ANÁLISIS TEMPORAL

Introducción al análisis temporal.

1. Sistemas de primer orden.
2. Respuesta impulsional de sistemas de primer orden.
3. Respuesta ante señales escalón y rampa de sistemas de primer orden.

Bibliografía

- Ogata, K., "Ingeniería de control moderna", Ed. Prentice-Hall.
  - Capítulo 5
- Dorf, R.C., "Sistemas modernos de control", Ed. Addison-Wesley.
  - Capítulo
- F. Matía y A. Jiménez, “Teoría de Sistemas”, Sección de Publicaciones Universidad Politécnica de Madrid
  - Capítulo 5

SISTEMAS DE PRIMER ORDEN

- Sistema dinámico más sencillo: ecuación diferencial con una única derivada.

$$T\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=K\cdot u(t)$$

- Aplicando la transformada de Laplace:

$$T\cdot s\cdot Y(s)+Y(s)=K\cdot U(s)$$

- A partir de esta expresión se obtiene la función de transferencia para un sistema de primer orden:

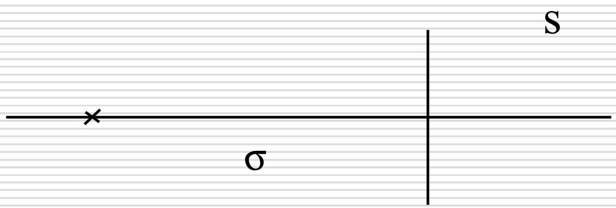
$$\boxed{G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{k}{1+Ts}}$$

SISTEMAS DE PRIMER ORDEN

- Parámetros característicos de un sistema de primer orden

$$T\dot{y}(t) + y(t) = ku(t)$$

$$G(s) = \frac{k}{1 + Ts}$$

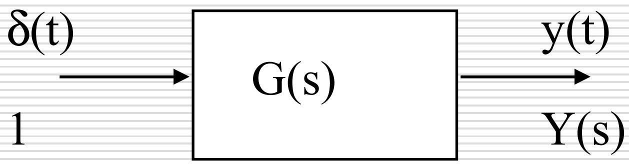


k = Ganacia estática.

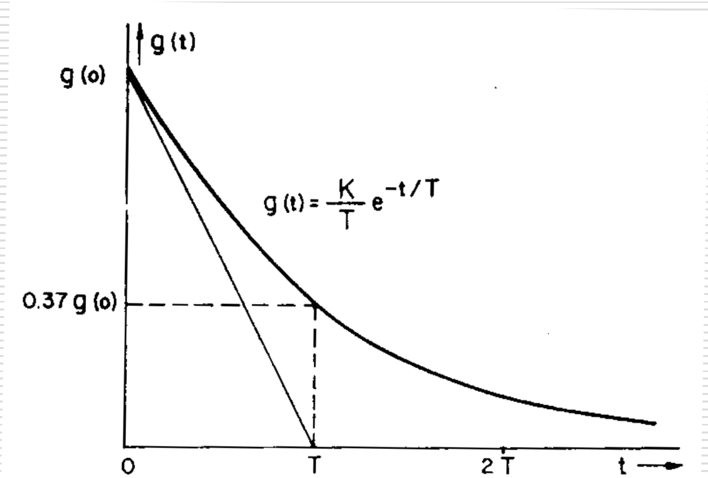
T = Constante de tiempo.

$$\sigma = \frac{1}{T} = \text{Factor de decrecimiento.}$$

RESPUESTA IMPULSIONAL



$$y(t) = g(t) = L^{-1}\left(\frac{K}{1+Ts}\right) = \frac{k}{T}e^{-t/T} \qquad t \geq 0$$



Dolores Blanco, Ramón Barber, María Malfaz y Miguel Ángel Salichs

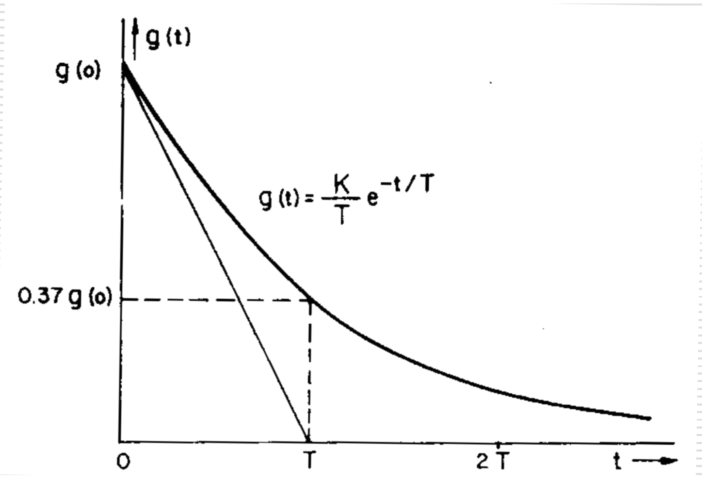
RESPUESTA IMPULSIONAL

$$y(t) = g(t) = L^{-1}\left(\frac{K}{1+Ts}\right) = \frac{k}{T}e^{-t/T} \qquad t \geq 0$$

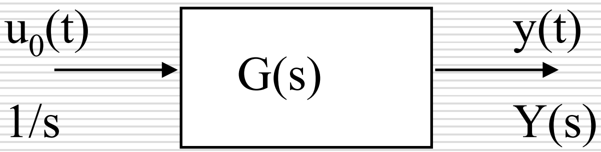
$$g(0) = \frac{k}{T}$$

$$g(T) = \frac{k}{T}e^{-\frac{T}{T}} = \frac{k}{T}e^{-1} = 0.37\frac{k}{T} = 0.37\,g(0)$$

$$\dot{g}(0) = -\frac{k}{T^2} = -\frac{k/T}{T}$$

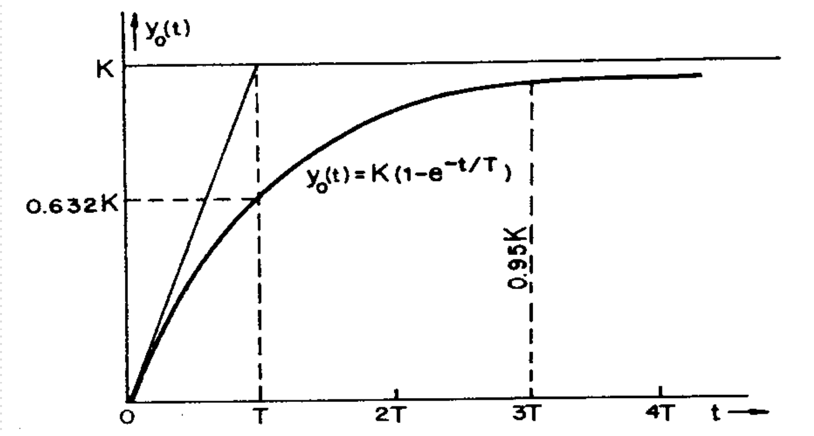


RESPUESTA A ESCALÓN



$$y(t) = L^{-1}\left(\frac{G(s)}{s}\right) = L^{-1}\left(\frac{k}{s(1+Ts)}\right) = k L^{-1}\left(\frac{1}{s} - \frac{T}{1+Ts}\right) =$$

$$= k\left(1 - e^{-t/T}\right) \qquad t \geq 0$$



$$y'(0) = \frac{k}{T}$$

$$t_s \approx \frac{\pi}{\sigma}$$

RESPUESTA A ESCALÓN

$$y(t) = k(1 - e^{-t/T})\ t \geq 0$$

$$y(T) = k(1 - e^{-\frac{T}{T}}) = k(1 - e^{-1}) = 0.632k$$

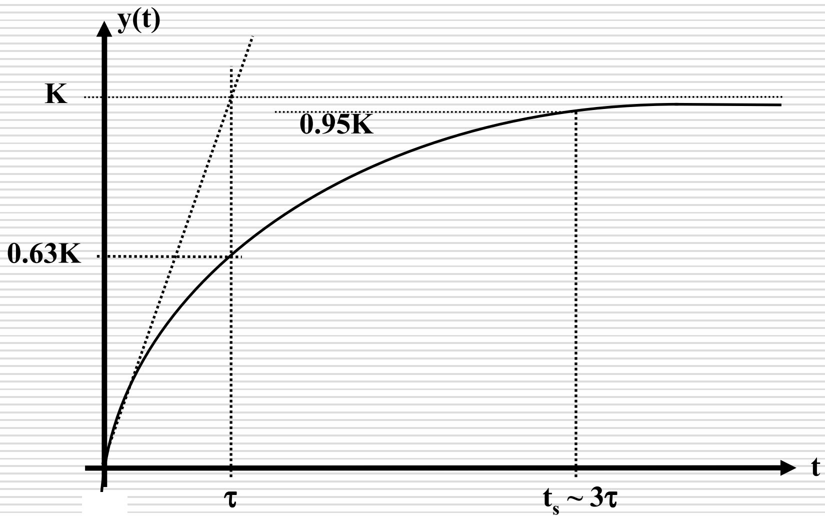
Pendiente en el origen

$$y'(0) = \frac{k}{T}$$

Tiempo de estabilización

$$0,95\,k = k(1 - e^{-\frac{t_s}{T}})$$

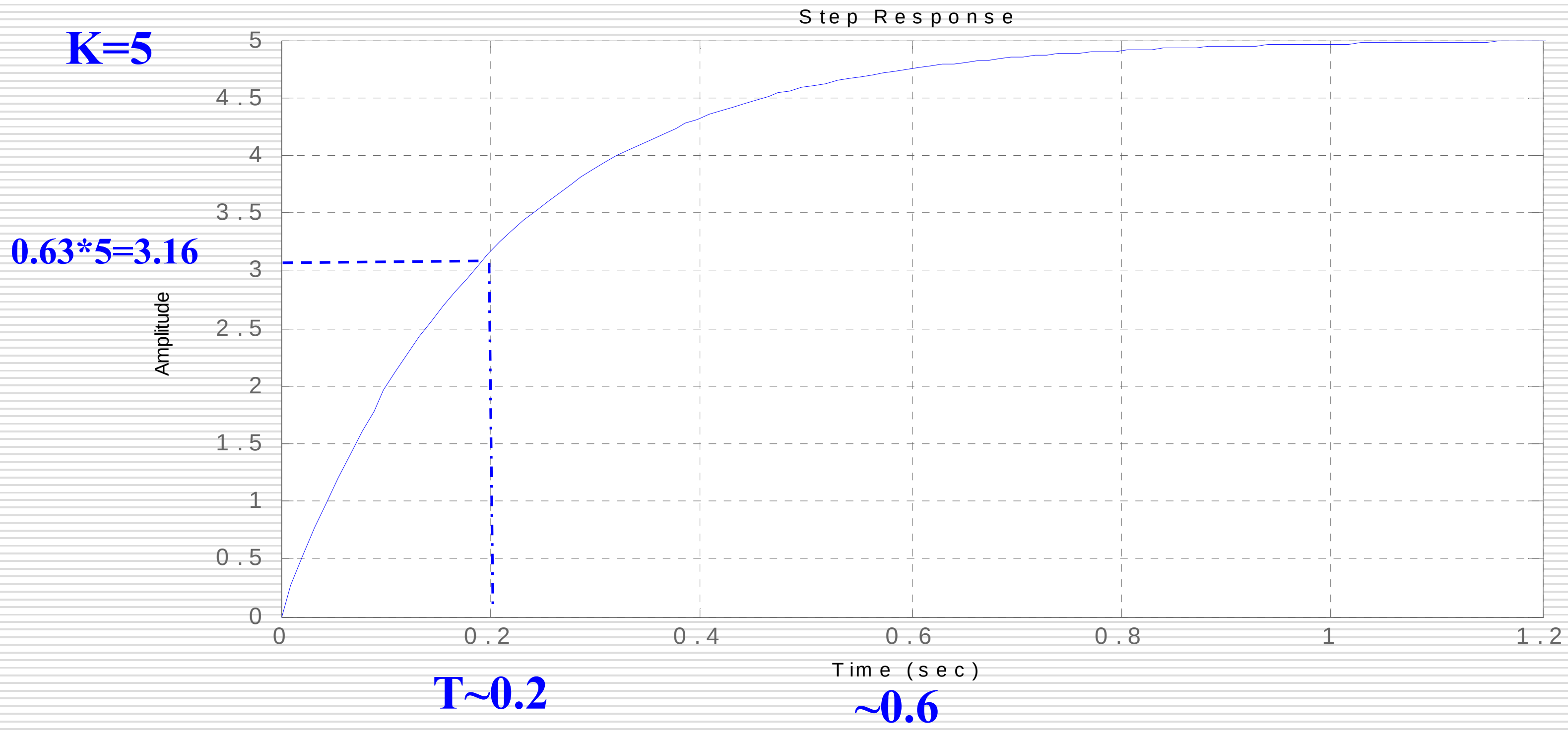
$$t_s \approx 3T \approx \frac{\pi}{\sigma}$$



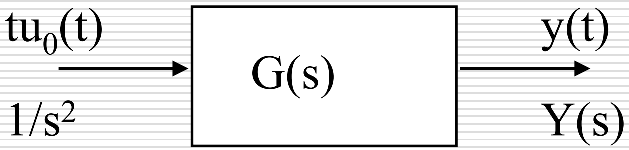
RESPUESTA A ESCALÓN

$$G(s)=\frac{k}{1+Ts}$$

$$Ej.: G(s)=\frac{5}{1+0.2s}$$



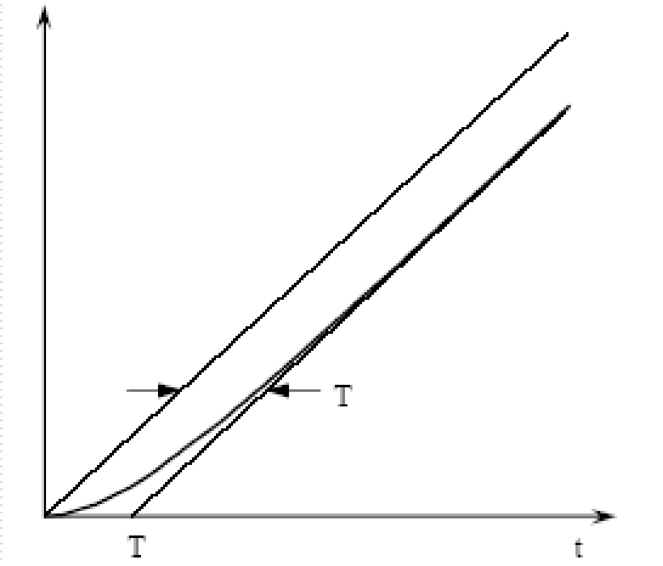
RESPUESTA ANTE RAMPA



$$y(t) = L^{-1}\left(\frac{G(s)}{s^2}\right) = L^{-1}\left(\frac{k}{s^2(1+Ts)}\right) = kL^{-1}\left(-\frac{T}{s} + \frac{1}{s^2} + \frac{T^2}{1+Ts}\right) =$$

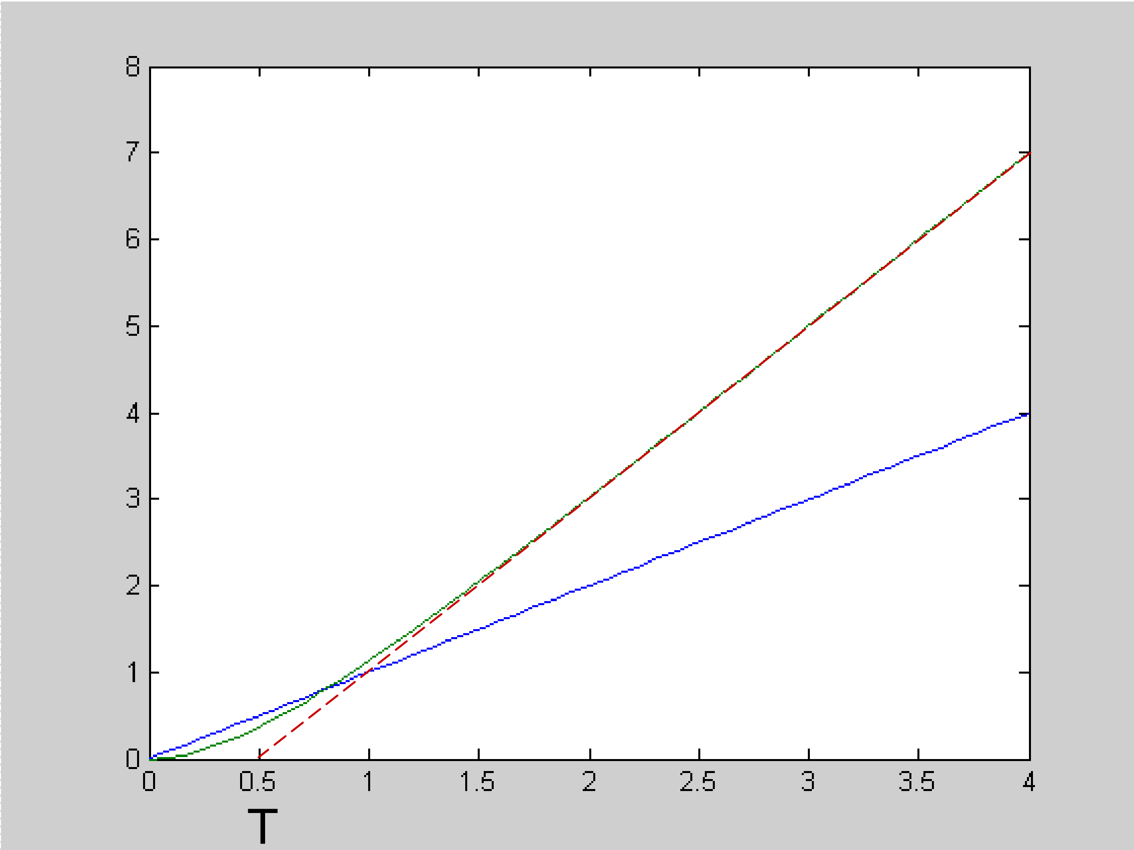
$$y(t) = k(-T + t + Te^{-t/T})$$

$$y(t) = k(t - T) + kTe^{-t/T} \quad t \geq 0$$



RESPUESTA ANTE RAMPA

$$y(t) = k(t - T) + kTe^{-t/T} \qquad t \geq 0$$



$$G(s) = \frac{2}{0.5s + 1}$$

$$m = \frac{7}{3.5} = 2 \equiv k$$