



Universidad
Carlos III de Madrid

Departamento de Ingeniería Mecánica

RESORTES: → A FLEXIÓN
→ A TORSIÓN

Diseño Mecánico

4º curso de Ingeniería Industrial

RESORTES: USOS Y FUNCIONES

- ❑ **Para almacenar y retornar energía**, como el mecanismo de retroceso de las armas de fuego
- ❑ **Para mantener una fuerza determinada**, como en los actuadores y en las válvulas
- ❑ **Como aislador de vibraciones**, en vehículos
- ❑ **Para retornar o desplazar piezas**, como los resortes de puertas, de pedales, de actuadores mecánicos o de embragues
- ❑ **Como actuadores de cierre o de empuje**, como los resortes neumáticos

Materiales empleados en resortes

- ❑ Aceros de alto contenido en carbono
- ❑ Aceros de aleación inoxidables
- ❑ Bronces y aleaciones de bronces
- ❑ Materiales compuestos
- ❑ Cerámicas
- ❑ Elastómeros

Materiales para los resortes.

Factores a considerar

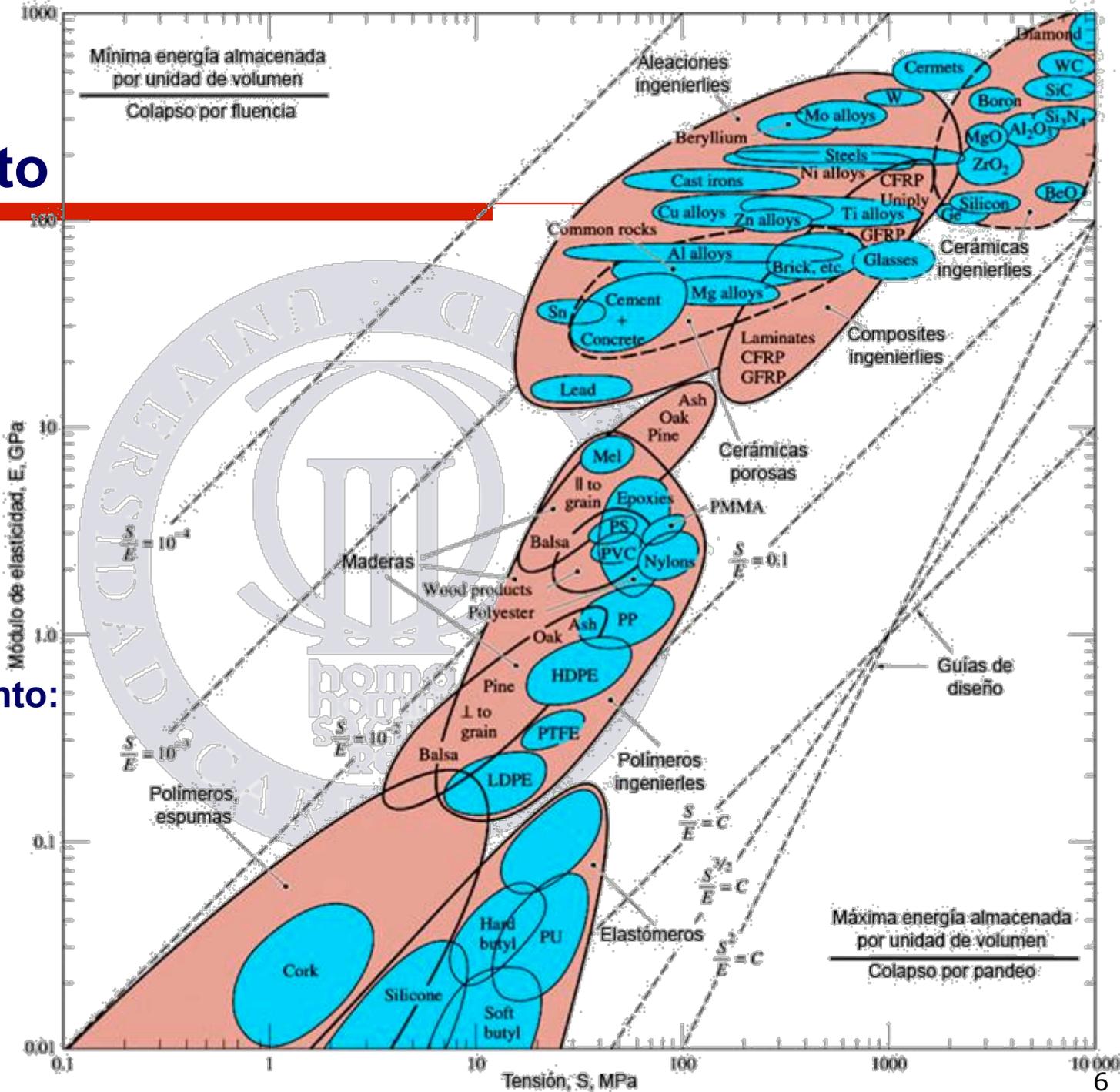
- Resistencia y elasticidad o rigidez
 - Para los metales y polímeros industriales: Resistencia a la fluencia
 - Para los elastómeros: Resistencia al desgarramiento
 - Para materiales compuestos: Resistencia a la Tracción
 - Para resinas fenólicas y maderas: Resistencia a la Tracción

Propiedades de las aleaciones empleadas en resortes

Nombre común	Especificación	Módulo Elástico, E, psi	Módulo de elasticidad cortante, G, psi	Densidad, ρ , lbf/in ³	Máxima temperatura de servicio °F	Principales características
Aceros alto contenido en carbono						
Alambre de piano	ASTM A228	30 x 10 ⁶	11.5 x 10 ⁶	0.283	250	Alta resistencia; excelente vida a la fatiga
Estirado en frío	ASTM A227	30 x 10 ⁶	11.5 x 10 ⁶	0.283	250	Uso general; pobre vida a la fatiga
Aceros inoxidables						
Martensítico	AISI 410, 420	29 x 10 ⁶	11 x 10 ⁶	0.280	500	No satisfactorio para aplicaciones sub-cero
Austenítico	AIAI 301, 302	28 x 10 ⁶	10 x 10 ⁶	0.282	600	Buena resistencia a temperaturas moderadas; baja relajación de esfuerzos
Aleaciones con base cobre						
Latón para resorte	ASTM B134	16 x 10 ⁶	6 x 10 ⁶	0.308	200	Bajo costo; alta conductividad; propiedades mecánicas deficientes
Bronce fosforado	ASTM B159	15 x 10 ⁶	6.3 x 10 ⁶	0.320	200	Capacidad para soportar flexiones repetidas; aleación muy común.
Cobre al berilio	ASTM B197	19 x 10 ⁶	6.5 x 10 ⁶	0.297	400	Alta resistencia elástica y a la fatiga; Templable
Aleaciones con base níquel						
Inconel 600	-	31 x 10 ⁶	11 x 10 ⁶	0.307	600	Buena resistencia; Alta resistencia a la corrosión
Inconel X-750	-	31 x 10 ⁶	11 x 10 ⁶	0.298	1100	Endurecimiento por precipitación; para altas temperaturas
Ni-Span C	-	27 x 10 ⁶	9.6 x 10 ⁶	0.294	200	Módulo constante sobre un amplio rango de temperatura

Índice de Rendimiento

$$\frac{S}{E}$$



Índice de Rendimiento:

- Polímeros: 0.01–0.1
- Metales: 0.001–0.01
- Compuestos: 0.01
- Madera: 0.01
- Elastómeros: 0.1-1.0

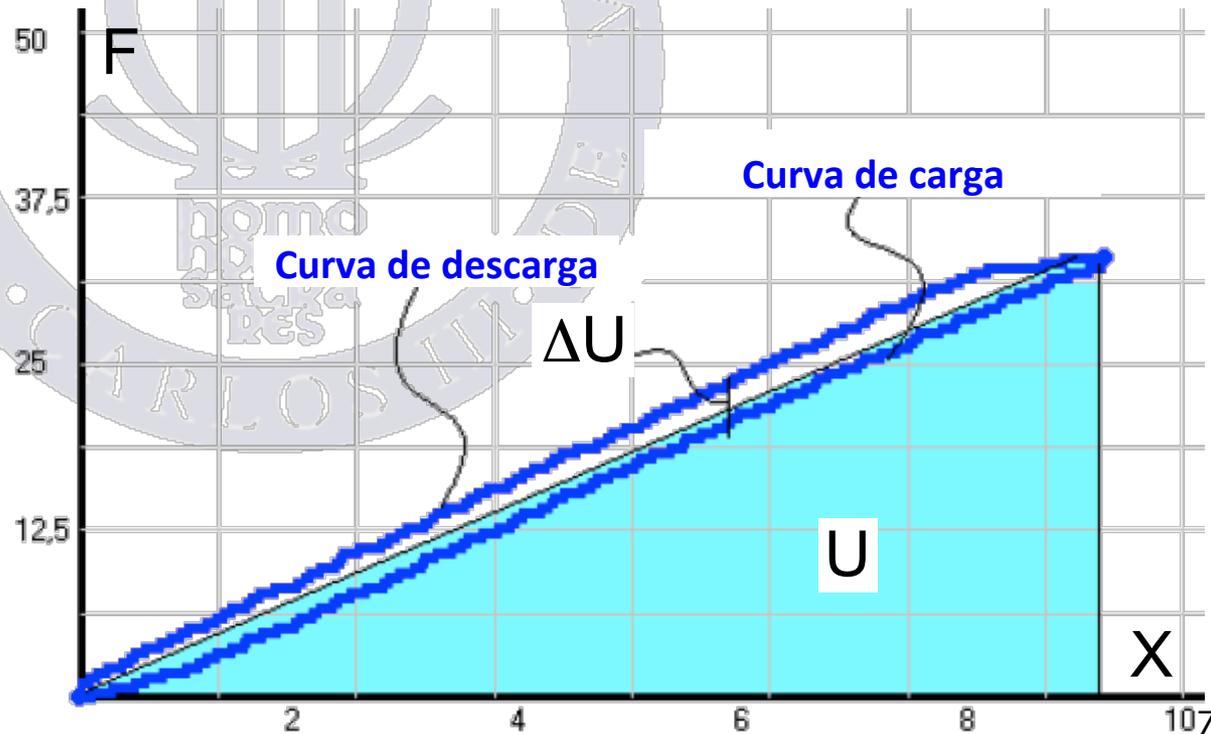
Curva Tensión-Deformación. COEFICIENTE DE PÉRDIDA

- ❑ **Curva Tensión-Deformación** unitaria para un ciclo completo de carga.
- ❑ El **coeficiente de pérdida** es el indicador de la pérdida de energía por ciclo

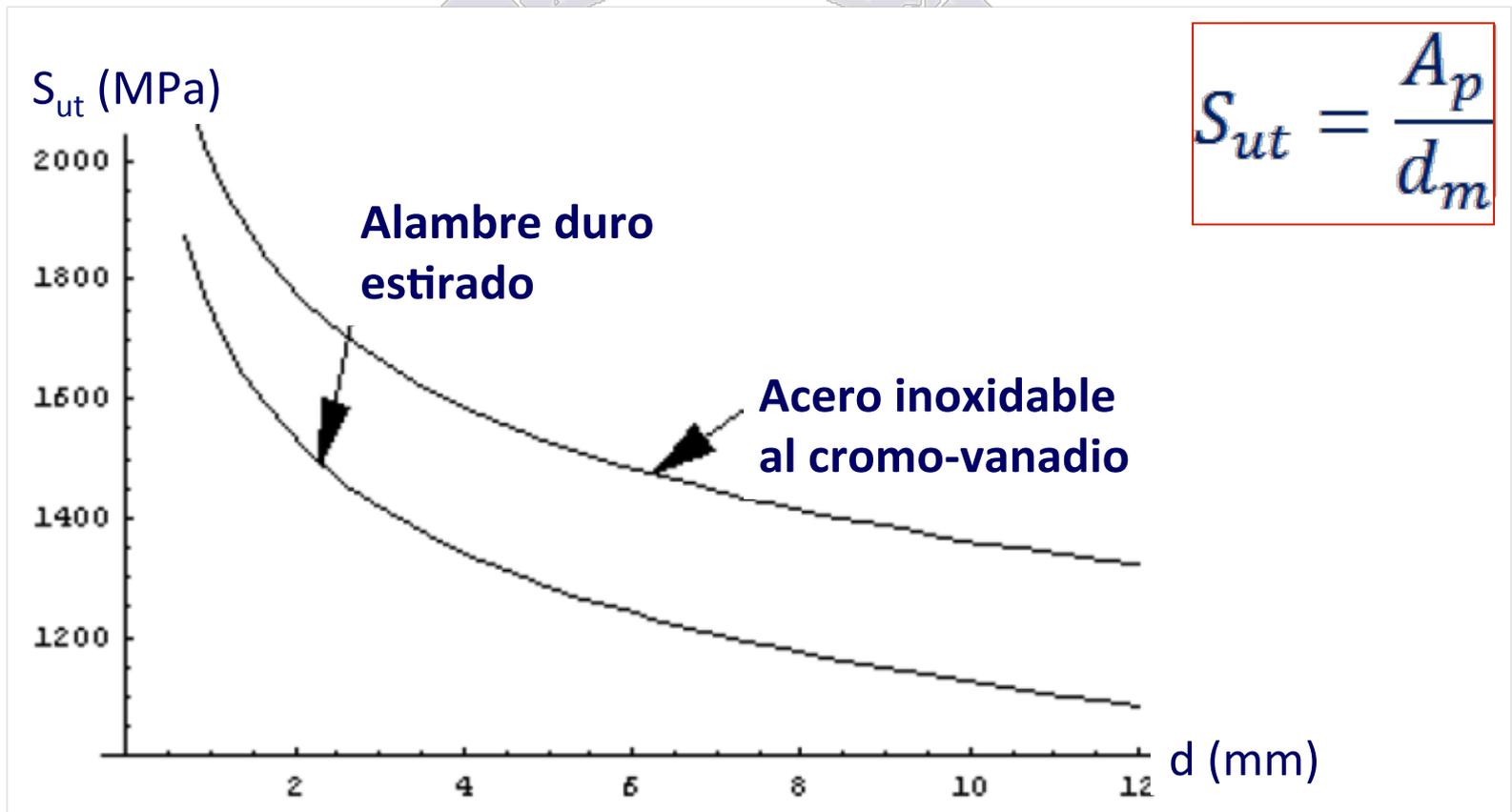
$$\Delta_v = \frac{\Delta U}{2U}$$

ΔU Cambio de energía en un ciclo.

U Energía elástica almacenada.



Curvas de materiales: Rotura – Diámetro del alambre



$$S_{ut} = \frac{A_p}{d_m}$$

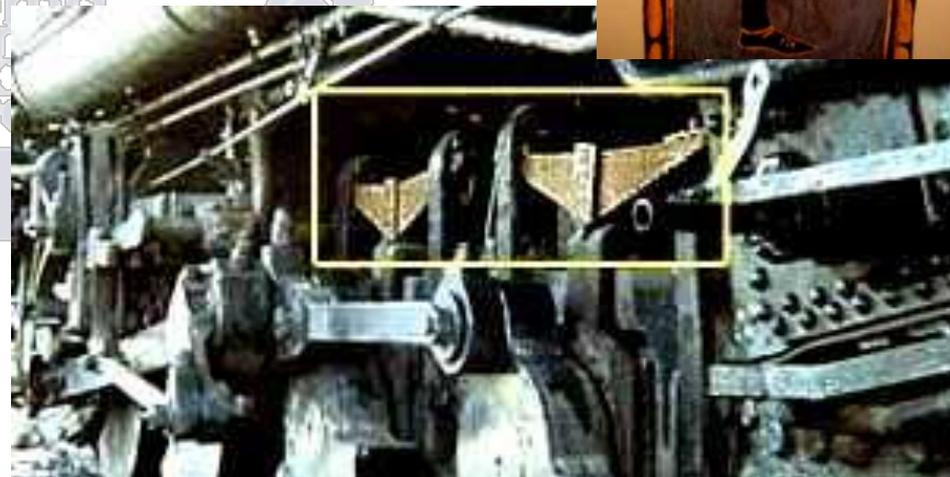
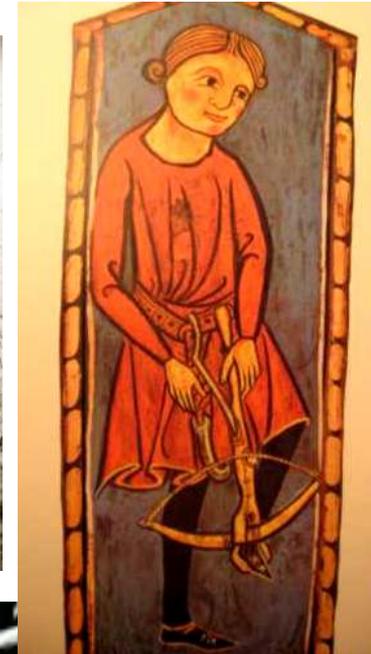
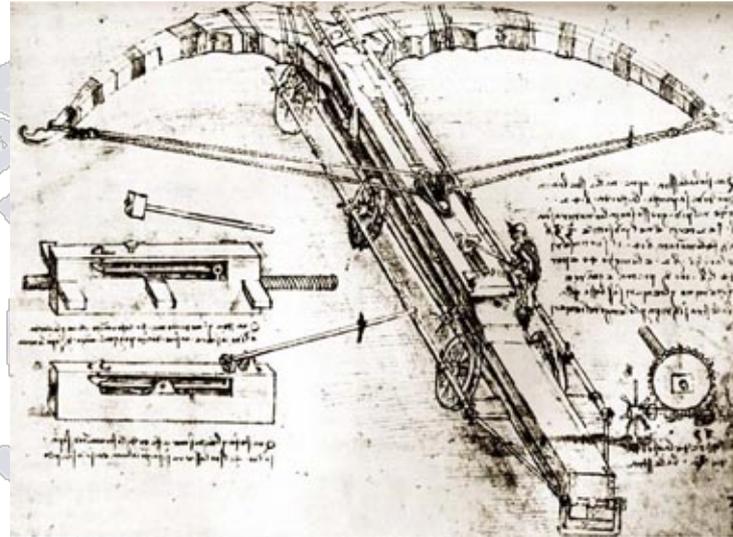
RESORTES

TIPOS

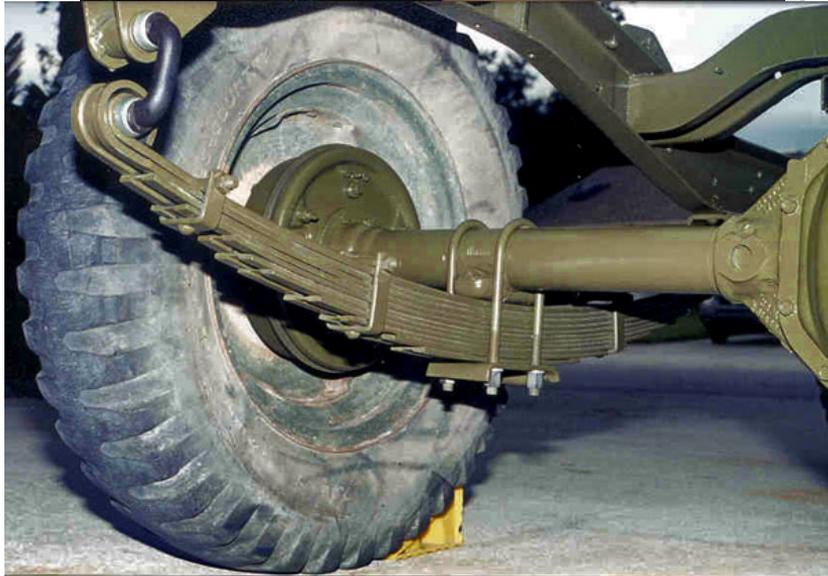
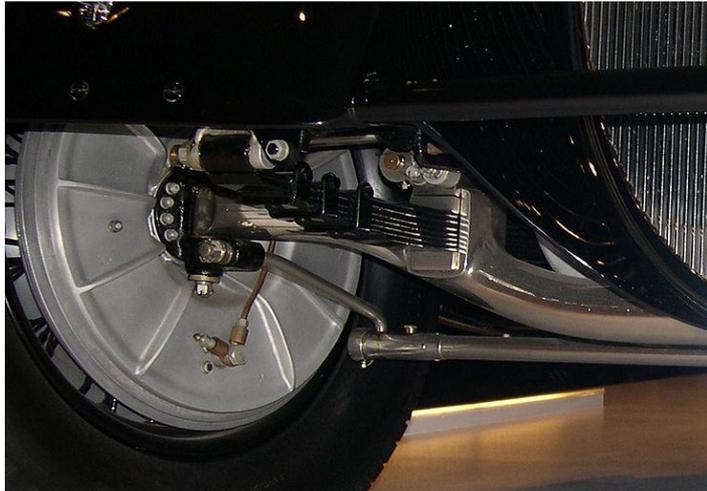
- ▣ DE LÁMINAS ≡ **BALLESTAS**
- ▣ DE TORSIÓN



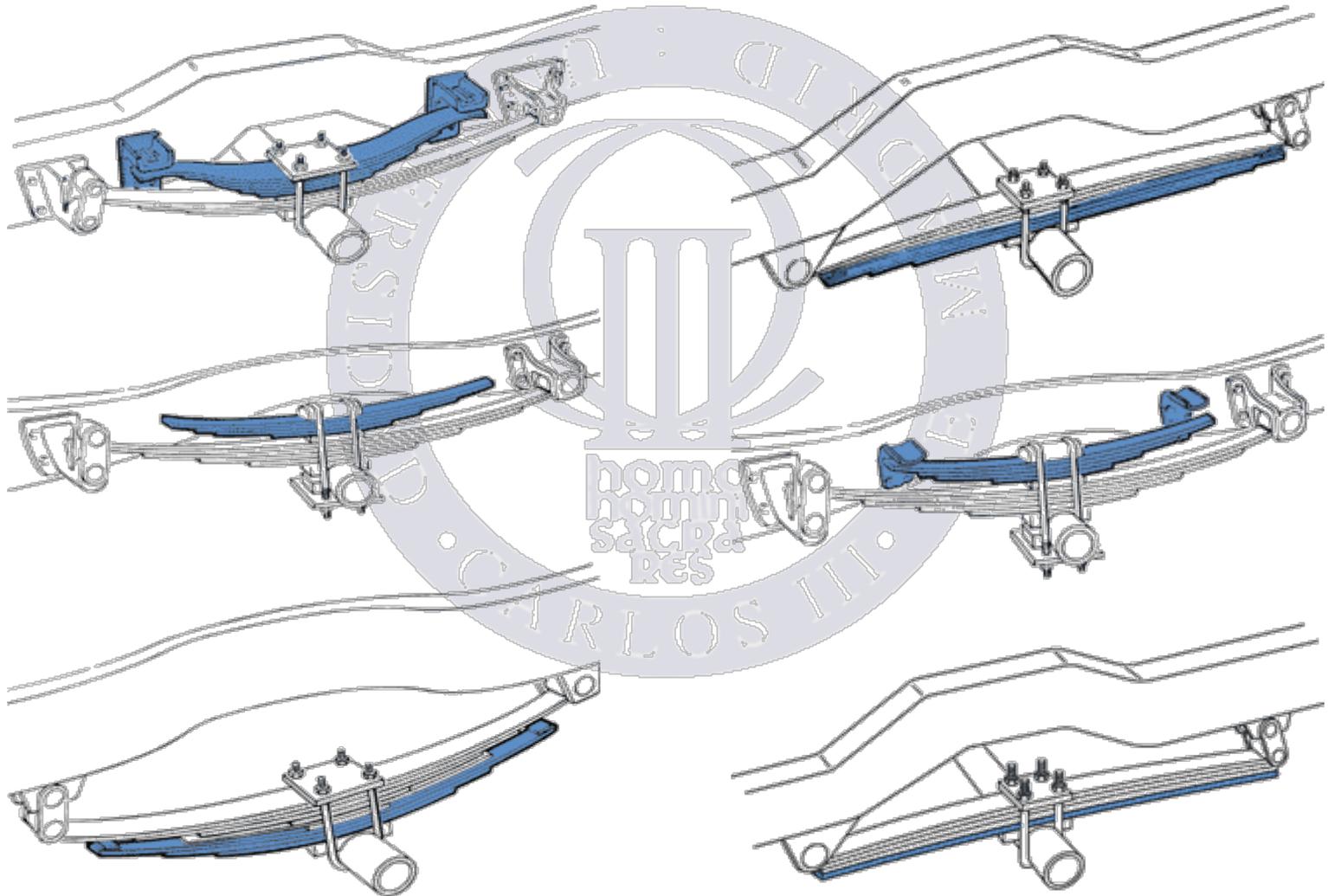
RESORTES DE LÁMINAS



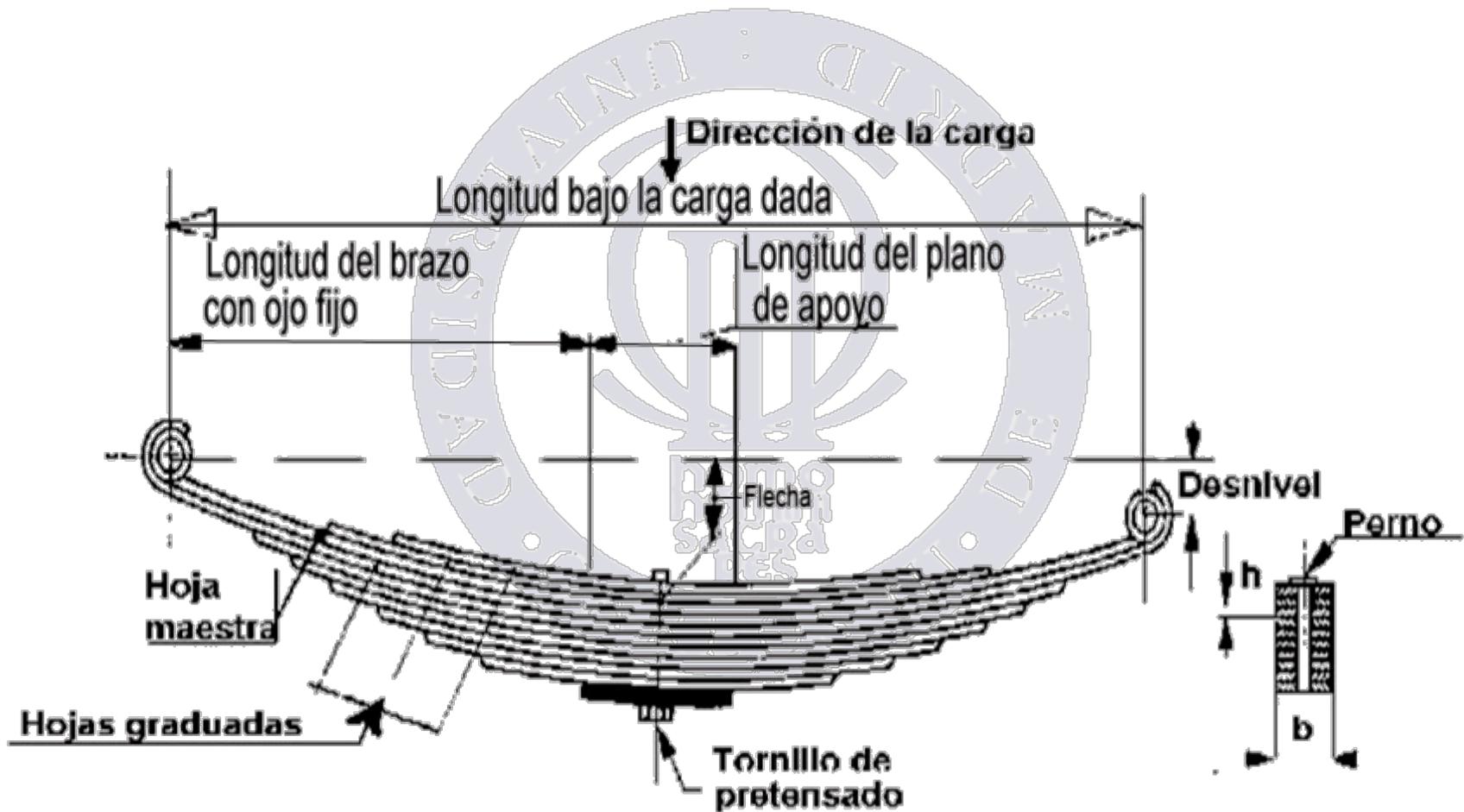
RESORTES DE LÁMINAS: BALLESTAS



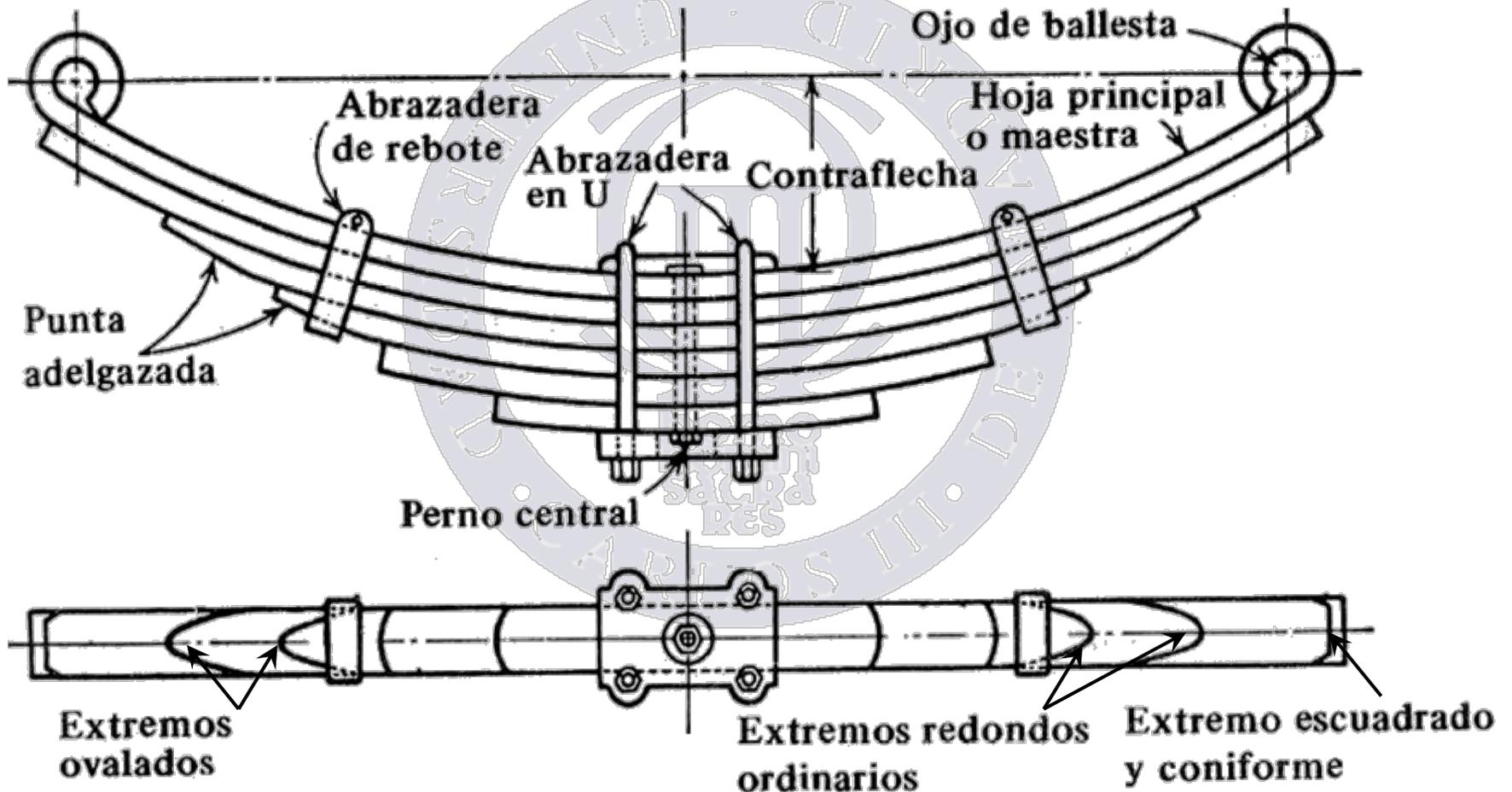
RESORTES DE LÁMINAS: BALLESTAS



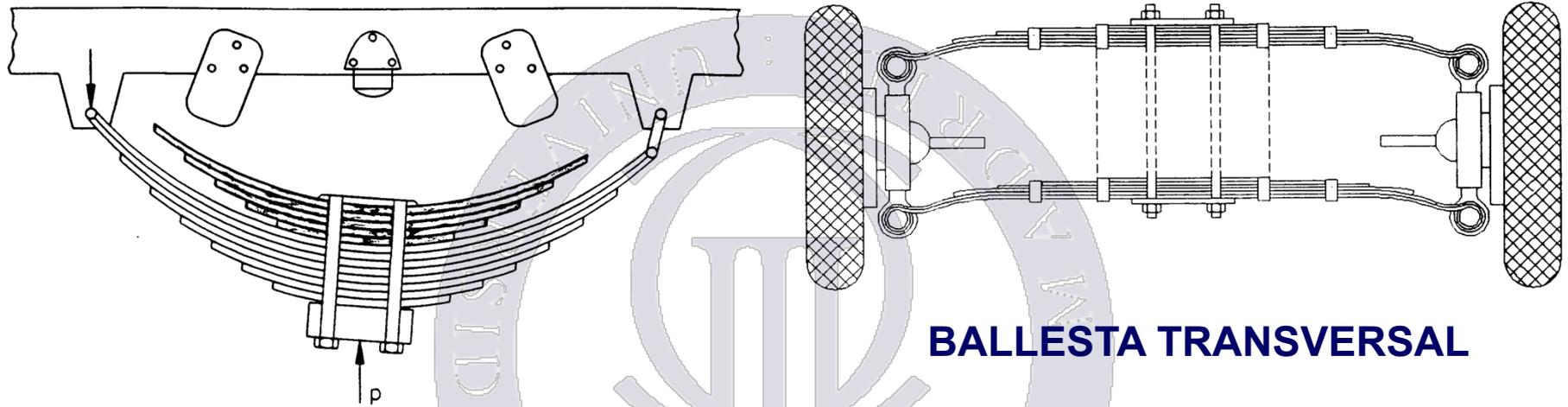
RESORTES DE LÁMINAS: BALLESTAS



RESORTES DE LÁMINAS: BALLESTAS

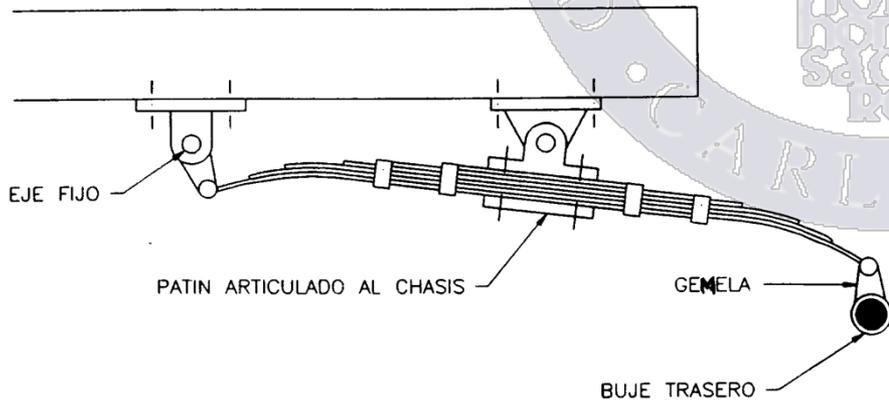


RESORTES DE LÁMINAS: BALLESTAS

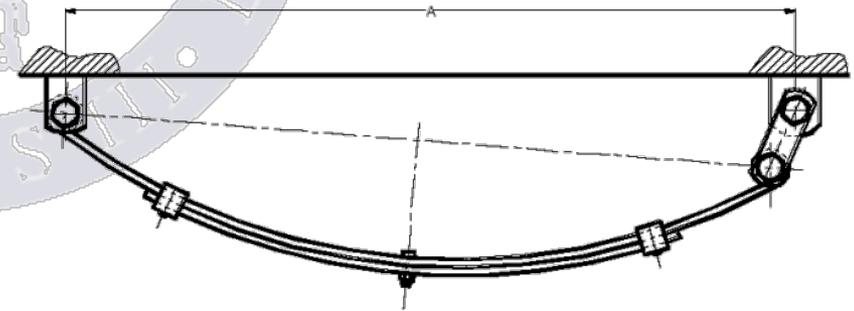


BALLESTA TRANSVERSAL

BALLESTA Y BALLESTIN

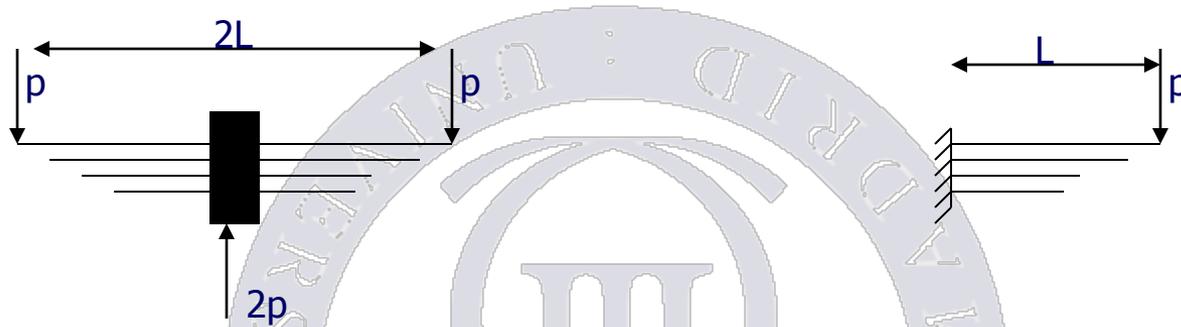


BALLESTA CANTILEVER



BALLESTA SEMI-ELIPTICA

RESORTES A FLEXIÓN

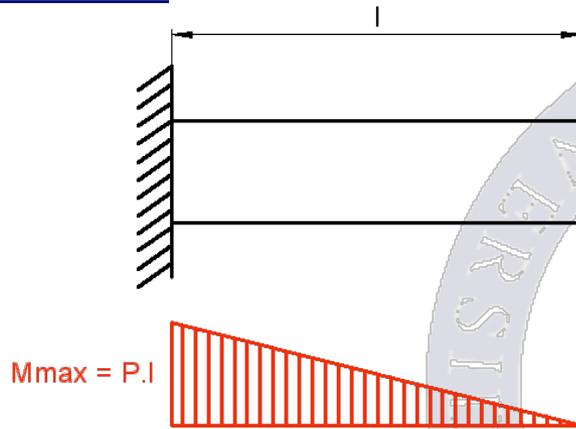


Dos hipótesis de trabajo:

1. Como sólido compacto (viga)
2. Como sólido de “n” láminas

Estudio como sólido compacto

TENSIÓN

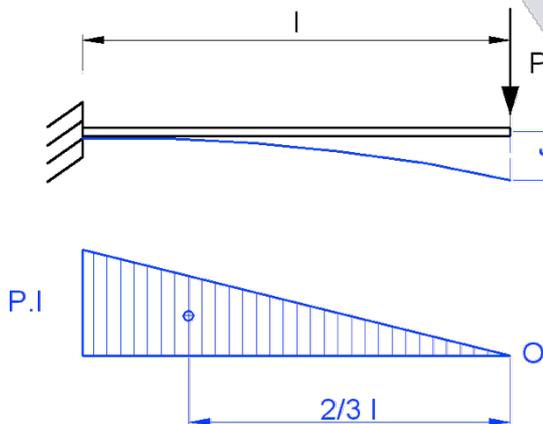


$$W = \frac{b h^2}{6} \quad I = \frac{b h^3}{12}$$

$$\sigma_{MAX} = \frac{\text{MOMENTO FLECTOR}}{\text{MODULO RESISTENTE}} = \frac{M}{W}$$

$$\sigma_{MAX} = \frac{M}{W} = \frac{6Pl}{b h^2}$$

DEFORMACIÓN



$$f = \text{DEFORMACIÓN} = \frac{\text{MOMENTO ESTÁTICO}}{E I}$$

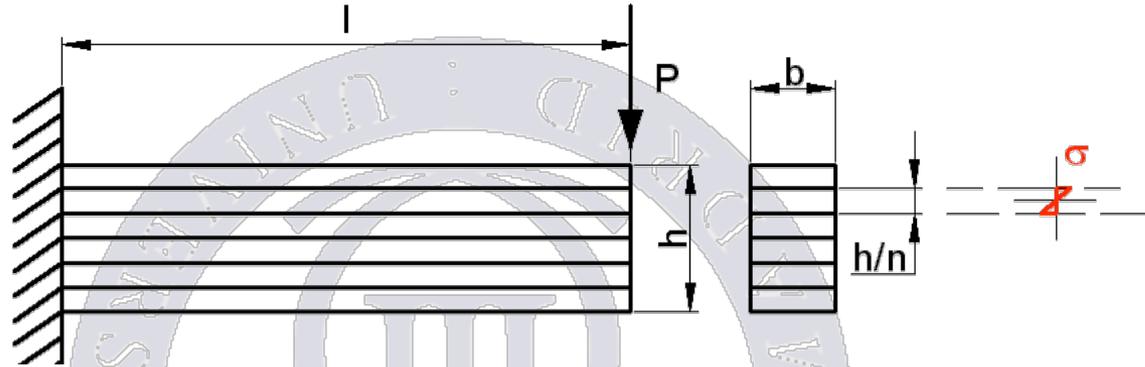
$$M_{EST.}^0 = \frac{Pl^2}{2} \cdot \frac{2}{3} l = \frac{Pl^3}{3} \quad \rightarrow \quad f = \frac{Pl^3}{3EI}$$

$$\text{con } I = \frac{b h^3}{12} \quad \rightarrow \quad f = \frac{4Pl^3}{E b h^3}$$

$$\frac{1}{k} = \text{FLEXIBILIDAD} = \frac{\text{DEFORMACIÓN}}{\text{CARGA}} = \frac{4l^3}{E b h^3}$$

Estudio como sólido de “n” láminas (I)

TENSIÓN



CARGA UNITARIA (por lámina) =

$$I_i = \frac{b h^3}{12 n^3}$$

→

$$W_i = \frac{b h^2}{6 n^2}$$

$$M_i = \frac{P l}{n}$$

$$\sigma_{MAX}^i = \frac{M_i}{W_i} = \frac{6 P l}{b h^2} n$$

DEFORMACIÓN de una lámina = DEFORMACIÓN TOTAL

$$f_i = f_{TOTAL} = \frac{4 P l^3}{E b h^3} n^2$$

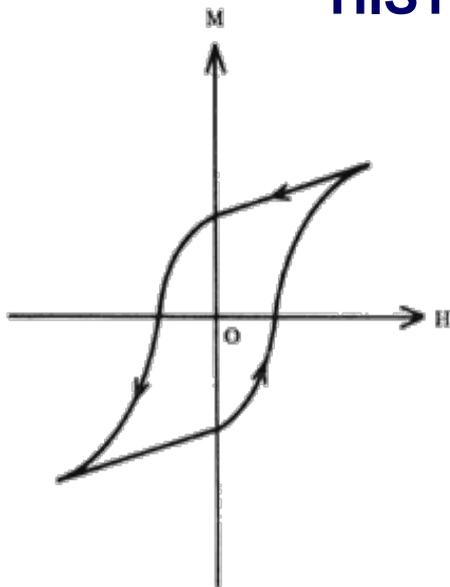
$$FLEXIBILIDAD = \frac{1}{k} = \frac{4 l^3}{E b h^3} n^2$$

Estudio como sólido de “n” láminas (II)

SE DEDUCE:

- “A IGUALDAD DE CARGA Y PESO”, EL RESORTE DE n LÁMINAS:
 - SE TENSIONA **n** VECES MÁS
 - SE DEFORMA **n²** VECES MÁS

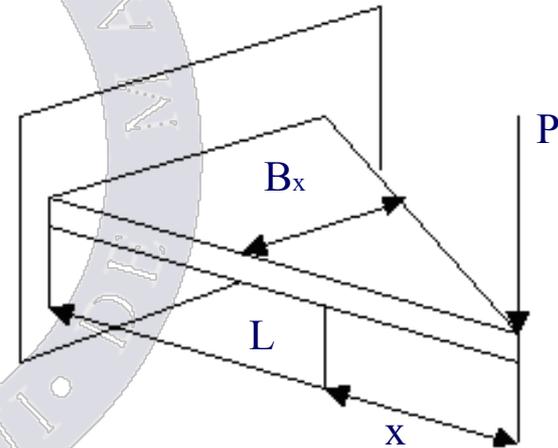
HISTÉRESIS: Debida al rozamiento entre láminas



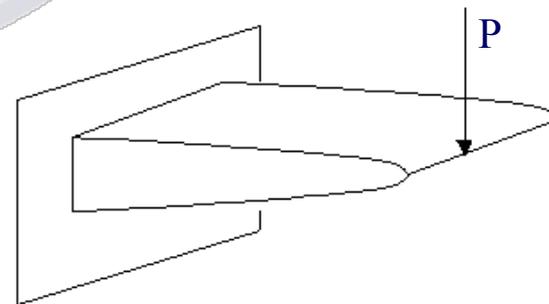
SÓLIDOS DE TENSIÓN CONSTANTE

- En los casos anteriores, la σ_{\max} era creciente hacia el empotramiento
- Se requiere un sólidos que tenga una σ_{\max} constante. Dos opciones:

1. Un sólido de ESPESOR CONSTANTE y ancho variable ($h=\text{cte}$, $b=f(x)$)



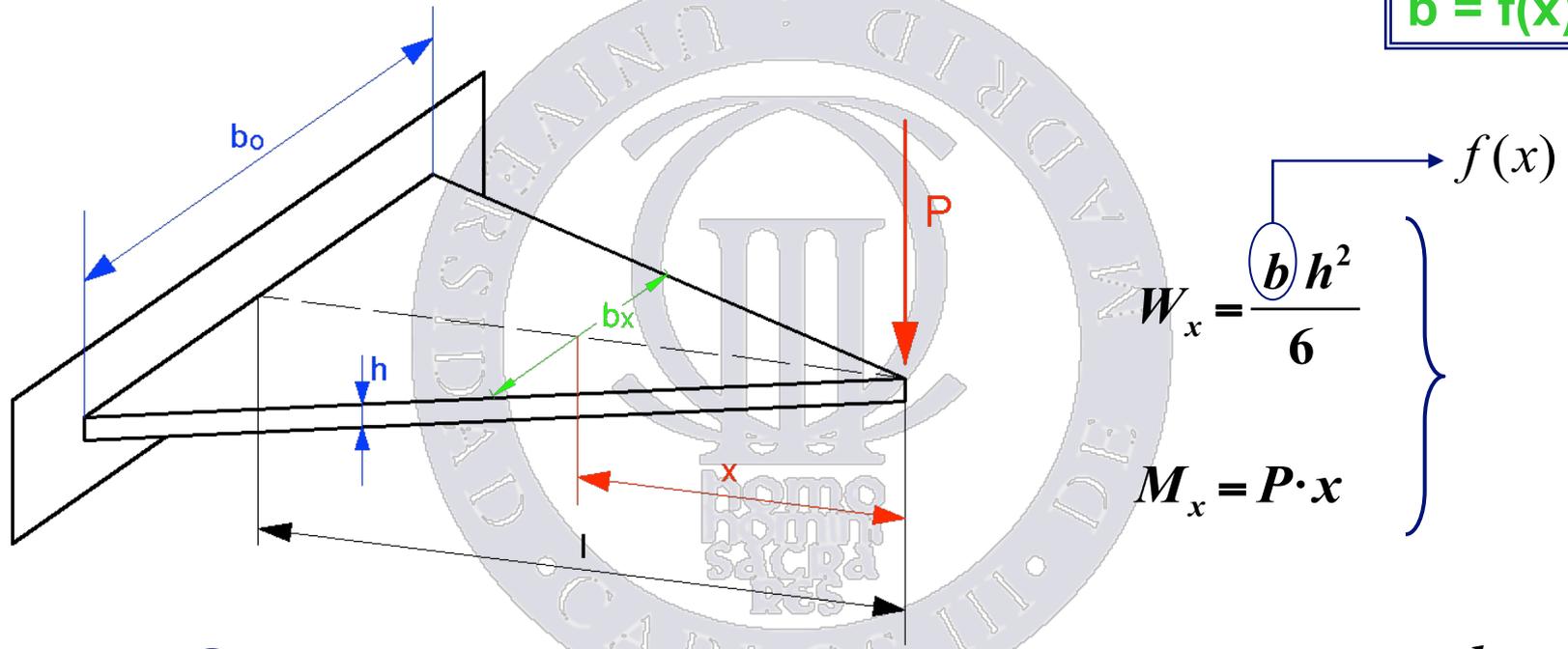
2. Un sólido de ANCHO CONSTANTE y espesor variable ($h=f(x)$, $b=\text{cte}$)



Obtención de sólidos con $\sigma_{MÁXIMA}$ constante

1º) SÓLIDO DE **ESPESOR CONSTANTE** Y ANCHO VARIABLE

$$\begin{aligned} h &= \text{cte.} \\ b &= f(x) \end{aligned}$$



$$\sigma_x = \frac{M}{W} = \frac{6P}{h^2} \frac{x}{b_x}$$

Cte.

$$\text{Si } \sigma_x = \text{cte} \Rightarrow \frac{x}{b_x} = \text{cte} \Rightarrow \boxed{b_x = k \cdot x} = \frac{b_0}{l} x$$

VARIACIÓN LINEAL
FORMA TRIANGULAR

Obtención de sólidos con $\sigma_{MÁXIMA}$ constante

RESULTA:

TENSIÓN MÁXIMA:

$$\sigma_{\max} = \frac{6Pl}{b_o h^2}$$

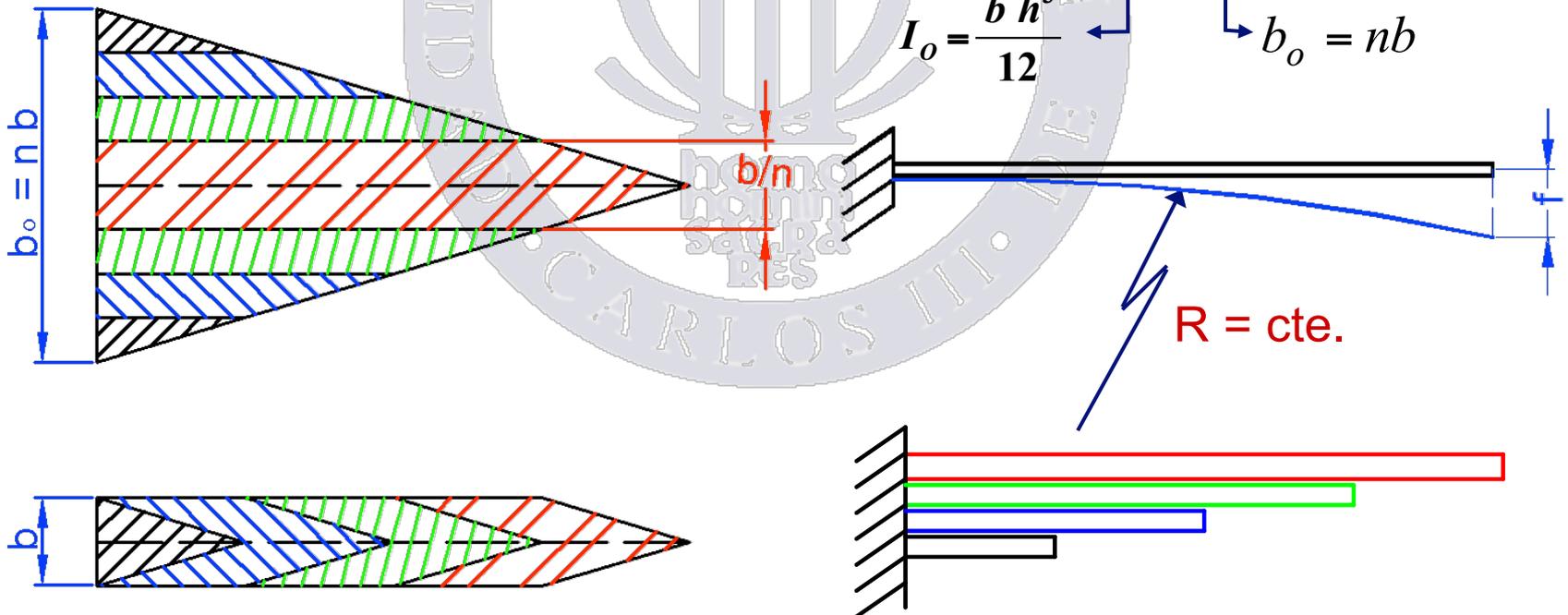
$$b_o = nb$$

DEFORMACIÓN EN EL EXTREMO:

$$f = \frac{Pl^3}{2EI_o} = \frac{6Pl^3}{b_o h^3}$$

$$I_o = \frac{b h^3}{12}$$

$$b_o = nb$$

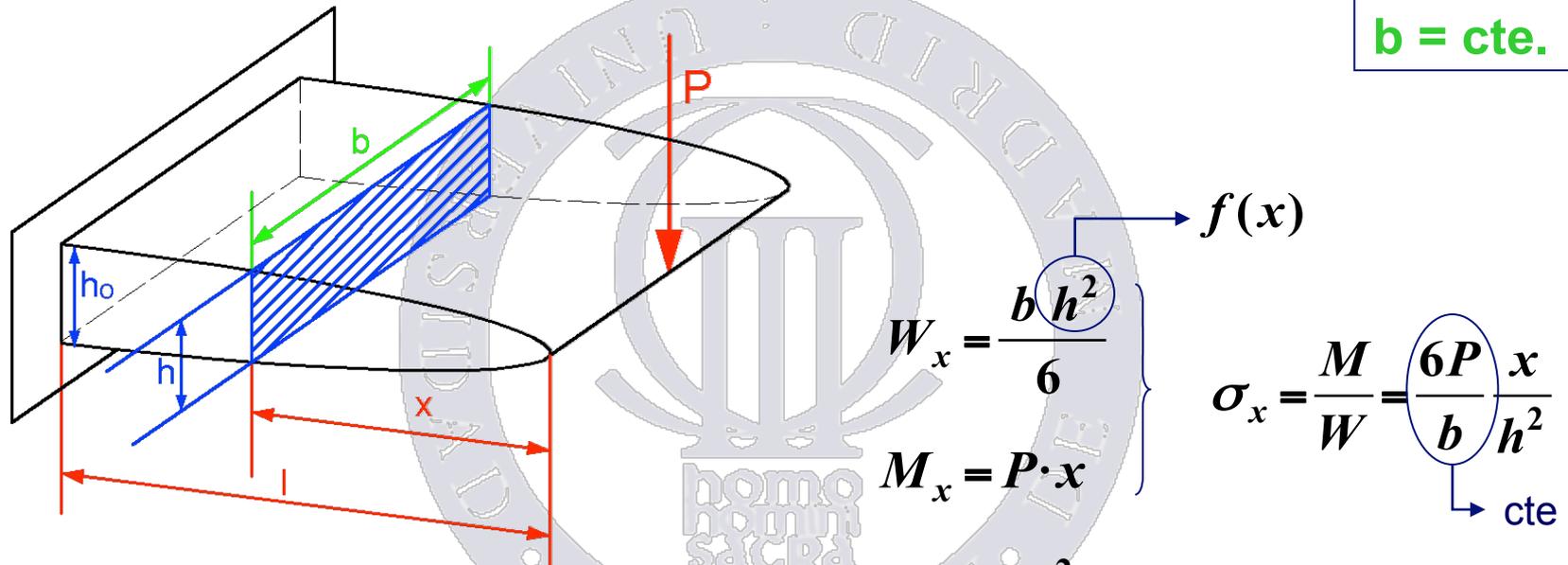


Obtención de sólidos con $\sigma_{MÁXIMA}$ constante

2º) SÓLIDO DE ANCHO CONSTANTE Y ESPESOR VARIABLE

$$h = f(x)$$

$$b = cte.$$



Si $\sigma_x = cte \Rightarrow \frac{x}{h^2} = cte \Rightarrow h^2 = k \cdot x = \frac{h_0^2}{l} x$

DEFORMACIÓN EN EL EXTREMO:

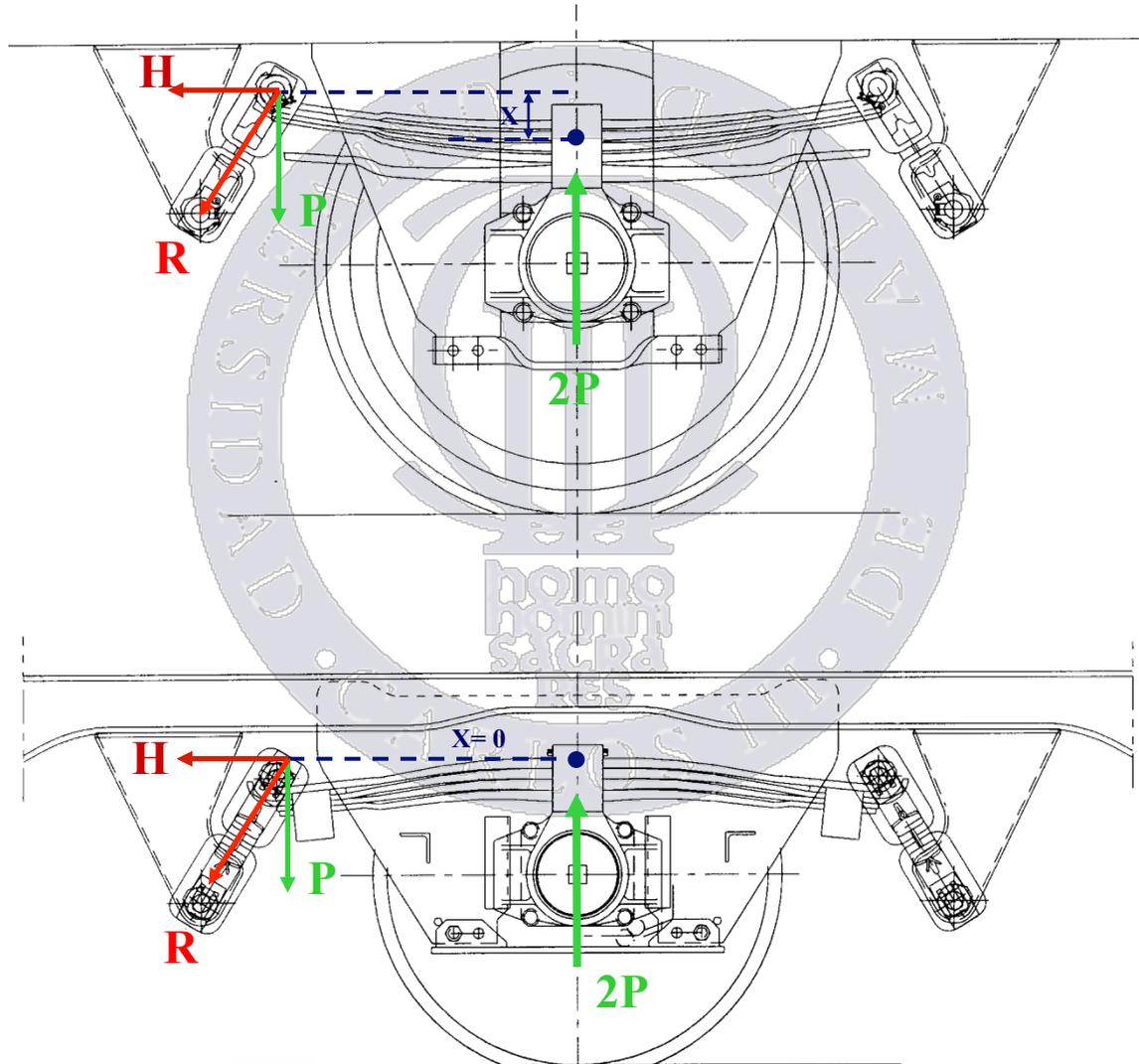
$$f = \frac{2 P l^3}{3 E I_0} = \frac{8 P l^3}{E b h_0^3}$$

Sección empotramiento: $I_0 = \frac{b h_0^3}{12}$

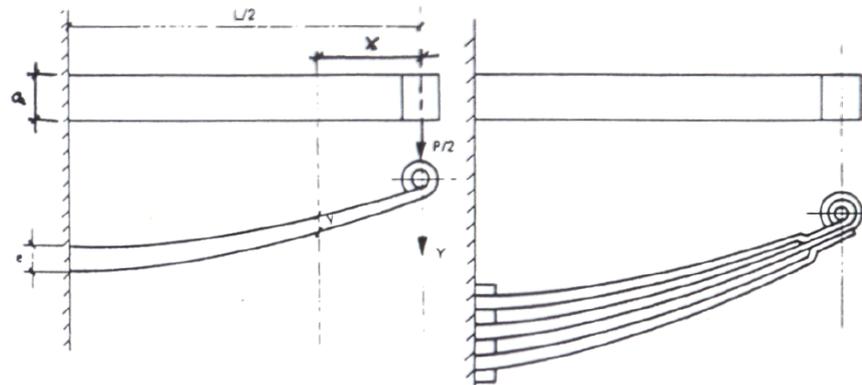
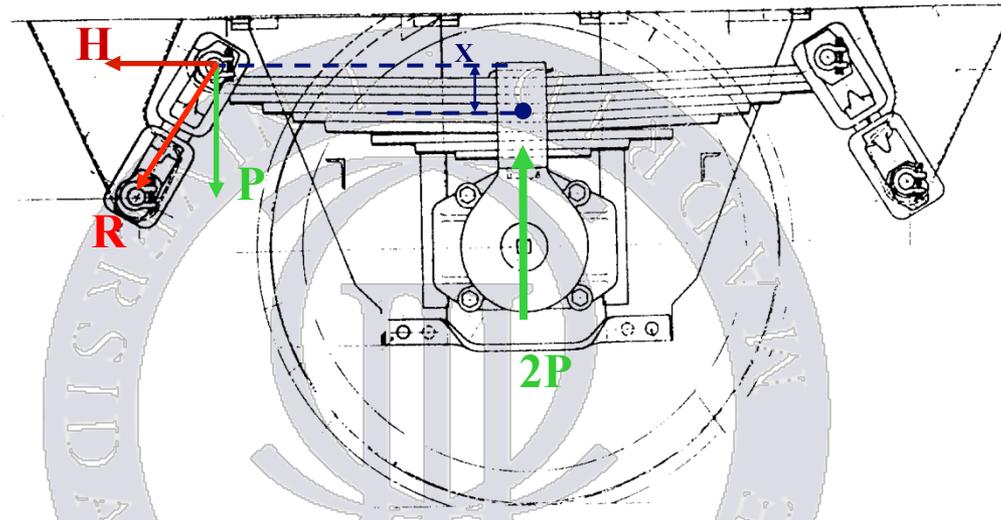
VARIACIÓN PARABÓLICA

TENSIÓN MÁXIMA: $\sigma_{max} = \frac{6 P l}{b h_0^2}$

BALLESTAS

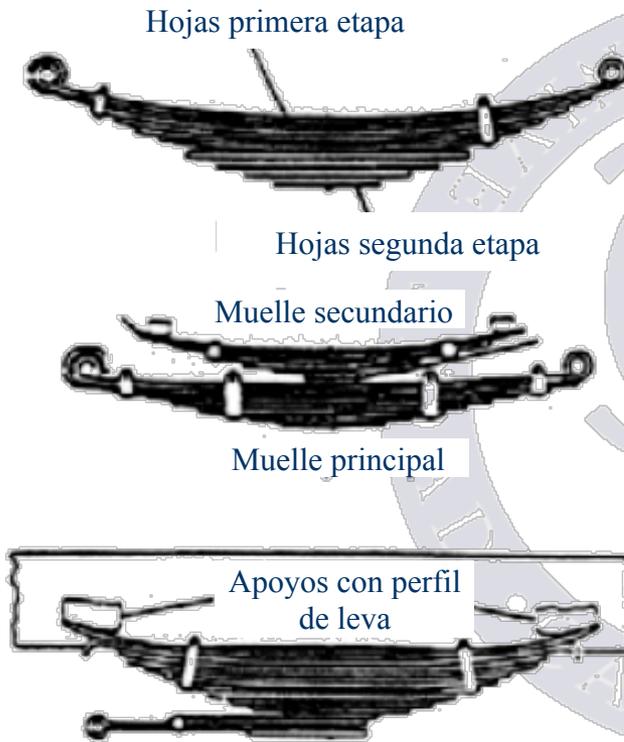


BALLESTAS

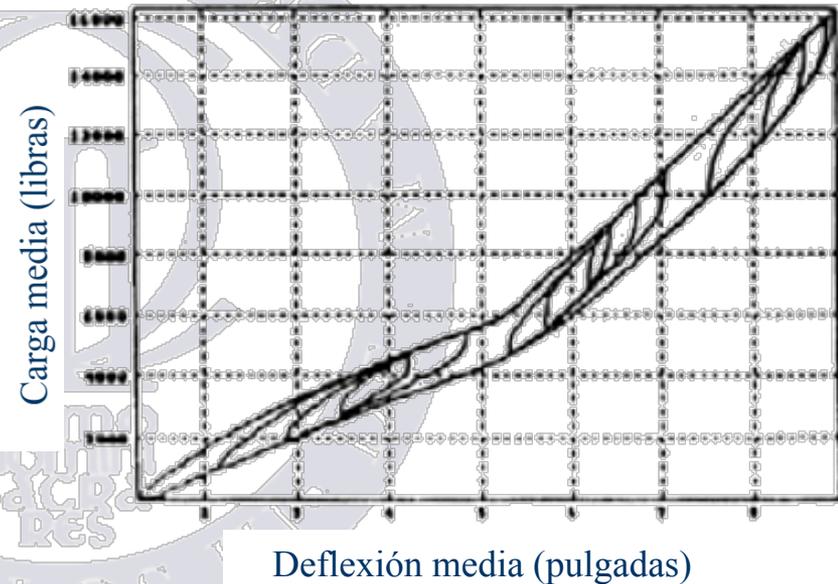


Ballesta parabólica de una sola hoja (izquierda) y de tres hojas (derecha).

BALLESTAS CON RIGIDEZ VARIABLE



ALGUNAS CONFIGURACIONES DE BALLESTA CON RIGIDEZ VARIABLE



CICLO DE FUERZA FRENTE A DEFLEXIÓN CARACTERÍSTICO DE ESTAS BALLESTAS

BALLESTAS

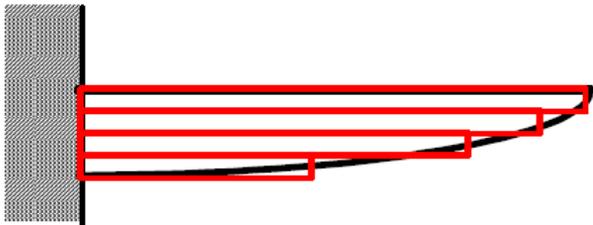
Hoja principal
($n_p=2$)



Hoja principal
($n_p=1$)

Brida

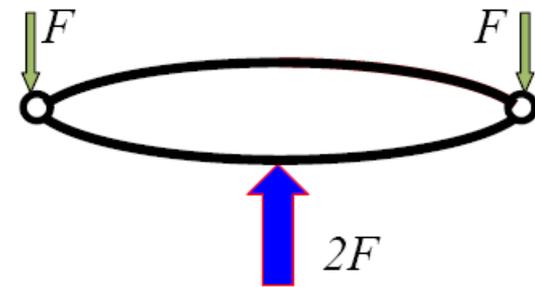
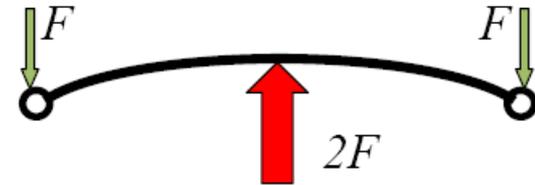
Hoja secundaria
(n_s)



FRICCIÓN entre hojas adyacentes

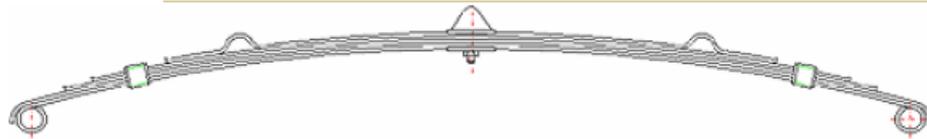
Altas propiedades AMORTIGUADORAS

BALLESTA SEMI-ELIPTICA
DE UNA SOLA LÁMINA

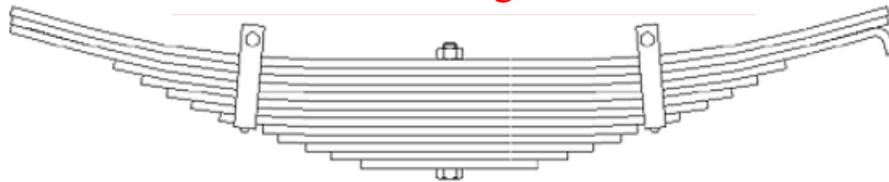


BALLESTA ELIPTICA

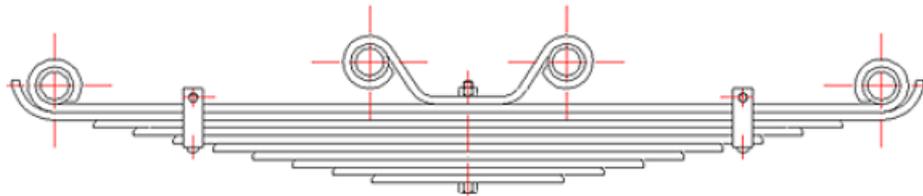
BALLESTAS



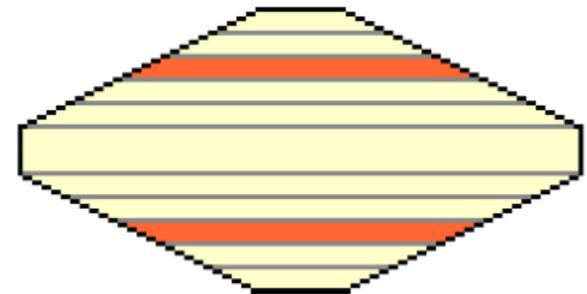
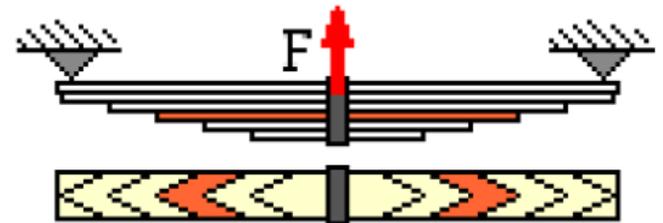
Ballesta de gancho



Ballesta de doble gancho

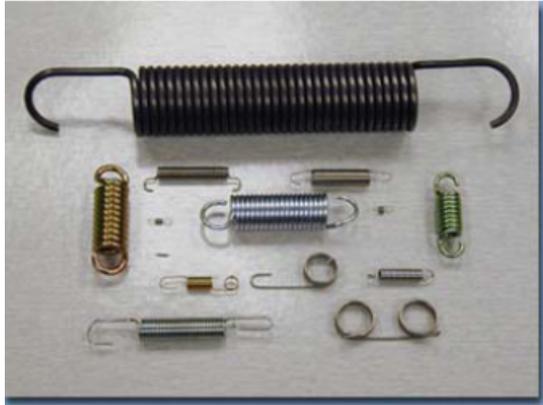


Ballesta de doble ojo



CONSTANTE DE RIGIDEZ

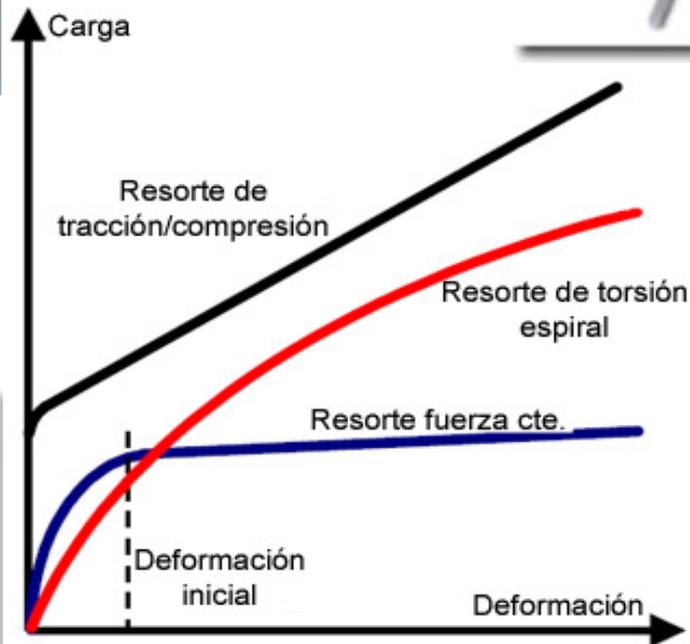
Resorte de tracción/compresión



Resorte de torsión helicoidal



Resorte de torsión espiral

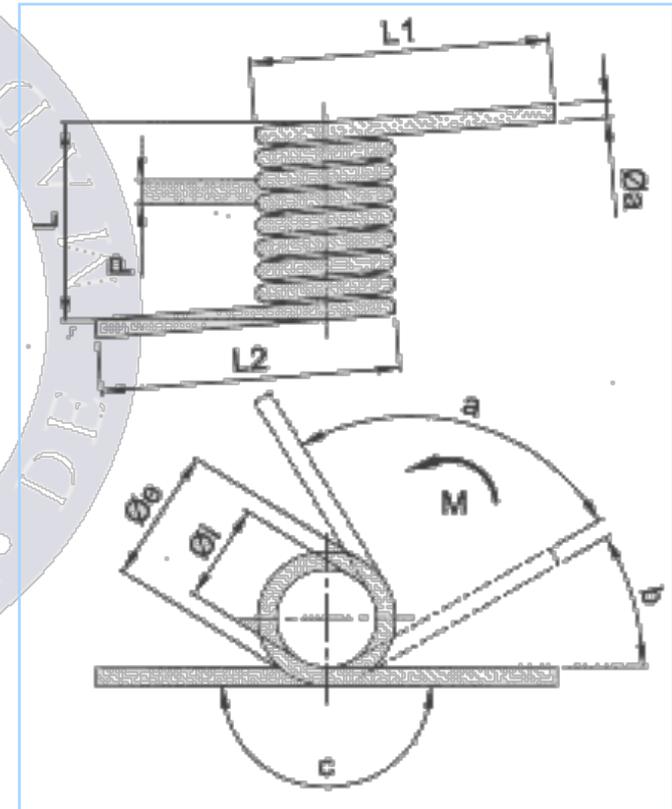


Resorte de fuerza constante



RESORTES DE TORSIÓN

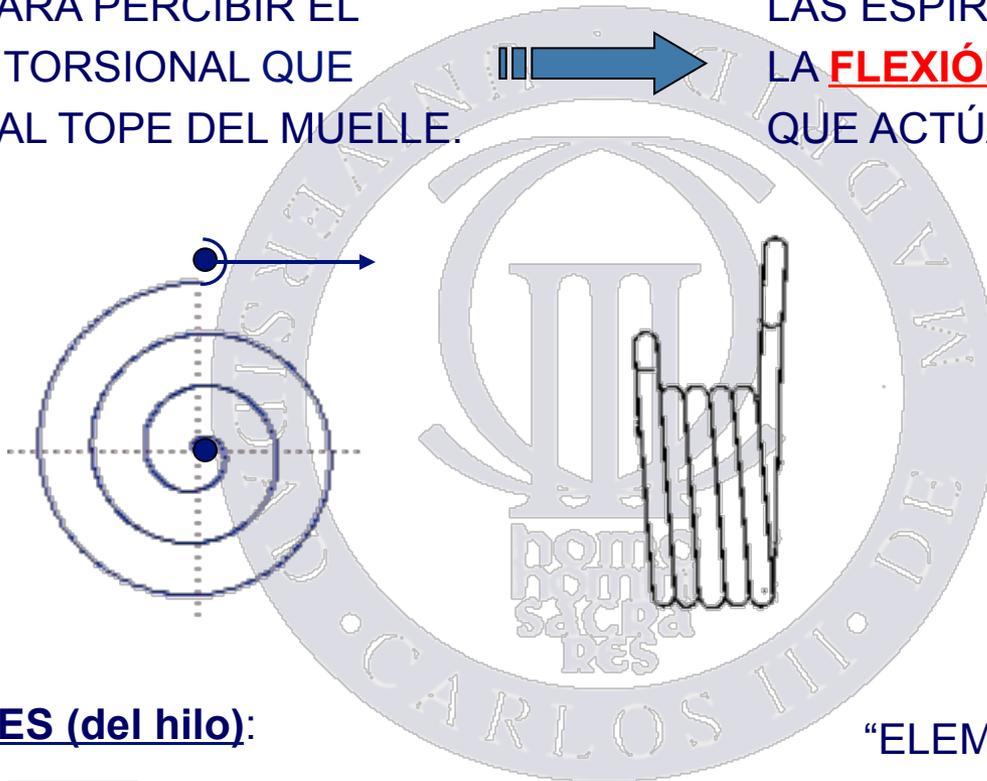
- ❑ Los resortes de torsión se usan en bisagras de puerta y arrancadores de automóvil y, de hecho, en cualquier aplicación donde se requiere par de torsión.
- ❑ Se enrollan de la misma manera que los resortes de tensión o de compresión, pero sus extremos están diseñados para transmitir momentos torsionantes.



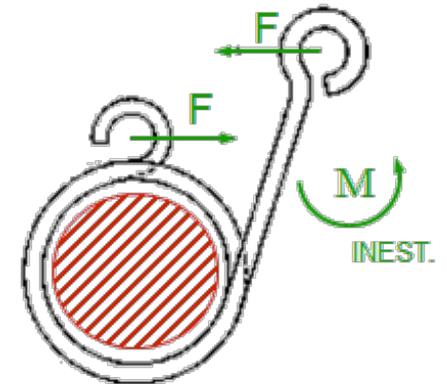
RESORTES DE TORSIÓN

SE USAN PARA PERCIBIR EL MOMENTO TORSIONAL QUE SE APLICA AL TOPE DEL MUELLE.

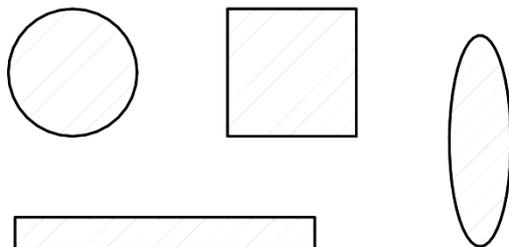
FORMAS:



LAS ESPIRAS SE SOMETEN A LA **FLEXIÓN** EN EL PLANO EN QUE ACTÚA EL MOMENTO,



SECCIONES (del hilo):



“ELEMENTO CENTRADOR”



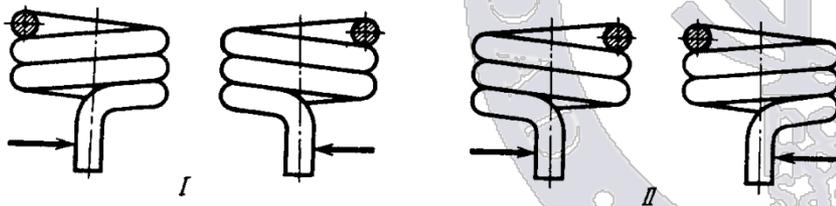
HOLGURA
(EL DIÁMETRO DEL MUELLE DISMINUYE DURANTE LA TORSIÓN)

RESORTES DE TORSIÓN

PARA PERCIBIR EL MOMENTO TORSIONAL EN LAS CARAS DEL MUELLE SE PREVEN **TOPES**.

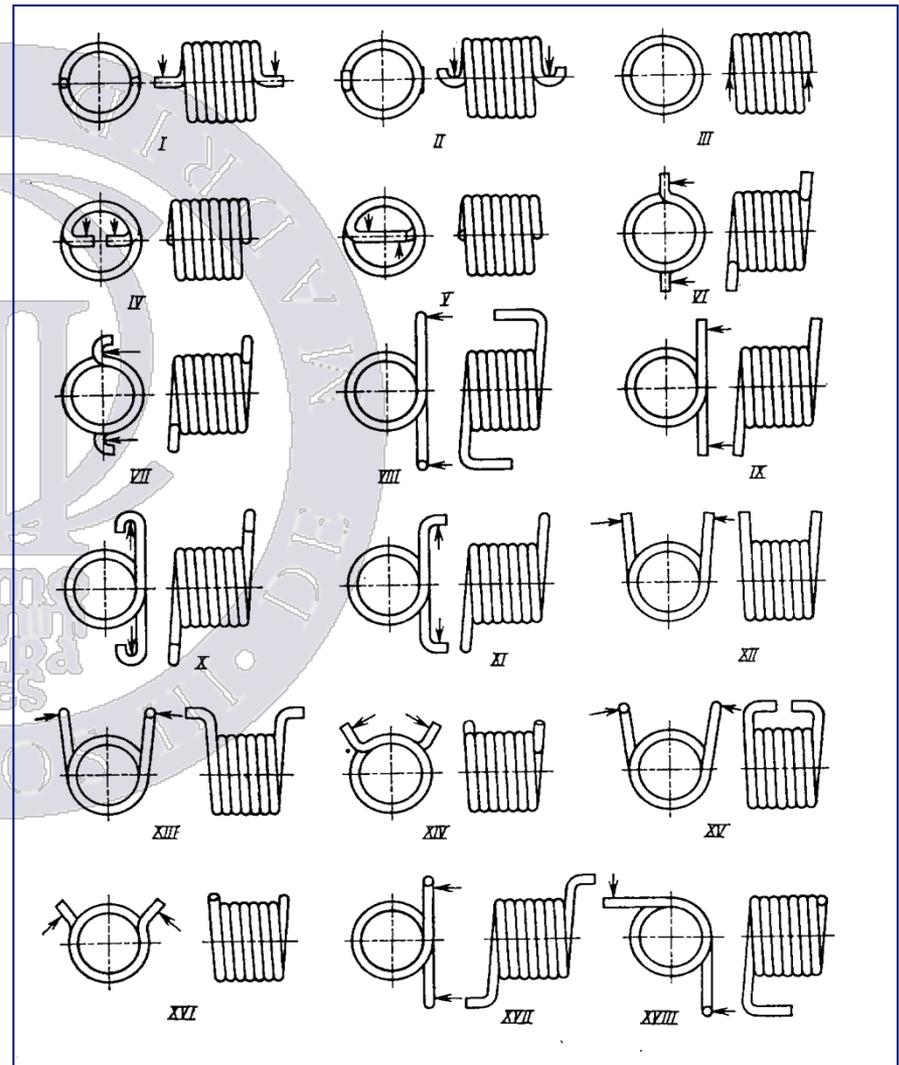
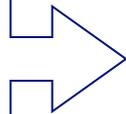
LOS MUELLES TRABAJAN DE MODO MÁS ESTABLE SI EL MOMENTO "ENROLLA" EL MUELLE

ELEGIR LA DIRECCIÓN DE ENROLLAMIENTO Y LA POSICIÓN DE LOS TOPES.



Dirección de enrollamiento y disposición de los topes de los muelles

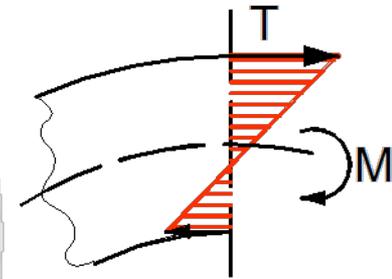
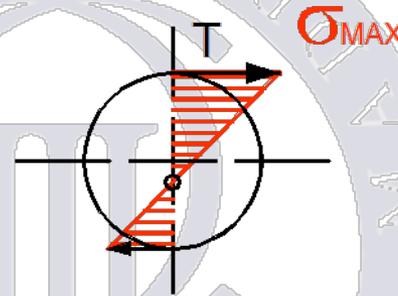
**PROCEDIMIENTOS FUNDAMENTALES
PARA FORMAR LOS EXTREMOS DE
LOS MUELLES DE TORSIÓN**



RESORTES DE TORSIÓN: CÁLCULO

- Se aplica la teoría de flexión de sólidos con curvatura.
- Se obtiene, para una sección circular de $\varnothing d$

$$\sigma_{MAX} = \frac{32 \cdot M}{\pi d^3} \rightarrow \text{PAR}$$



- El proceso de fabricación produce tensiones residuales que intervienen a favor o en contra.
- Se debe utilizar K_c (Constante de Wahl)

Índice de Curvatura:

$$C = \frac{D}{d}$$



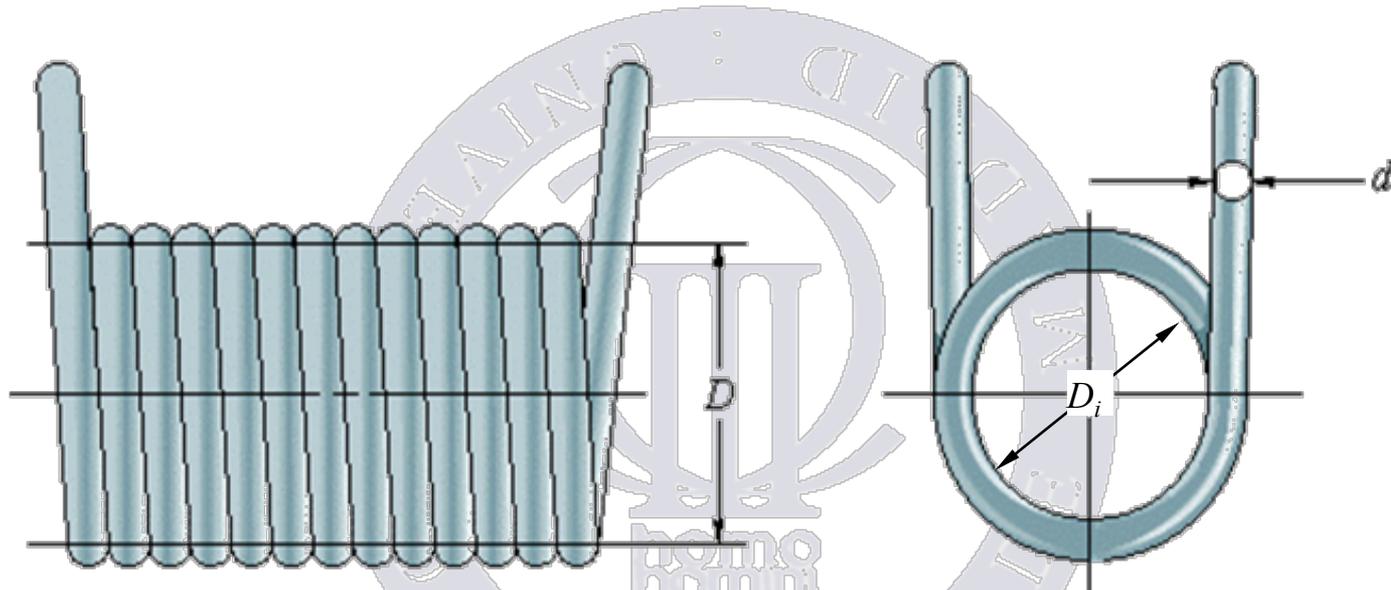
$$K_c = \frac{C(4C \pm 1) - 1}{4C(C \pm 1)}$$

- + “ENROLLANDO”
- “ABRIENDO”

RESULTA:

$$\sigma_{MAX} = \frac{32 \cdot M}{\pi d^3} \underline{\underline{K_c}}$$

Resortes de Torsión



$$\sigma = \frac{32 \cdot M}{\pi \cdot d^3} K_c$$

$$K_c = \frac{4C^2 \pm C - 1}{4C(C \pm 1)}$$

$$N_a = N_b + N_e$$

$$N_e = \frac{l_1 + l_2}{3 \cdot \pi \cdot D}$$

$$\theta_{rev} = \frac{10,18 \cdot M \cdot N_a \cdot D}{E \cdot d^2}$$

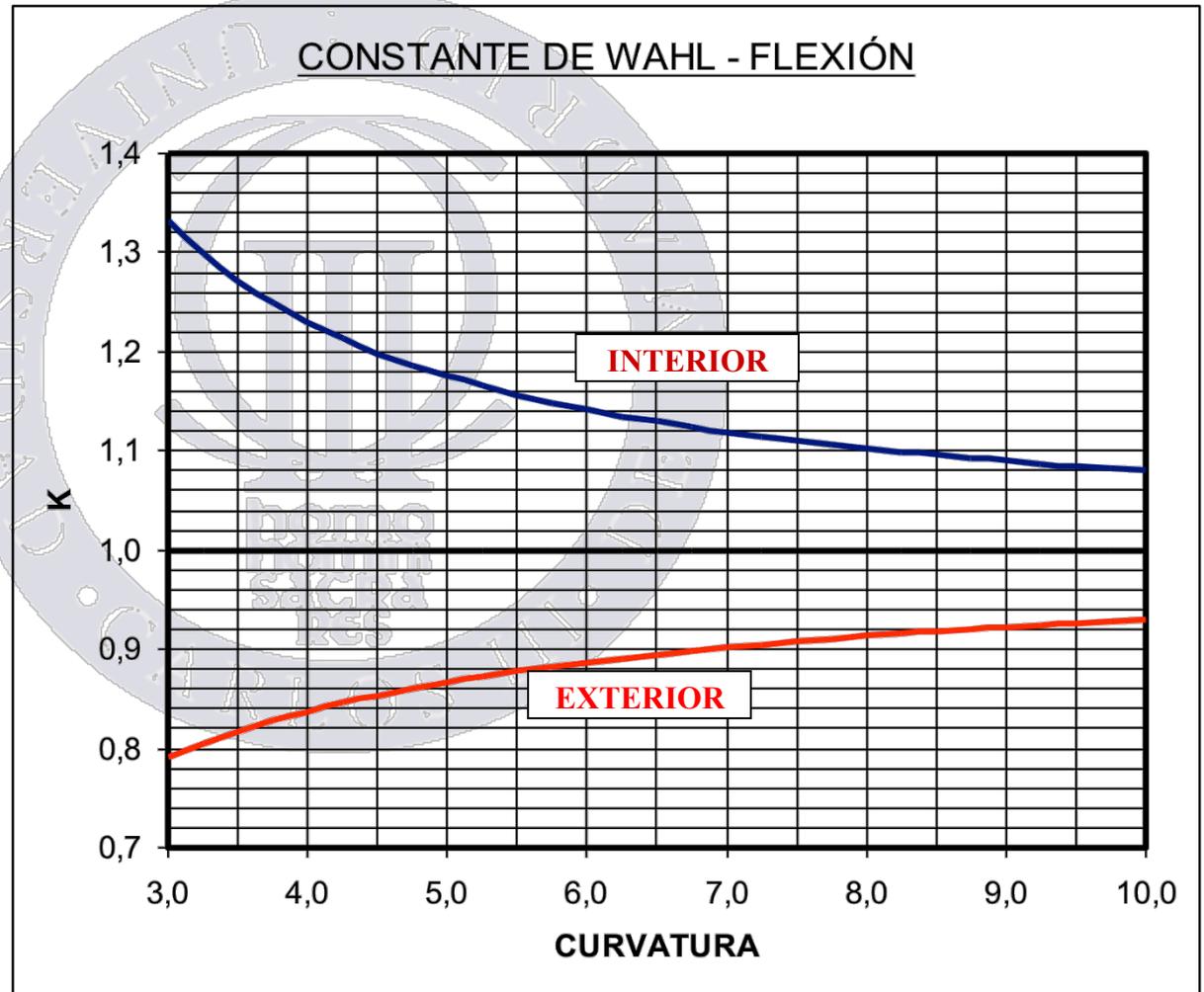
$$K_\theta = \frac{M}{\theta_{rev}} = \frac{E \cdot d^2}{10,18 \cdot N_a \cdot D}$$

$$D'_i = D_i \frac{N_a}{N'_a}$$

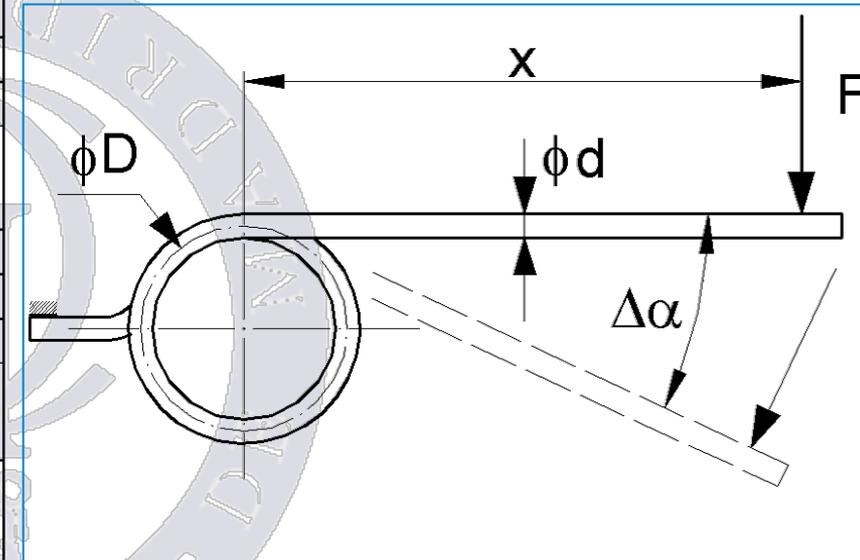
$$N'_a = N_a + \theta_{rev}$$

CONSTANTE DE WAHL

C	Ki	Ke
3,00	1,333	0,792
3,25	1,299	0,805
3,50	1,271	0,817
3,75	1,248	0,828
4,00	1,229	0,838
4,25	1,213	0,846
4,50	1,198	0,854
4,75	1,186	0,860
5,00	1,175	0,867
5,25	1,165	0,872
5,50	1,157	0,878
5,75	1,149	0,882
6,00	1,142	0,887
6,25	1,135	0,891
6,50	1,129	0,895
6,75	1,124	0,898
7,00	1,119	0,902
7,25	1,114	0,905
7,50	1,110	0,908
7,75	1,106	0,911
8,00	1,103	0,913
8,25	1,099	0,916
8,50	1,096	0,918
8,75	1,093	0,920
9,00	1,090	0,922
9,25	1,088	0,924
9,50	1,085	0,926
9,75	1,083	0,928
10,00	1,081	0,930

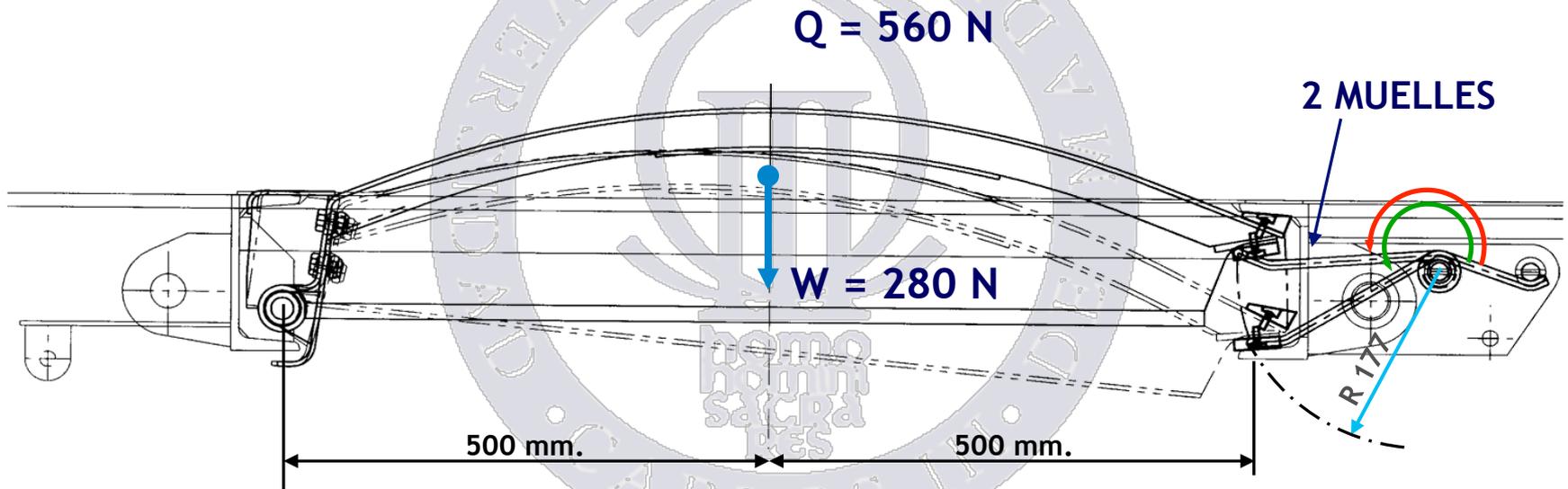


Magnitud		valor
Límite elástico del material (a tracción)	R_E	
Módulo de elasticidad (Young)	E	
Coefficiente de seguridad	S	
Tensión de flexión admisible	σ_{adm}	R_E/S
Diámetro medio de espira	D	
Diámetro medio de hilo	d	
Diámetro interior de espira	D_{int}	$D - d$
Índice de curvatura	C	D/d
Nº espiras útiles	N	
Rigidez= constante del muelle	k	$\frac{M}{\Delta\alpha} = \frac{d^4 E}{3888DN}$
Carga axial	F	
Distancia normal carga-eje	X	
Par aplicado	M	FX
Deformación angular bajo carga F	$\Delta\alpha$	$\frac{3888FXDN}{d^4 E}$
Deformación angular bajo carga F (signo + cerrando espiras)	D'_{int}	$\frac{D_{int} N}{N \pm \Delta\alpha / 360}$
Diámetro interior de espira bajo carga F (signo + cerrando espiras)	K_c	$\frac{C(4C \pm 1) - 1}{4C(C \pm 1)}$
Tensión máxima de muelle	σ_{max}	$\frac{32FXK_c}{\pi d^3}$
Constante de tensión	K_σ	$\frac{\sigma_{max}}{\Delta\alpha} = \frac{EK_c}{360NC}$
Masa aproximada del muelle (δ =densidad)	m	$\delta \frac{\pi d^2}{4} (\pi DN + I_{extremos})$



EJEMPLO DE CÁLCULO

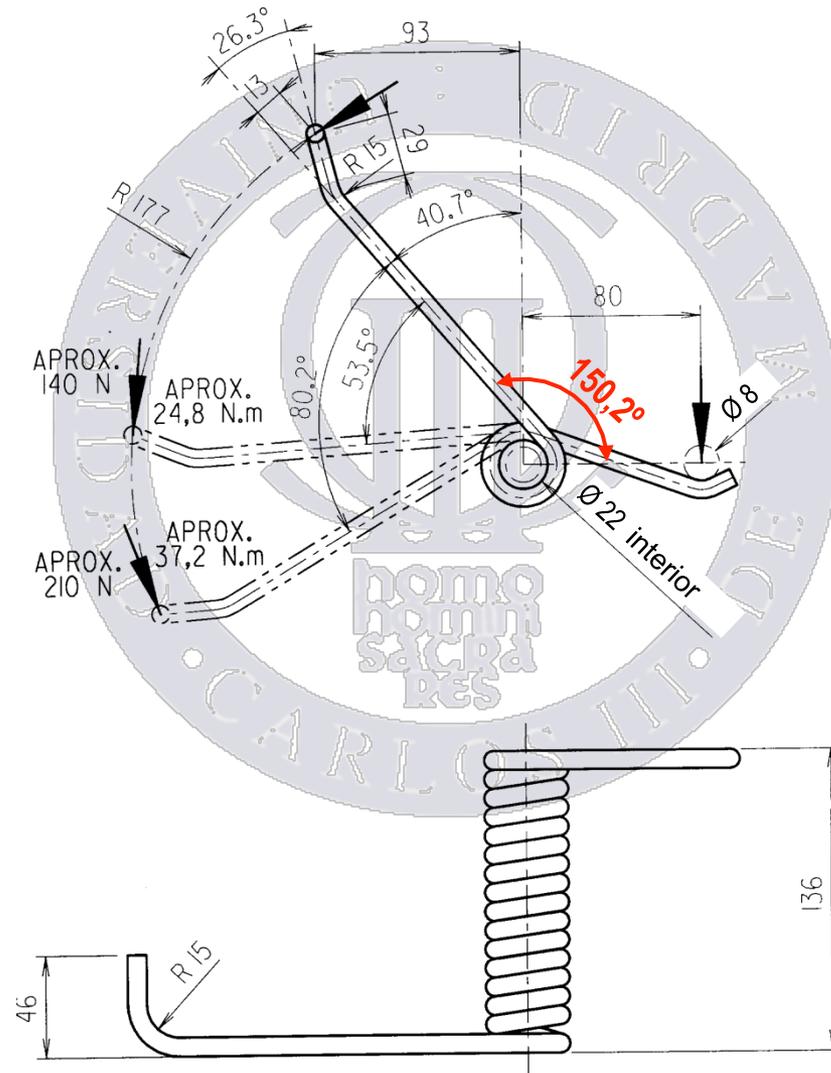
CUBIERTA DE PROTECCIÓN



$$\alpha_1 = 204^\circ$$

$$\alpha_2 = 230^\circ$$

EJEMPLO DE CÁLCULO



¿ N ?