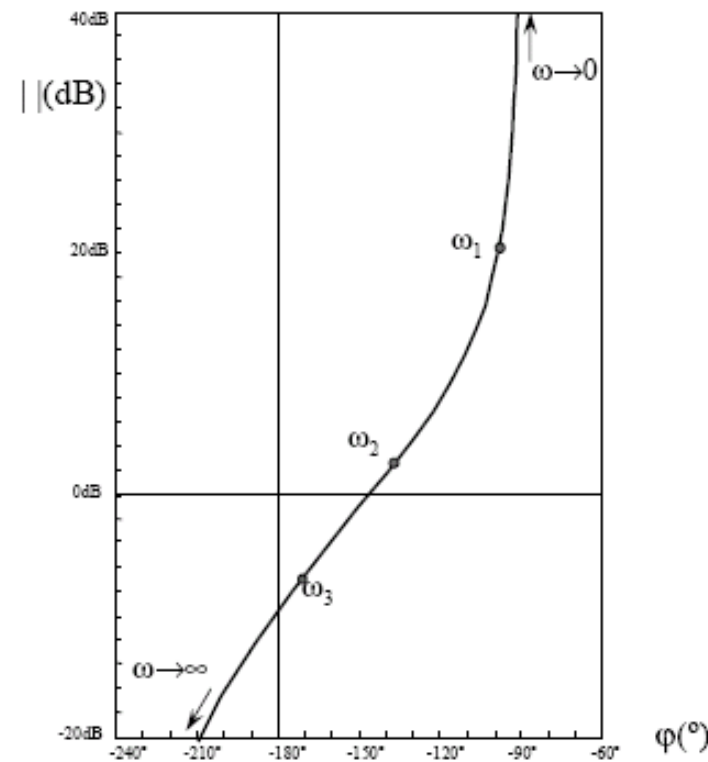
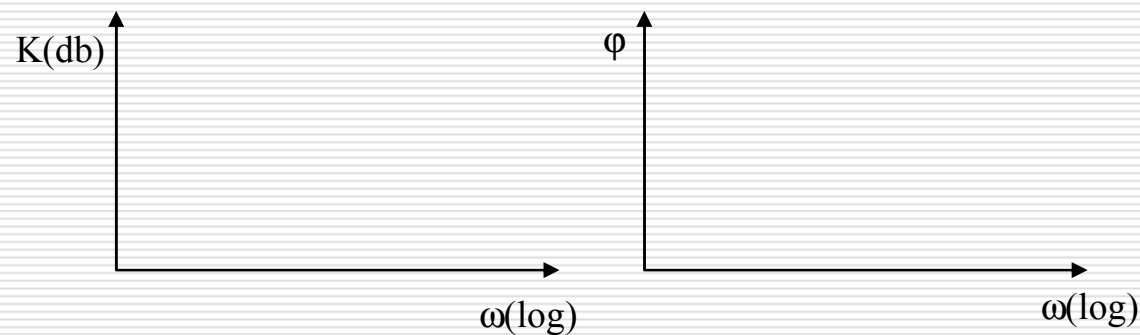


DIAGRAMA MAGNITUD - FASE

- Se representa la amplitud en escala logarítmica y la fase en escala natural frente a la frecuencia en escala logarítmica.

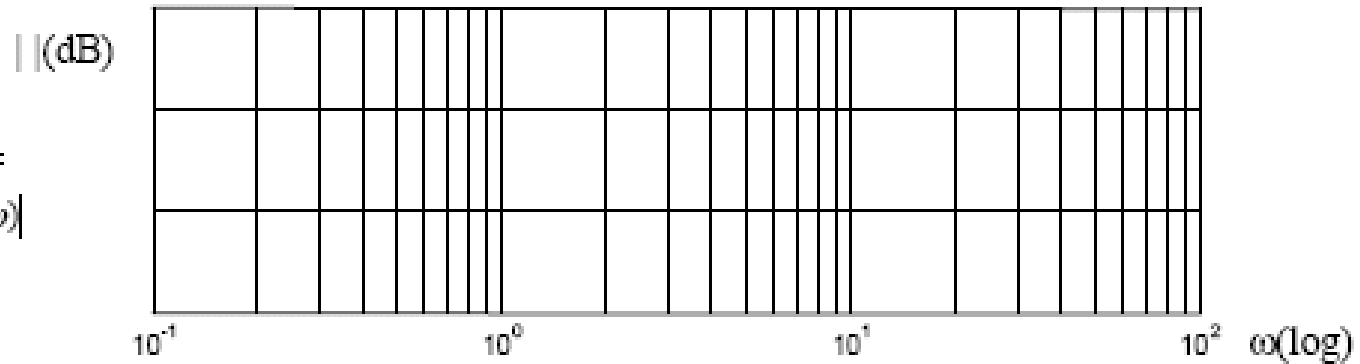


- Indica para cada frecuencia la amplitud y el desfase que introduce en frecuencia.
- Empleado en la transmisión de señales para escoger la zona de frecuencias en la que se puede trabajar.

DIAGRAMA DE BODE



$$|G(j\omega)|(dB) = 20 \log |G(j\omega)|$$



Escala logarítmica de frecuencia.
Una década:

$$\frac{f_2}{f_1} = 10$$

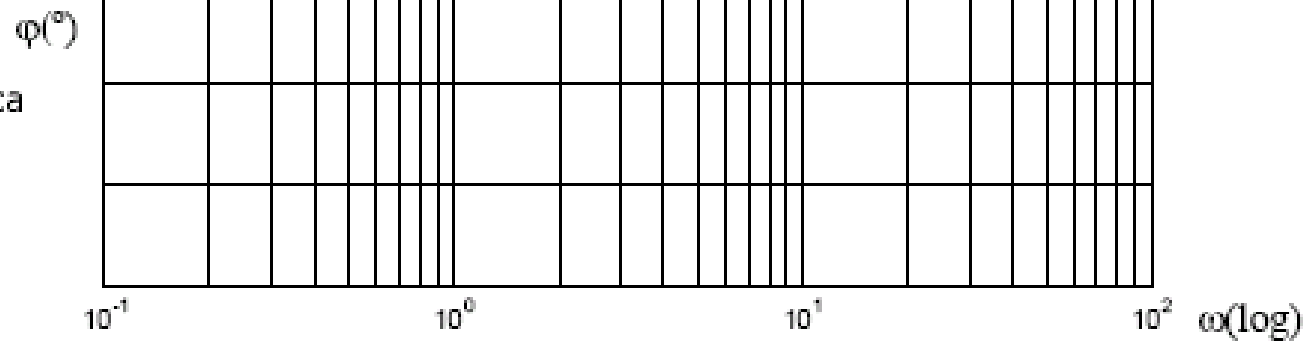
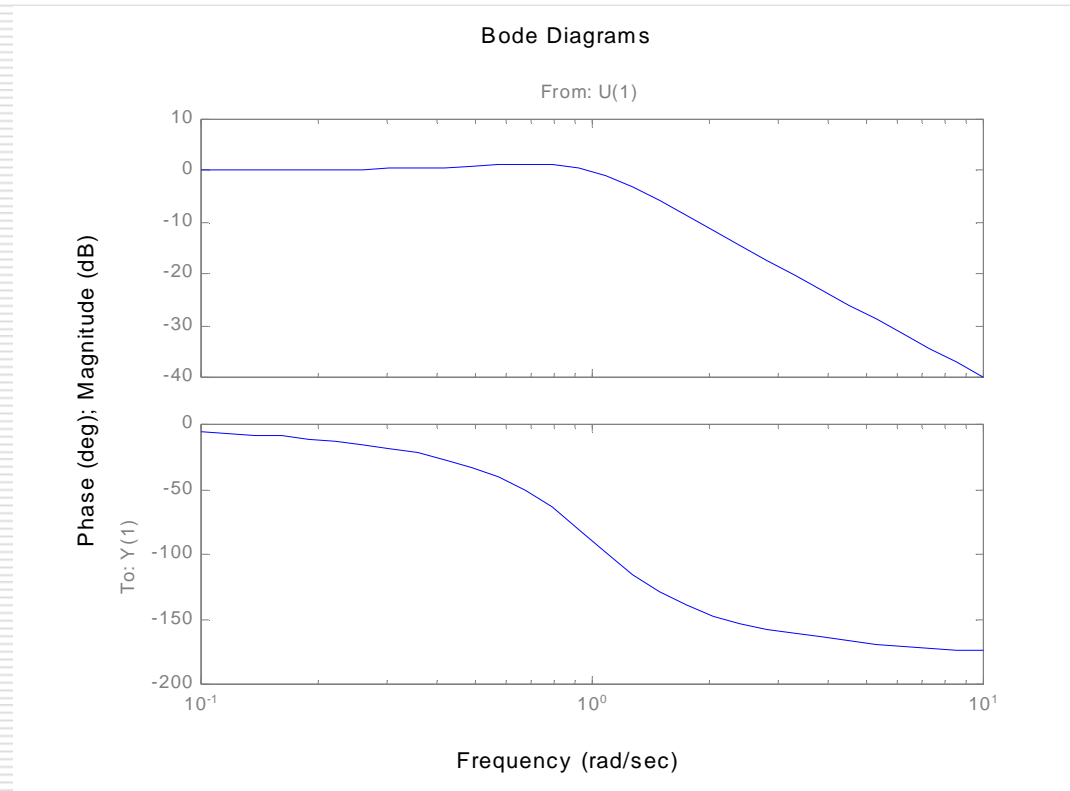


DIAGRAMA DE BODE



$$|G(j\omega)| [dB] = 20 \cdot \log |G(j\omega)|$$

PAPEL SEMILOGARÍTMICO

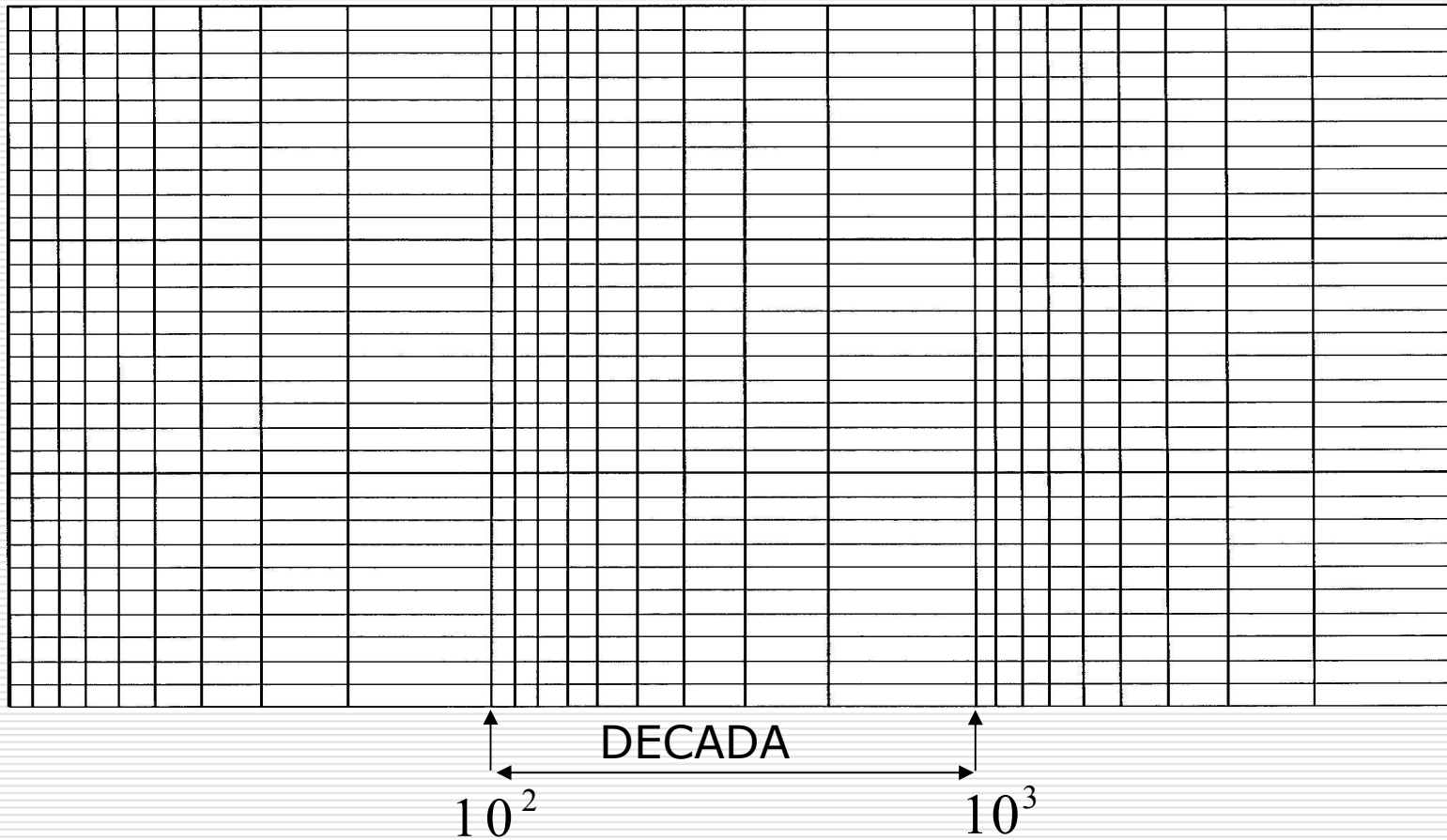


DIAGRAMA DE BODE

- El diagrama de Bode se puede obtener como suma de los diagramas de Bode de cada uno de los factores de la función de transferencia

$$G(s) = k \frac{\prod (s - z_i)}{\prod (s - p_i)}$$

$$G(j\omega) = k \frac{\prod (j\omega - z_i)}{\prod (j\omega - p_i)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |G(j\omega)| = |k| \frac{\prod |j\omega - z_i|}{\prod |j\omega - p_i|} \\ \arg(G(j\omega)) = \arg(k) + \sum \arg(j\omega - z_i) - \sum \arg(j\omega - p_i) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log |G(j\omega)| = \log |k| + \sum \log |j\omega - z_i| - \sum \log |j\omega - p_i| \\ \arg(G(j\omega)) = \arg(k) + \sum \arg(j\omega - z_i) - \sum \arg(j\omega - p_i) \end{cases}$$

PARÁMETROS EN FRECUENCIA

- **Frecuencia de corte:** es la frecuencia a la cual la magnitud de la respuesta en frecuencia cae 3db con respecto a su magnitud a bajas frecuencias.
 - **Ancho de banda:** es el rango de frecuencias en el que la magnitud de la respuesta no desciende 3db con respecto a su magnitud a bajas frecuencias.
 - **Pico de resonancia:** es el valor máximo de la magnitud de la respuesta en frecuencia.
 - **Frecuencia de resonancia:** es la frecuencia a la que se produce el pico de resonancia.
-

PARÁMETROS EN FRECUENCIA

