FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Función de Transferencia.

1. Definición.
2. Obtención de la Función de Transferencia.
3. Respuesta Impulsional.

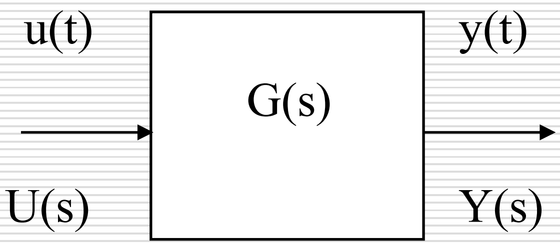
Dolores Blanco, Ramón Barber, María Malfaz y Miguel Ángel Salichs

Bibliografía

- Ogata, K., "Ingeniería de control moderna", Ed. Prentice-Hall.
  - Capítulos 3
- Dorf, R.C., "Sistemas modernos de control", Ed. Addison-Wesley.
  - Capítulo
- Kuo, B.C.,"Sistemas de control automático", Ed. Prentice Hall.
  - Capítulo 3
- F. Matía y A. Jiménez, “Teoría de Sistemas”, Sección de Publicaciones Universidad Politécnica de Madrid
  - Capítulo 4

Función de Transferencia

- Modelo matemático de los sistemas.
- Relación entre la salida y la entrada de un sistema.
- Modelado utilizando la transformada de Laplace.



$$\boxed{G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}}$$

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Si el sistema es lineal (o se ha linealizado) entonces

$$a_0 u(t) + a_1 \frac{du(t)}{dt} + a_2 \frac{d^2u(t)}{dt^2} + \ldots = b_0 y(t) + b_1 \frac{dy(t)}{dt} + b_2 \frac{d^2y(t)}{dt^2} + \ldots$$

Aplicando la transformada de Laplace, considerando que el sistema está en equilibrio para t<0:

$$a_0 U(s) + a_1 s U(s) + a_2 s^2 U(s) \ldots = b_0 Y(s) + b_1 s Y(s) + b_2 s^2 Y(s) \ldots$$

$$(a_0 + a_1 s + a_2 s^2 \ldots) U(s) = (b_0 + b_1 s + b_2 s^2 \ldots) Y(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 \ldots}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 \ldots}$$

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

$$G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{a_0+a_1s+a_2s^2+\ldots+a_ms^m}{b_0+b_1s+b_2s^2+\ldots+b_ns^n}$$

- Orden del sistema, *n*
- Polinomio característico,

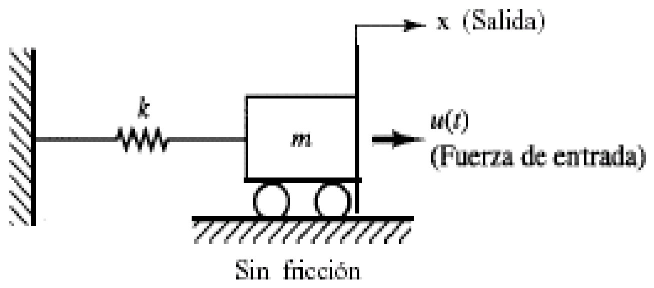
$$p(s)=b_ns^n+b_{n-1}s^{n-1}+\ldots+b_2s^2+b_1s^1+b_0$$

- Polos del sistema = Raíces del polinomio característico
- Ceros del sistema = Raíces del polinomio numerador de la función de transferencia.

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

- Es un modelo matemático.
- Es una propiedad del sistema.
- No proporciona información sobre la estructura física del sistema.
- Se puede establecer estudiando la salida ante entradas conocidas.
- Proporciona una descripción completa de las características dinámicas del sistema.

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA. EJEMPLO



Desplazamiento, $x(t)$
Masa, $m = cte$
Const. elastica, K
Coef. viscoso, f
Fuerza, $u(t)$

$$u(t) = K \cdot x(t) + f\frac{dx(t)}{dt} + M\frac{dx^2(t)}{dt^2}$$

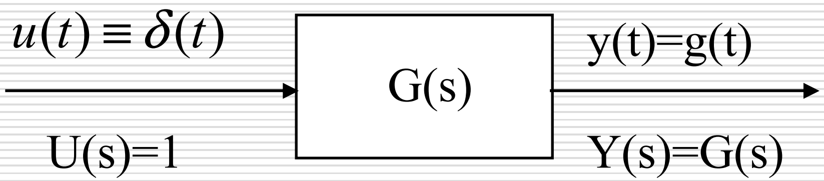
$$U(s) = K \cdot X(s) + f \cdot s \cdot X(s) + m \cdot s^2 \cdot X(s)$$

$$U(s) = (K + f \cdot s + m \cdot s^2) \cdot X(s)$$

$$G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{1}{K + f \cdot s + m \cdot s^2}$$

RESPUESTA IMPULSIONAL

Si la entrada es un impulso



$$u(t) = \delta(t) \Rightarrow U(s) = 1$$

$$Y(s) = G(s)U(s) = G(s)$$

$$y(t) = g(t)$$

RESPUESTA IMPULSIONAL

- Respuesta del sistema ante una entrada u(t):

$$L[u(t)] \rightarrow U(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \Rightarrow Y(s) = G(s) \cdot U(s)$$

$$y(t) = L^{-1}\left[G(s) \cdot U(s)\right]$$

Utilizando la respuesta impulsional

$$Para: u(t) \equiv \partial(t) \rightarrow U(s) = 1$$

$$Y(s) = G(s) \cdot U(s) = G(s)$$

$$y(t) = g(t), \quad g(t) = L^{-1}[G(s)]$$

$$y(t) = g(t) * u(t)$$