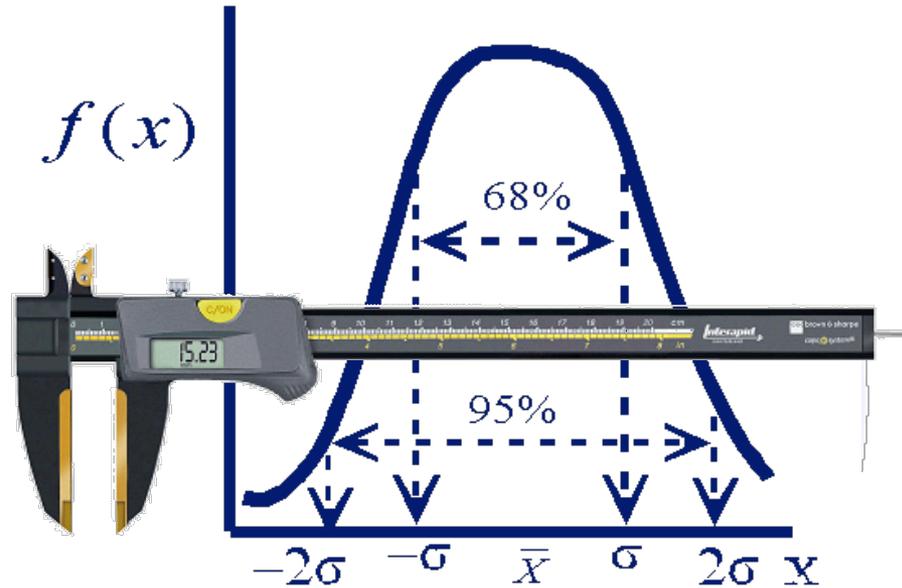




Universidad  
Carlos III de Madrid



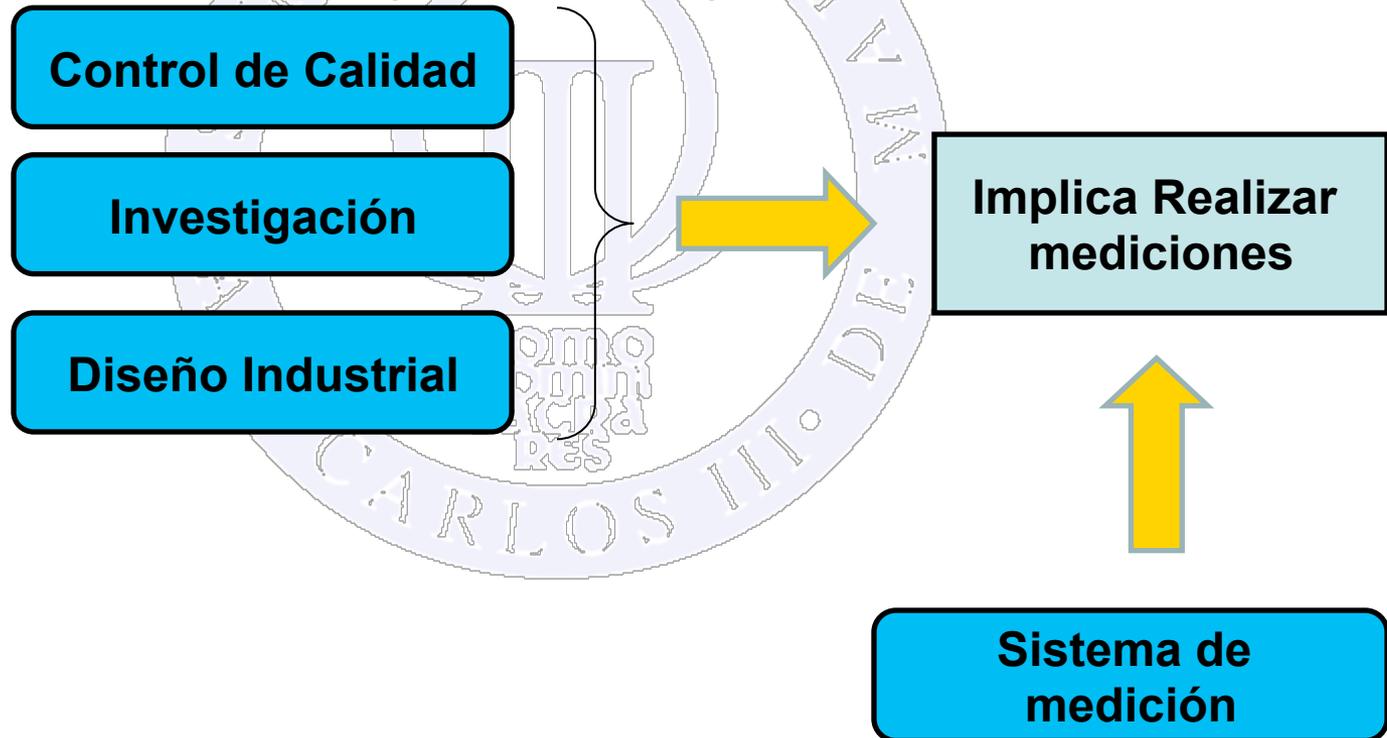
# LA INCERTIDUMBRE EN LAS MEDIDAS

## DISEÑO MECÁNICO



# INTRODUCCIÓN

El término incertidumbre siempre aparece asociado a la medida de magnitudes.



→ Introducción

→ Incertidumbre Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre Combinada

→ Incertidumbre Expandida

→ Regresión

→ Presentación de resultados

→ Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# INTRODUCCIÓN

## → Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

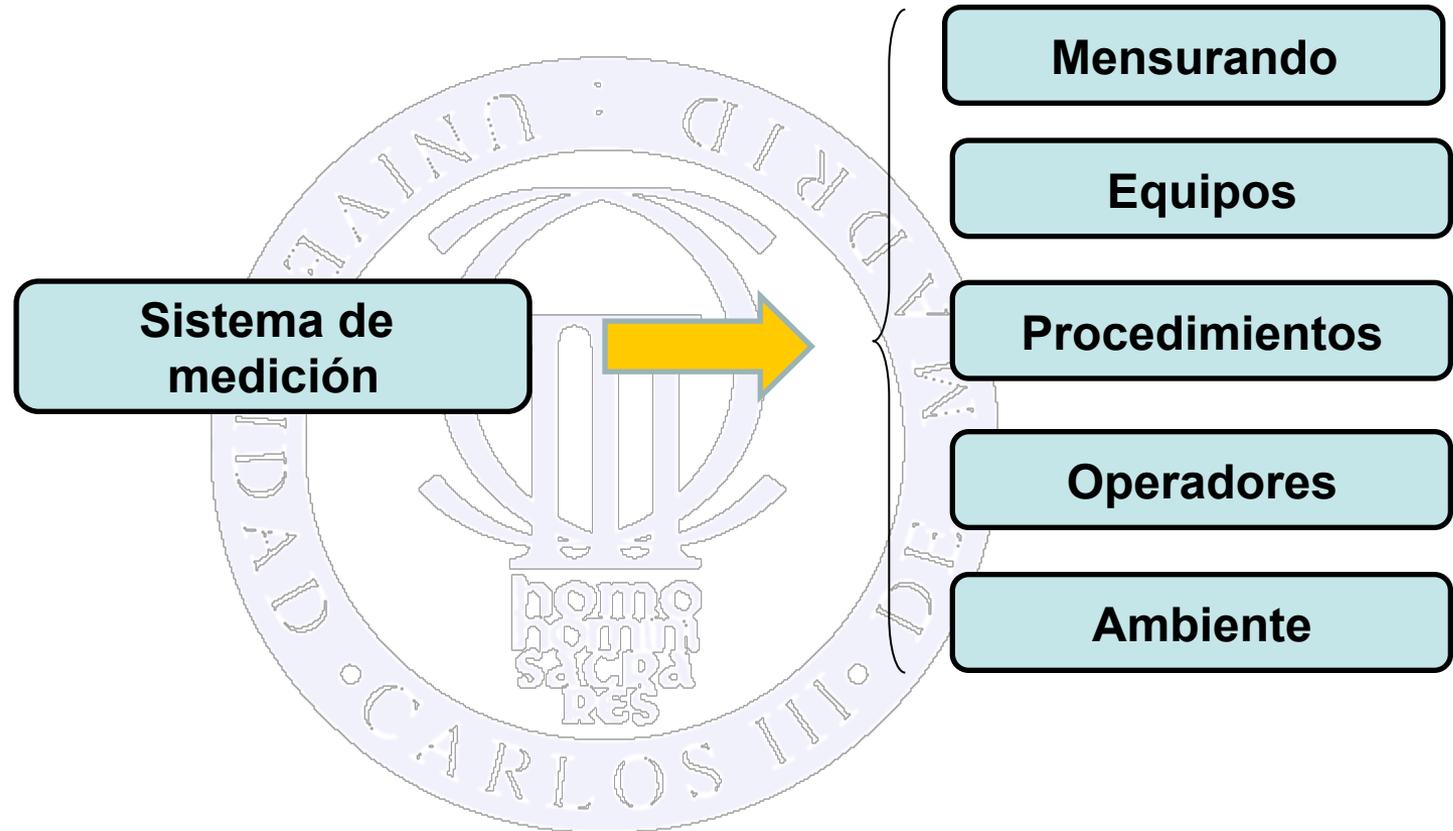
→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre



Todo sistema de medición presenta **errores** de medida



# INTRODUCCIÓN

Todo sistema de medición presenta errores de medida

Ninguna media es exacta  
valor medido  $\neq$  valor real

Solo podemos aspirar a estimar su grado de  
incertidumbre.

Medición completa  
valor atribuido + incertidumbre asociada

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

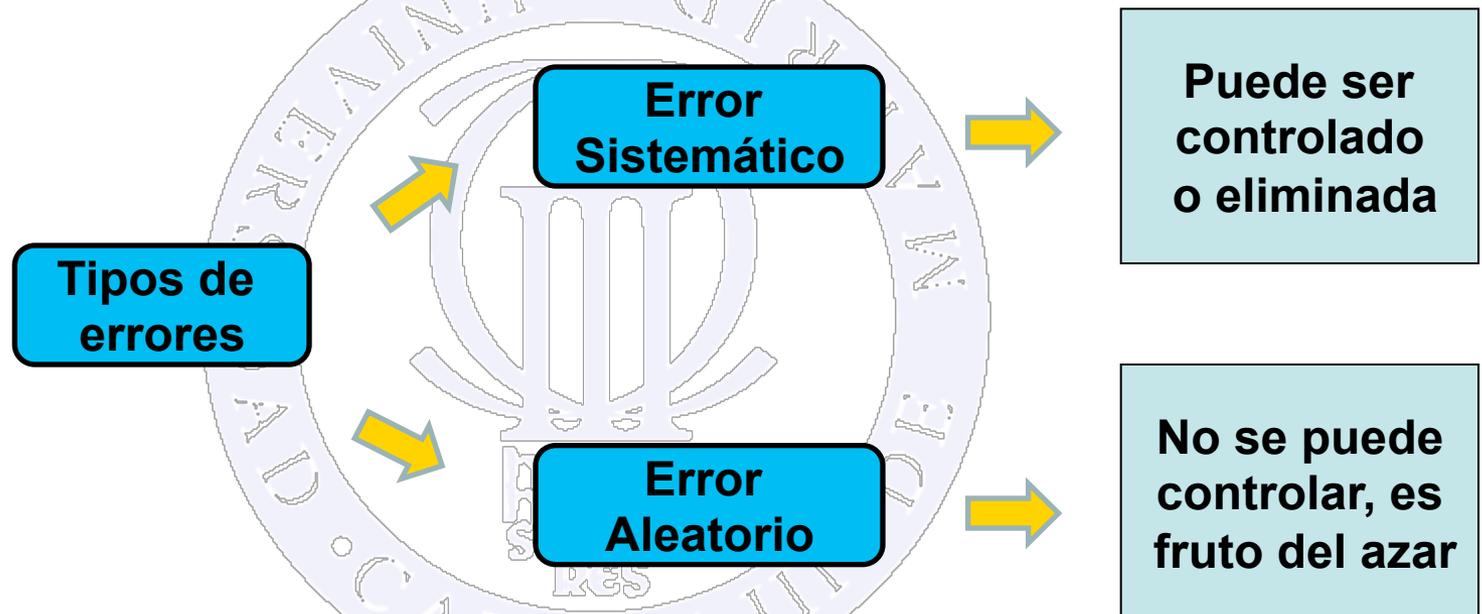
→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre

# INTRODUCCIÓN

Denominamos error de una medida a la diferencia entre el “valor verdadero” de la magnitud y el valor medido.



Habrà siempre un error que no puede conocerse.  
Se espera que tenga media cero,  $E(\epsilon)=0$   
Su variabilidad se puede estimar,  $\sigma^2(\epsilon)$

→ Introducción

→ Incertidumbre Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre Combinada

→ Incertidumbre Expandida

→ Regresión

→ Presentación de resultados

→ Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



## → Introducción

### → Incertidumbre Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

### → Incertidumbre Combinada

### → Incertidumbre Expandida

### → Regresión

### → Presentación de resultados

### → Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

## Error Sistemático:

$$\xi_s = \frac{\sum_{i=1}^{n \rightarrow \infty} (x_i - X)}{n} \quad \text{con} \quad X = \text{valor verdadero}$$

- **Valor constante que se puede estimar, el valor medido se puede corregir.**
- **La corrección no sería exacta, siempre quedará un error similar al error aleatorio.**
- **Ejemplos: Equipo averiado o mal calibrado, variable ambiental influyente de manera conocida, etc.**



→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre

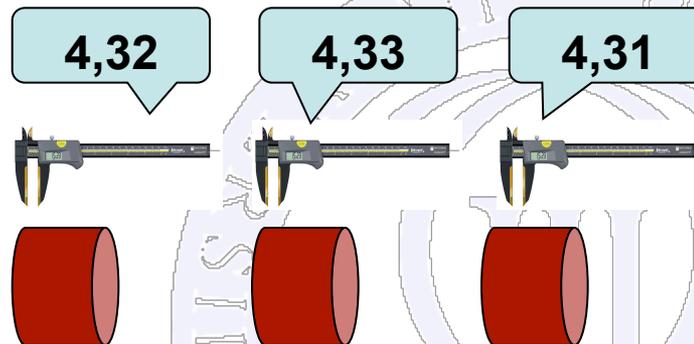
## Error Aleatorio:

$$\varepsilon_i = x_i - \bar{x} \quad \text{con} \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad n \rightarrow \infty$$

➤ **Variable aleatoria cuyo valor esperado es cero. Su varianza es constante y puede estimarse.**

➤ **Ejemplo: si repetimos una medida un cierto número de veces, no obtendremos siempre el mismo valor, es fruto del azar.**

## Ejemplo: Error Aleatorio



“n” mediciones: valor  $x_i$

Valor de la medición

$$\hat{\sigma}(\varepsilon) = \sqrt{\frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i - \bar{x}\right)^2}{n}}$$

$$\bar{X} \pm \hat{\sigma}(\varepsilon)$$

Incertidumbre  $\hat{\sigma}(\varepsilon) \neq$  Error  $\hat{\varepsilon}$

→ Introducción

→ Incertidumbre Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre Combinada

→ Incertidumbre Expandida

→ Regresión

→ Presentación de resultados

→ Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



## → Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre

## Fuentes de incertidumbre:

**Límite en la resolución del instrumento de medida**

**Efectos desconocidos de las condiciones ambientales**

**Desviaciones personales en la lectura de instrumentos analógicos**

**Valores inexactos de los patrones y materiales de referencia utilizados**

**Aproximaciones e hipótesis incorporadas en el método y el procedimiento**

**Definición incompleta del mensurando o magnitud de medida**

**Valores inexactos de constantes y otros parámetros de fuentes externas**



# INTRODUCCIÓN

## Clases de Medidas:

**Medidas  
Directas**

**Instrumento**

**Magnitud de salida  
MEDIDA**

**Medidas  
Indirectas**

**Instrumento  
#1**

**Magnitud de entrada 1**

**Relación  
funcional**

**Magnitud de salida  
MEDIDA**

**Magnitud de entrada 2**

**Instrumento  
#2**

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

# INTRODUCCIÓN

## medidas directas

$Y \approx X_1$  Lectura directa del instrumento



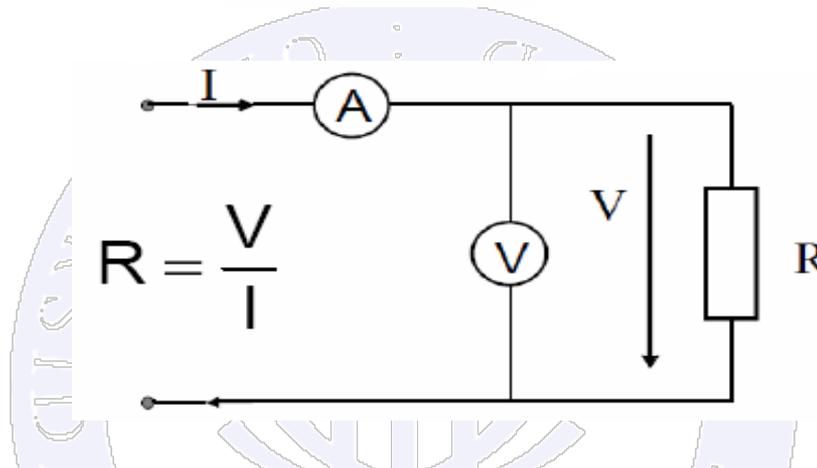
$X_1$  Lectura directa del instrumento  
Corr. por redondeo  
Corr. calibración

$$L \equiv Y = X_1 + c_E + c_C \equiv x_1 + x_2 + x_3$$

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

# INTRODUCCIÓN

## medidas indirectas



Corrección redondeo volt.

Corrección calib. volt.

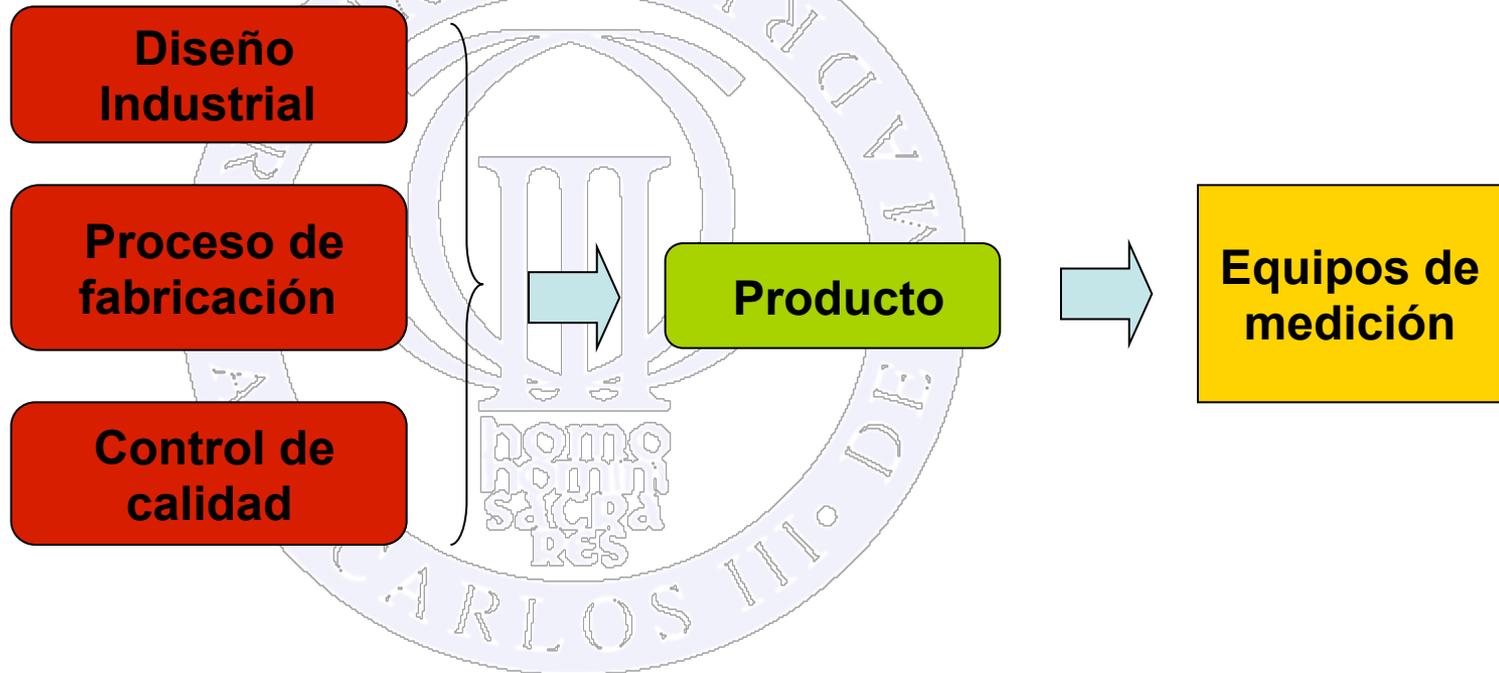
$$R \equiv Y = \frac{\text{Lectura del voltímetro } \underbrace{V}_{\text{Corrección redondeo amp.}} + \underbrace{c_{EV}}_{\text{Corrección calib. amp.}} + \underbrace{c_{CV}}_{\text{Corrección redondeo volt.}}}{\text{Lectura del amperímetro } \underbrace{I}_{\text{Corrección redondeo amp.}} + \underbrace{c_{EI}}_{\text{Corrección calib. amp.}} + \underbrace{c_{CI}}_{\text{Corrección redondeo volt.}}} = \frac{x_1 + x_3 + x_5}{x_2 + x_4 + x_6}$$

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# INTRODUCCIÓN

## ¿Para qué sirve?



Fundamental contar con el uso de equipos confiables

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre



# INTRODUCCIÓN

Las magnitudes significativas de los productos industriales se especifican mediante tolerancias

Intervalo incertidumbre  $\in$  Intervalo tolerancia

**Admisible**

Intervalos incertidumbre  $\notin$  Intervalo tolerancia

**Rechazar**

Intervalos de incertidumbre y tolerancia se solapan

**Dudoso**

La incertidumbre funciona como “un reductor de los límites de especificación” y por esto “complica” el control del proceso, cuanto mayor es la incertidumbre, más complicado

→ **Introducción**

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre



# INTRODUCCIÓN

- **Introducción**
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

## Criterio de seguridad

**Rechazar cualquier mensurando en situación dudosa**

**Resulta adecuado que el intervalo de incertidumbre sea varias veces inferior al de tolerancia.**

**Intervalo de decisión**

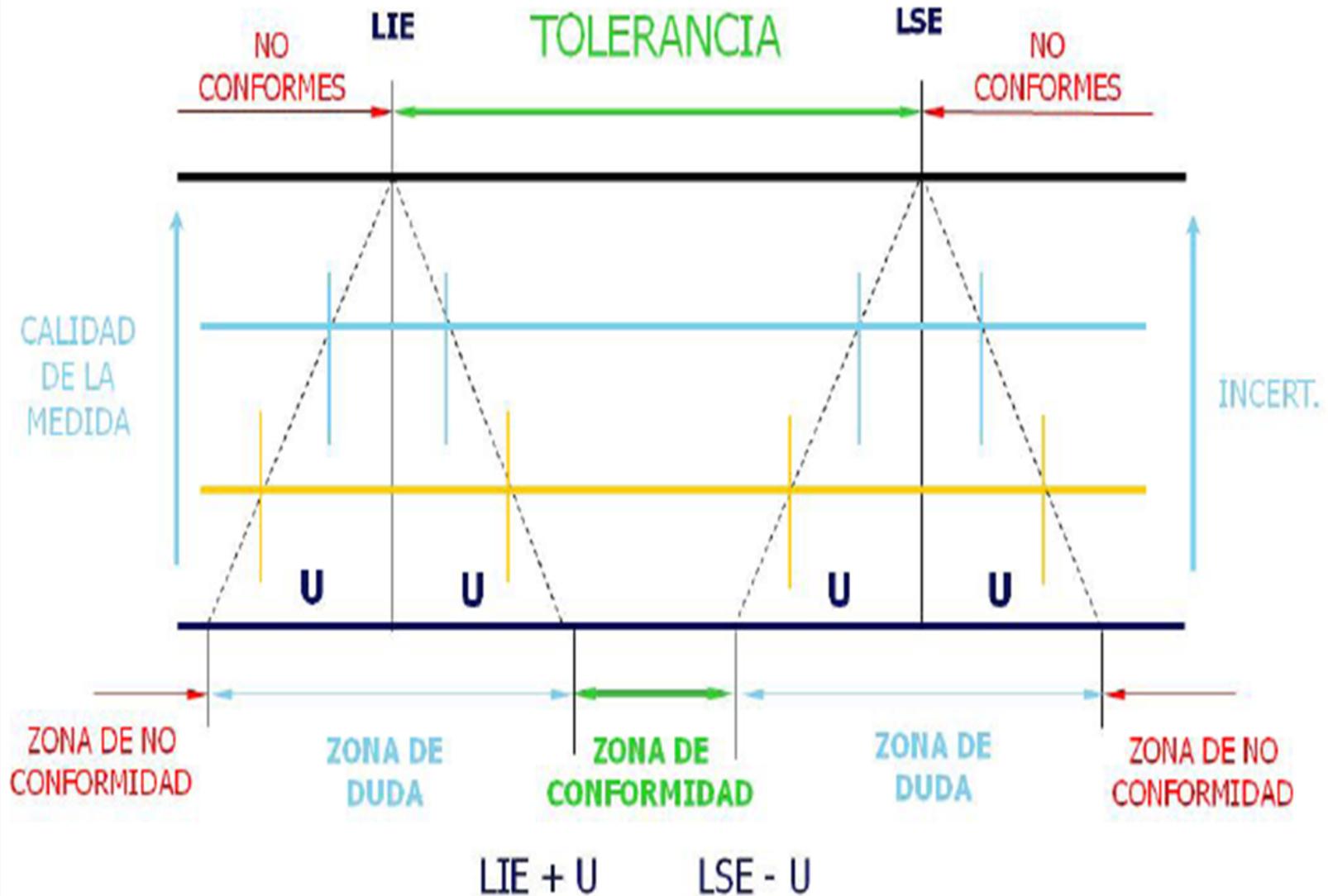


**T - 2U  
(tolerancia efectiva)**



# INTRODUCCIÓN

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
- Tipo A
- Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre





## → Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre

## Medidas dimensionales

$$3 \leq T / 2U \leq 10$$

**≥10**

**Exigirían medios de medida muy costosos**

**≤3**

**Rechazo importante de elementos correctos**

**4**

**Buena opción para no complicar el proceso**



# INCERTIDUMBRE ESTÁNDAR

- Introducción
- **Incertidumbre Estándar**
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# Incertidumbre Estándar

## Incertidumbre estándar (ó típica) de una medida:

En la mayor parte de los casos, el mensurando  $Y$  no se mide directamente, sino que se determina a partir de otras  $N$  magnitudes  $X_1, X_2, \dots, X_N$ , mediante una relación funcional,  $f$ :

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

⊕  $Y \equiv$  Magnitud de salida del mensurando (medida) a determinar

⊕  $X_1, X_2, \dots, X_N \equiv$  Magnitudes de entrada que permiten obtener el valor del mensurando.

⊕  $f \equiv$  función de transferencia o función modelo

→ Introducción

→ Incertidumbre Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre Combinada

→ Incertidumbre Expandida

→ Regresión

→ Presentación de resultados

→ Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# EJEMPLO DE INCERTIDUMBRE ESTÁNDAR

**EJEMPLO** - Si se aplica una diferencia de potencial  $V$  a los bornes de una resistencia cuyo valor depende de la temperatura, de la resistencia  $R_0$  a la temperatura definida  $t_0$  y del coeficiente lineal de temperatura  $\alpha$ , la potencia disipada  $P$  (el mensurando ó medida) por la resistencia a la temperatura  $t$  es función de  $V$ ,  $R_0$ ,  $\alpha$ , y  $t$ , según:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

$$\rightarrow P = f(V, R_0, \alpha, t) = \frac{V^2}{R_0 \cdot [1 + \alpha(t - t_0)]}$$

→ Introducción

→ Incertidumbre Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre Combinada

→ Incertidumbre Expandida

→ Regresión

→ Presentación de resultados

→ Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# ESTIMACIÓN DEL MENSURANDO

Una **estimación** del mensurando  $Y$ , representada por  $y$  utilizando las estimaciones de entrada  $x_1, x_2, \dots, x_N$ . Así, la estimación de salida  $y$ , que es el resultado de la medición, viene dada por

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) = f(V, R_0, \alpha, t)$$

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) = f(x_V, x_{R_0}, x_\alpha, x_t)$$

Donde:  $y \equiv$  Estimador de  $Y$   
 $x \equiv$  Estimador de  $X$

- Introducción
- **Incertidumbre Estándar**
- Tipo A
- Tipo B
  
- Incertidumbre Combinada
  
- Incertidumbre Expandida
  
- Regresión
  
- Presentación de resultados
  
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



- Introducción
- **Incertidumbre Estándar**
- Tipo A
- Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

Como los valores ( $x_1, x_2, \dots, x_N$ ) no pueden determinarse exactamente, el valor resultante de la medida ( $y$ ) tampoco es exacto y entran en juego las incertidumbres.

Las incertidumbres de las variables de entrada ( $x_1, x_2, \dots, x_N$ ) y la función modelo permiten determinar la incertidumbre del valor resultante ( $y$ ) según veremos.

En general, el **resultado de una medición es sólo una aproximación o estimación del valor del mensurando**, y únicamente se halla completo cuando está acompañado de una declaración acerca de la **incertidumbre** de dicha estimación.

**Incertidumbre típica** es la incertidumbre del resultado de una medición, expresada en forma de desviación típica.



# INCERTIDUMBRE ESTÁNDAR COMBINADA

La desviación típica asociada al resultado de medida  $y$ , denominada **incertidumbre típica combinada** y representada por  $u_c(y)$ , se determina a partir de la desviación típica asociada a cada estimación de entrada  $x_i$ , denominada **incertidumbre típica** y representada por  $u(x_i)$ .

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \Rightarrow y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

$$u(y) = f[u(x_1), u(x_2), \dots, u(x_N)]$$

**Incertidumbre típica combinada**

**Incertidumbre típica**

- Introducción
- **Incertidumbre Estándar**
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



## TIPO A VS TIPO B

→ Introducción

→ **Incertidumbre Estándar**

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre Combinada

→ Incertidumbre Expandida

→ Regresión

→ Presentación de resultados

→ Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

Cada estimación de entrada  $x_i$ , así como su incertidumbre asociada  $u(x_i)$  se obtienen a partir de una distribución de valores posibles de la magnitud de entrada  $X_i$ .

Esta distribución de probabilidad puede basarse en una distribución de frecuencias; es decir, en una serie de observaciones  $X_{i,k}$  de las  $X_i$ , o puede tratarse de una distribución supuesta a priori.

Las **evaluaciones de Tipo A** de las componentes de la incertidumbre típica **se basan en distribuciones de frecuencia** mientras que **las evaluaciones de Tipo B se basan en distribuciones supuestas a priori**.



# INCERTIDUMBRE ESTÁNDAR : TIPO A

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



## ¿CUANDO SE UTILIZA?

cuando se han realizado  $N$  observaciones independientes de una de las magnitudes de entrada, bajo las mismas condiciones de medida.

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# Incertidumbre de TIPO A

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

- ❖ Cuando una medida se repite en las mismas condiciones, puede observarse una dispersión o fluctuación, siempre que el procedimiento de medida disponga de la resolución suficiente.
- ❖ La incertidumbre de una magnitud de entrada se estima en base a la dispersión de los resultados individuales.



# Métodos de obtención

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

• **ANOVA** (Análisis de la varianza)

• **Mínimos cuadrados**

• **Método general**



- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

## ANOVA

El análisis de la varianza se puede definir como un conjunto de situaciones experimentales y procedimientos estadísticos para el análisis de respuestas cuantitativas de unidades experimentales



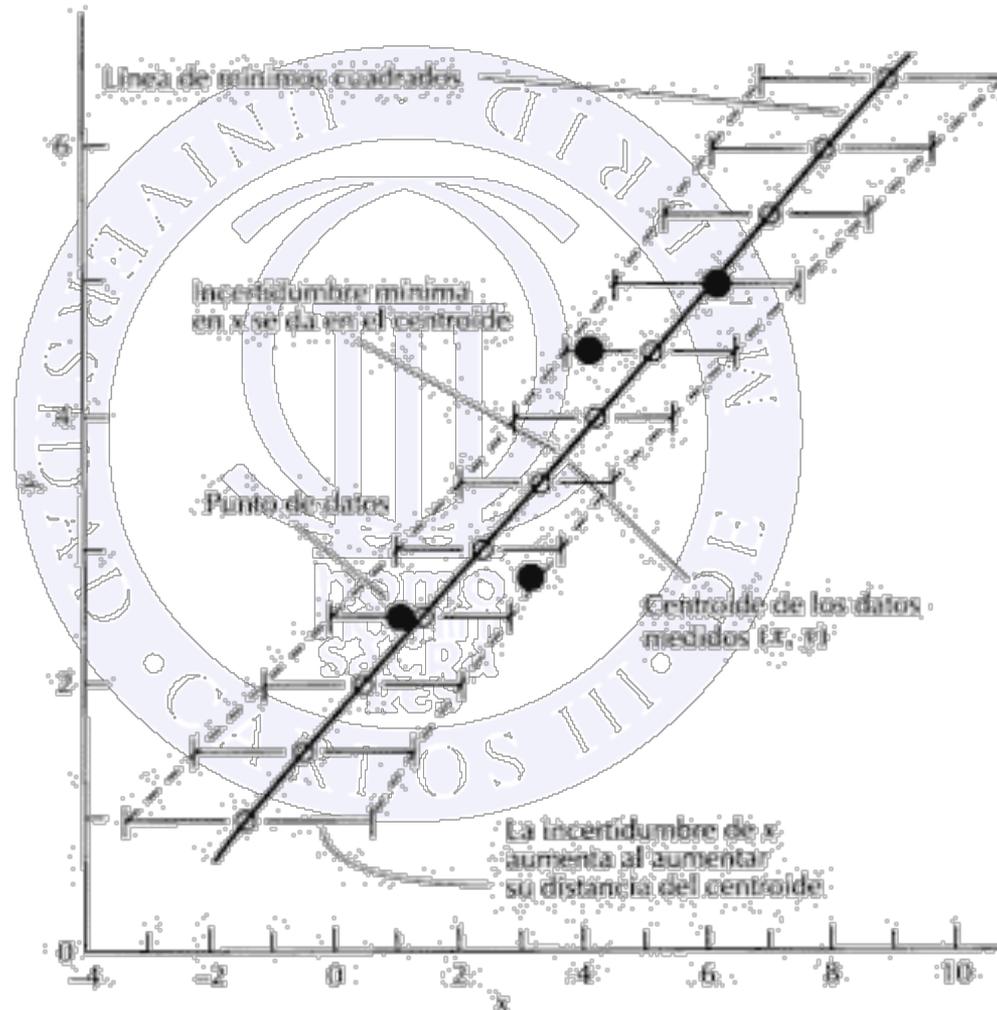
## MÍNIMOS CUADRADOS

- ¿EN QUÉ CONSISTE? El ajuste por el método de los mínimos cuadrados de una curva a partir de datos experimentales.
- La varianza y la incertidumbre estándar de los parámetros caracterizan la curva y cualquier punto predicho

- ➔ Introducción
- ➔ Incertidumbre Estándar
  - ➔ Tipo A
  - ➔ Tipo B
- ➔ Incertidumbre Combinada
- ➔ Incertidumbre Expandida
- ➔ Regresión
- ➔ Presentación de resultados
- ➔ Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

# Métodos de obtención

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre





## MÉTODO GENERAL

- Introducción
  - Incertidumbre Estándar
    - Tipo A
    - Tipo B
  - Incertidumbre Combinada
  - Incertidumbre Expandida
  - Regresión
  - Presentación de resultados
  - Paso a paso en el cálculo de incertidumbre
- Para una serie de medidas, efectuadas en condiciones de repetitividad, compuesta de  $n$  medidas ( $n > 1$ ) independientes, el valor estimado, del valor verdadero de una magnitud, viene dado por la **media aritmética** de los valores individuales medidos  $x_i$  ( $i = 1; 2; \dots; n$ ):

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$



# Métodos de obtención

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

- La **varianza experimental** de las observaciones la cual se define como la dispersión de los resultados de la medición para la magnitud de entrada

Se determina según la siguiente ecuación:

$$s^2(x) = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2$$



# Métodos de obtención

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

- La **varianza del promedio** es un estimador sesgado de la varianza de la media de las muestras, y se determina según la siguiente ecuación:

$$s^2(\bar{x}) = \frac{s^2(x)}{n}$$

- La **desviación estándar** del promedio es la raíz cuadrada positiva de la varianza del promedio:

$$s(\bar{x}) = + \frac{s(x)}{\sqrt{n}}$$



# Métodos de obtención

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

- la desviación estándar experimental del promedio es la estadística utilizada para la cuantificación de la incertidumbre estándar de la medición:

$$u(X) = s(\bar{x})$$

$u(X)$ : es llamada incertidumbre estándar “verdadera” o teórica de tipo A



# Métodos de obtención

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

- En el caso de que tengamos un número muy pequeño ( **$n \leq 10$** ) de mediciones, algo bastante común en mediciones industriales, se debe considerar este efecto de la siguiente forma:

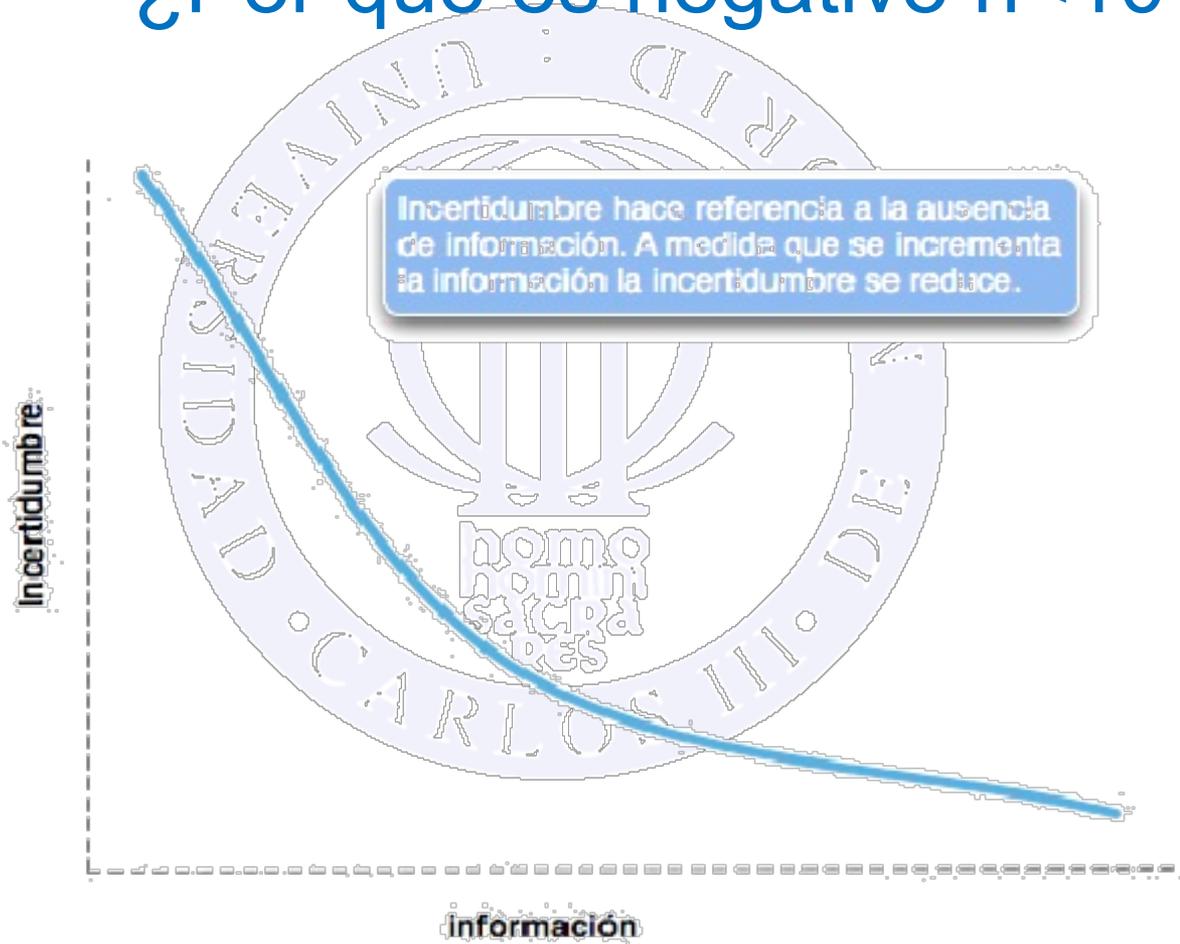
$$u_A = t_p(\nu) \cdot u(X)$$

- Es **algo negativo** encontrarnos en este tipo de situación puesto que la incertidumbre hace referencia a la ausencia de información. A medida que se incrementa la información la incertidumbre se reduce que es lo que a nosotros nos interesa para tener una medida más precisa.



# Métodos de obtención

## ¿Por qué es negativo $n < 10$ ?



- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# Métodos de obtención

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

- $t_p$  se obtiene a partir de la distribución t-Student para el número de grados de libertad.
- Esta ecuación sigue una distribución t-Student, que en el caso de pocas mediciones difiere notablemente de una distribución normal.
- Los grados de libertad  $\nu$ , de la variable aleatoria continua, en el caso de la incertidumbre por repetitividad, se determinan a partir de  $n$  observaciones independientes según la siguiente ecuación:

$$\nu = n - 1$$



# Métodos de obtención

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre

Número de observaciones	Grados de libertad ( n-1 )	Nivel de confianza					
		99%	98%	95,45%	0,90	0,80	68,00
2	1	63,66	31,82	13,97	6,31	3,08	1,82
3	2	9,92	6,96	4,53	2,92	1,89	1,31
4	3	5,84	4,54	3,31	2,35	1,64	1,19
5	4	4,60	3,75	2,87	2,13	1,53	1,13
6	5	4,03	3,36	2,65	2,02	1,48	1,10
7	6	3,71	3,14	2,52	1,94	1,44	1,08
8	7	3,50	3,00	2,43	1,89	1,41	1,07
9	8	3,36	2,90	2,37	1,86	1,40	1,06
10	9	3,25	2,82	2,32	1,83	1,38	1,05
11	10	3,17	2,76	2,28	1,81	1,37	1,05
12	11	3,11	2,72	2,25	1,80	1,36	1,04
13	12	3,05	2,68	2,23	1,78	1,36	1,04
14	13	3,01	2,65	2,21	1,77	1,35	1,03
15	14	2,98	2,62	2,20	1,76	1,35	1,03
16	15	2,95	2,60	2,18	1,75	1,34	1,03
17	16	2,92	2,58	2,17	1,75	1,34	1,03
18	17	2,90	2,57	2,16	1,74	1,33	1,02
19	18	2,88	2,55	2,15	1,73	1,33	1,02
20	19	2,86	2,54	2,14	1,73	1,33	1,02
Infinito	Infinito	2,58	2,33	2,00	1,64	1,28	1,00



**Importante!!!**

Los grados de libertad siempre deben estar disponibles cuando se documentan las evaluaciones de los componentes de incertidumbre de tipo A.

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# Métodos de obtención

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

- Si las variaciones aleatorias en las observaciones de una magnitud de entrada están correlacionadas, por ejemplo, con el tiempo, entonces el promedio y la desviación estándar experimental del promedio pueden ser estimadores inapropiados de los estadísticos deseados.
- En estos casos, las observaciones no se distribuyen según la distribución normal y deben analizarse mediante métodos estadísticos, especialmente diseñados para el tratamiento de series de mediciones correlacionadas que varían aleatoriamente.



# EJEMPLO:

- Se realiza la determinación de calcio en una muestra de agua, mediante 10 mediciones realizadas a una misma muestra bajo condiciones de repetitividad. Los resultados encontrados son los siguientes:

Contenido de calcio en agua (mg/L):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10,25	10,34	10,18	10,29	10,26	10,28	10,22	10,24	10,30	10,20

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# EJEMPLO:

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

## 1. MEDIA $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{10,25 + 10,34 + 10,18 + 10,29 + 10,26 + 10,28 + 10,22 + 10,24 + 10,30 + 10,20}{10} = 10,26 \text{ mg / L}$$

## 2. DESVIACIÓN ESTÁNDAR

$$s(q) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} = 0,49 \text{ mg / L}$$



# EJEMPLO:

## 3. DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LA MEDIA

$$s(\bar{x}) = + \frac{s(x)}{\sqrt{n}} = \frac{0,49}{\sqrt{10}} = 0,11 \text{ mg / L}$$

## 4. INCERTIDUMBRE TIPO A

$$u_A = s(\bar{x}) \cdot t_{n-1;95,45\%}$$

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



Número de observaciones	Grados de libertad ( n-1 )	Nivel de confianza					
		99%	98%	95,45	90	80	68,00
2	1	63,66	31,82	13,97	6,31	3,08	1,82
3	2	9,92	6,96	4,53	2,92	1,89	1,31
4	3	5,84	4,54	3,31	2,35	1,64	1,19
5	4	4,60	3,75	2,87	2,13	1,53	1,13
6	5	4,03	3,36	2,65	2,02	1,48	1,10
7	6	3,71	3,14	2,52	1,94	1,44	1,08
8	7	3,50	3,00	2,43	1,89	1,41	1,07
9	8	3,36	2,90	2,37	1,86	1,40	1,06
10	9	3,25	2,82	2,32	1,83	1,38	1,05
11	10	3,17	2,76	2,28	1,81	1,37	1,05
12	11	3,11	2,72	2,25	1,80	1,36	1,04
13	12	3,05	2,68	2,23	1,78	1,36	1,04
14	13	3,01	2,65	2,21	1,77	1,35	1,03
15	14	2,98	2,62	2,20	1,76	1,35	1,03
16	15	2,95	2,60	2,18	1,75	1,34	1,03
17	16	2,92	2,58	2,17	1,75	1,34	1,03
18	17	2,90	2,57	2,16	1,74	1,33	1,02
19	18	2,88	2,55	2,15	1,73	1,33	1,02
20	19	2,86	2,54	2,14	1,73	1,33	1,02
Infinito	Infinito	2,58	2,33	2,00	1,64	1,28	1,00

→ Introducción

→ Incertidumbre Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre Combinada

→ Incertidumbre Expandida

→ Regresión

→ Presentación de resultados

→ Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# EJEMPLO:

$$u_A = + \frac{s(x)}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1, 95,45\%} = 0,11 \cdot 2,32 = 0,26 \text{ mg / L}$$

**IMPORTANTE !!!!!!!**

Especificar el  
NÚMERO DE GRADOS  
DE LIBERTAD → n-1

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# EJEMPLO:

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

## RESULTADO

- Contenido de calcio en agua: 10,26 mg/L
- Incertidumbre tipo A 0,26 mg/L (para 9 grados de libertad y un nivel de confianza del 95,45%)



# ¿qué pasa cuando tenemos muchos datos?

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# EJEMPLO:

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

- Tenemos un conjunto de datos, consistentes en las masas de 98 filtros de policarbonato medidas con una electrobalanza, mostrándose a continuación los datos obtenidos de las mediciones:



# EJEMPLO:

Tabla Masas de filtros de policarbonato (en mg.)

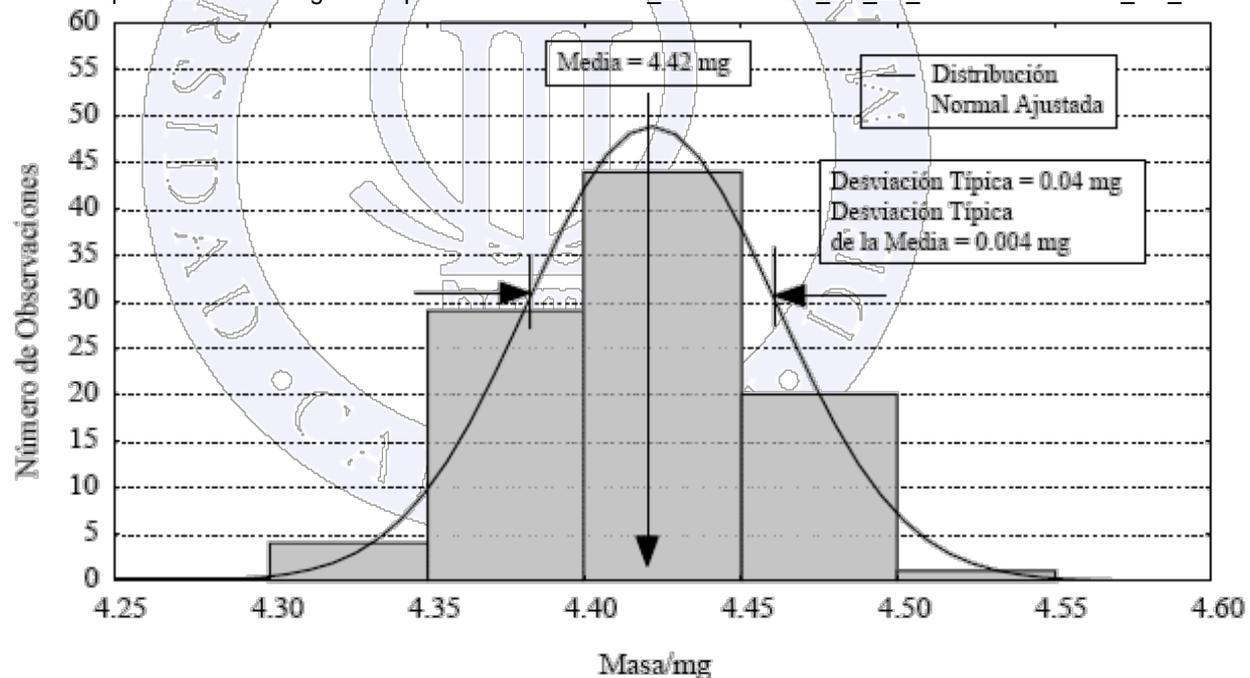
4.37	4.42	4.44	4.40	4.44	4.39
4.40	4.46	4.43	4.42	4.45	4.41
4.42	4.40	4.36	4.47	4.41	4.40
4.45	4.43	4.39	4.41	4.42	4.45
4.36	4.43	4.37	4.39	4.40	4.41
4.36	4.43	4.50	4.47	4.48	4.42
4.44	4.47	4.38	4.40	4.47	4.39
4.37	4.44	4.47	4.34	4.47	4.33
4.40	4.52	4.44	4.43	4.43	4.41
4.44	4.44	4.46	4.38	4.47	4.40
4.41	4.40	4.48	4.36	4.44	4.39
4.46	4.40	4.47	4.43	4.38	4.41
4.48	4.43	4.41	4.46	4.36	4.44
4.44	4.48	4.43	4.45	4.43	4.31
4.47	4.41	4.44	4.44	4.46	4.35
4.45	4.40	4.44	4.36	4.50	4.38
4.41	4.41				

Fuente: Miranda Martín del Campo, J. (2000). Evaluación de la Incertidumbre en Datos Experimentales. [https://www.researchgate.net/publication/266099498\\_EVALUACION\\_DE\\_LA\\_INCERTIDUMBRE\\_EN\\_DATOS\\_EXPERIMENTALES](https://www.researchgate.net/publication/266099498_EVALUACION_DE_LA_INCERTIDUMBRE_EN_DATOS_EXPERIMENTALES)

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

## Utilizamos **programas estadísticos** que directamente nos muestran los resultados

Fuente: Miranda Martín del Campo, J. (2000). Evaluación de la Incertidumbre en Datos Experimentales. [https://www.researchgate.net/publication/266099498\\_EVALUACION\\_DE\\_LA\\_INCERTIDUMBRE\\_EN\\_DATOS\\_EXPERIMENTALES](https://www.researchgate.net/publication/266099498_EVALUACION_DE_LA_INCERTIDUMBRE_EN_DATOS_EXPERIMENTALES)



Histograma para las masas de los filtros de policarbonato.

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# EJEMPLO:

## RESULTADO

CANTIDAD	RESULTADO
Media	4.42 mg
Varianza	0.0016 mg <sup>2</sup>
Desviación estándar	0.04 mg
Varianza experimental de la media	$1.6 \times 10^{-5}$ mg <sup>2</sup>
Desviación estándar de la media	0.004 mg
Incertidumbre estándar	0.004 mg

Fuente: Miranda Martín del Campo, J. (2000). Evaluación de la Incertidumbre en Datos Experimentales. [https://www.researchgate.net/publication/266099498\\_EVALUACION\\_DE\\_LA\\_INCERTIDUMBRE\\_EN\\_DATOS\\_EXPERIMENTALES](https://www.researchgate.net/publication/266099498_EVALUACION_DE_LA_INCERTIDUMBRE_EN_DATOS_EXPERIMENTALES)

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# INCERTIDUMBRE ESTÁNDAR : TIPO B

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



## ¿CUÁNDO SE UTILIZA LA INCERTIDUMBRE TIPO B?

- Cuando no se tienen observaciones repetidas.
- Cuando su valor se establece o se calcula en base a toda la información disponible.

Esto es, cuando se tiene una estimación  $x_i$  de una cantidad  $X_i$  que no se ha obtenido de observaciones repetidas, la varianza estimada  $u^2(x_i)$  o la incertidumbre estándar  $u(x_i)$  se evalúan por un método científico basado en toda la información disponible acerca de la variabilidad de  $X_i$ .

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

La información disponible sobre  $X_i$  puede ser la siguiente:

- ↘ Resultado de mediciones anteriores.
- ↘ Experiencia o conocimiento general acerca del comportamiento y propiedades de los materiales y los instrumentos utilizados.
- ↘ Especificaciones del fabricante.
- ↘ Datos suministrados por certificados de calibración u otros certificados.
- ↘ Incertidumbres asignadas a datos de referencia tomados de manuales.



## DIFERENTES CASOS DE EVALUACIONES TIPO B:

1. Si la estimación ***xi se obtiene a partir de una especificación del fabricante***, de un certificado de calibración, de una publicación o de otra fuente, y su incertidumbre viene dada como un múltiplo específico de una desviación típica.
2. Determinación tipo B cuando **se conoce un único valor de la variable de entrada.**
3. Determinación tipo B cuando **se supone una distribución de probabilidad** para la variable de entrada.
  - a. Normal
  - b. Rectangular (uniforme)
  - c. Triangular
  - d. Tipo U

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre



# PRIMER CASO

**1<sup>er</sup> CASO:** Estimación *xi obtenida de una especificación del fabricante*, donde su certidumbre viene dada como un múltiplo específico de una desviación típica.

Se puede establecer que la **incertidumbre** dada es un cierto múltiplo de la **desviación estándar**.

En el caso del *ejemplo 1* la incertidumbre estándar es la desviación estándar dividida entre el multiplicador, y la varianza estimada es el cuadrado del número resultante.

En el caso del *ejemplo 2* se da un intervalo que tiene un nivel de confianza de 90, 95 ó 99 por ciento. Podemos obtener la incertidumbre estándar al dividir el valor dado entre el factor apropiado dentro de la distribución normal. Estos factores son 1.64, 1.96 y 2.58, respectivamente, para los niveles de confianza anteriormente citados (90%, 95% y 99%):

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre



## EJEMPLO 1:

Un certificado de calibración indica que la masa  $m_s$  de un patrón de masa de acero inoxidable de valor nominal igual a 1 kg es de 1000,000325g y que la desviación típica de este valor es de 240  $\mu\text{g}$ , para un nivel 3s (3 desviaciones típicas).

*La incertidumbre típica del patrón de masa es simplemente:*

***Incertidumbre=desviación/multiplicador***

$$u(m_s) = (240 \mu\text{g})/3 = 80 \mu\text{g}.$$

*La varianza estimada es:*

***varianza=(incertidumbre)<sup>2</sup>***

$$u^2(m_s) = (80 \mu\text{g})^2 = 6,4 \times 10^{-9} \text{ g}^2$$

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre



## EJEMPLO 2:

Un certificado de calibración indica que la masa  $m_s$  de un patrón de masa de acero inoxidable de valor nominal igual a 1 kg es de 1000,000325g. y que la desviación de este valor es de 240  $\mu\text{g}$ , para un nivel de confianza del 99%:

*Lo primero que debemos apreciar es que nos están pidiendo un intervalo de confianza del 99%*

*→ el factor por el que tenemos que dividir es 2.58:*

*La incertidumbre típica del patrón de masa es simplemente:*

***Incertidumbre=desviación/factor correspondiente al 99% de confianza***

$$u(m_s) = (240 \mu\text{g})/2.58 = 93 \mu\text{g}$$

*La varianza estimada es:*

***Varianza=(incertidumbre)<sup>2</sup>***

$$u^2(m_s) = (93 \mu\text{g})^2 = 8.65 \times 10^{-9} \text{ g}^2$$

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre



# SEGUNDO CASO

**2º CASO:** Determinación tipo B cuando **se conoce un único valor de la variable de entrada**. Las posibles causas por las que sólo tenemos un único valor de la variable son las siguientes:

- Hemos realizado una única medida (medida destructiva)
- El resultado se toma de documentación técnica (coef. dilatación)
- Resultado facilitado por terceras personas (certificado de calibración)
  - Valor del mensurando, el valor único.
  - Incertidumbre típica: facilitada por la fuente (documentación o certificado).
  - En su defecto, calcular en base a la experiencia.

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre



## EJEMPLO 1 (para un solo valor conocido de la variable de entrada):

**Ejemplo:** Un acero de alta calidad lleva grabado el valor del coeficiente de dilatación lineal  $\alpha = 11,6 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  pero no indica su incertidumbre.

→ Solución: *El evaluador considera que la información es suficientemente fiable para adoptar como incertidumbre típica la mitad del valor de la última cifra significativa grabada, es decir:*

→ La incertidumbre del coef.  $\alpha$  será:

$$\text{incertidumbre} = \frac{\text{última cifra significativa}}{2}$$

\* Si no se advierte de lo contrario tomaremos siempre como divisor de esta ecuación "2"

$$\rightarrow u(\alpha) = 0,1 \cdot 10^{-6} / 2 \text{ K}^{-1} = 0,05 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

# TERCER CASO

3<sup>er</sup> CASO: Determinación tipo B cuando **se supone una distribución de probabilidad** para la variable de entrada.

## Distribución Normal

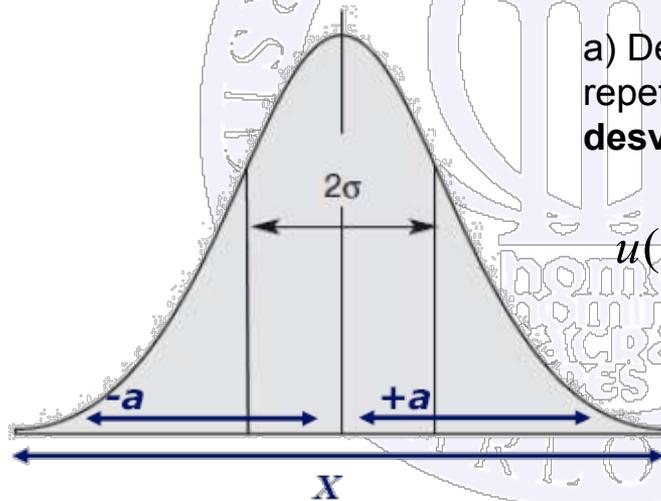
Se utiliza cuando se dispone:

a) De resultados experimentales de observaciones repetidas. **La incertidumbre típica es igual a la desviación típica:**

$$u(x) = \frac{s(X)}{\sqrt{n}}, \text{ donde } s(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}$$

b) De un intervalo de confianza ( $x \pm a$ ) con indicación del nivel de confianza, por ejemplo 95% u otro. La incertidumbre típica se calcula por ejemplo para un nivel de confianza del 95 % como:

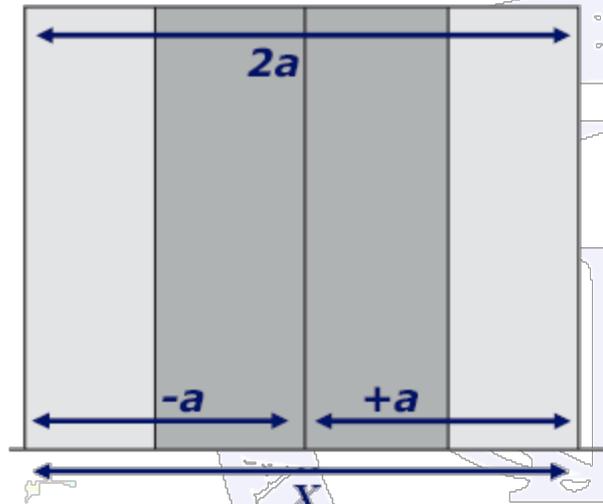
$$u(x) = \frac{|a_{+,-}|}{2} = \frac{|a_+ - a_-|}{4}$$



- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

# TERCER CASO

## Distribución Rectangular



Se utiliza cuando, por ejemplo, se dan límites ( $\pm a$ ) sin especificar el nivel de confianza y es esperable que todos los valores sea igualmente probables.

Para una distribución rectangular cada valor de  $x$  dentro del intervalo  $[a_+, a_-]$  tiene la misma probabilidad, o sea la densidad de probabilidad es constante (e igual a  $1/a$  dentro del intervalo). Donde  $a = a_- - a_+$

La varianza se calcula como: La desviación estándar (incertidumbre) finalmente resulta:

$$s^2 = \frac{(a_- - a_+)^2}{12}$$

$$u(x) = \frac{a_- - a_+}{\sqrt{12}} = \frac{|a_{*,-}|}{\sqrt{3}}$$

→ Introducción

→ Incertidumbre Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre Combinada

→ Incertidumbre Expandida

→ Regresión

→ Presentación de resultados

→ Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# TERCER CASO

Ejemplo 1 (distribución rectangular):

$$t = (t_0 \pm 0,5) \text{ } ^\circ\text{C} \rightarrow (a_- = a_+ = 0,5 \text{ } ^\circ\text{C}) \rightarrow a = 1^\circ\text{C}$$

*La incertidumbre de esta medida será:*

$$u(x) = \frac{1}{\sqrt{12}} \text{ } ^\circ\text{C} = 0.3 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Ejemplo 2 (distribución rectangular):

$$\text{Resolución instrumento } E: (E=0,01 \text{ mm}; a_- = a_+ = E/2 \text{ mm}) \rightarrow a=0.01\text{mm}$$

*La incertidumbre de esta medida será:*

$$u(x) = \frac{0.01}{\sqrt{12}} = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

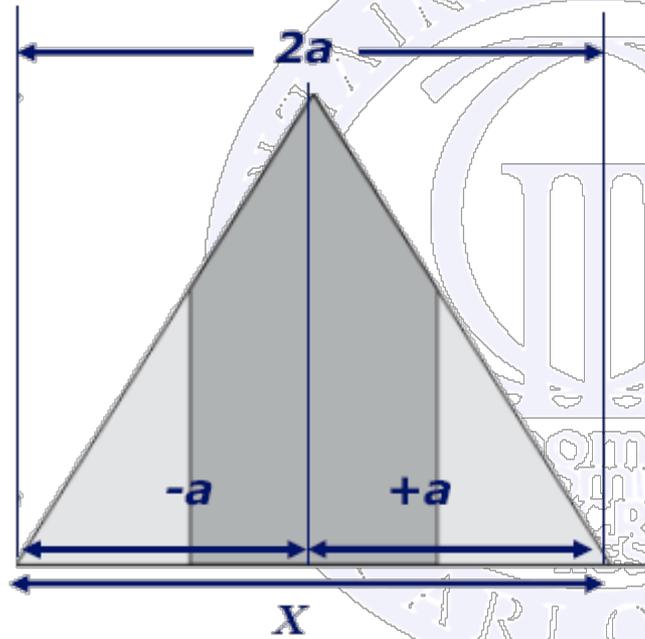
→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre

# TERCER CASO

## Distribución Triangular



Se utiliza cuando la información es menos limitada que para una rectangular y se puede suponer que los **valores cercanos al valor central son más probables que los valores extremos.**

La incertidumbre típica se calcula como:

$$u(x) = \frac{|a_{+,-}|}{\sqrt{6}}$$

→ Introducción

→ Incertidumbre Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre Combinada

→ Incertidumbre Expandida

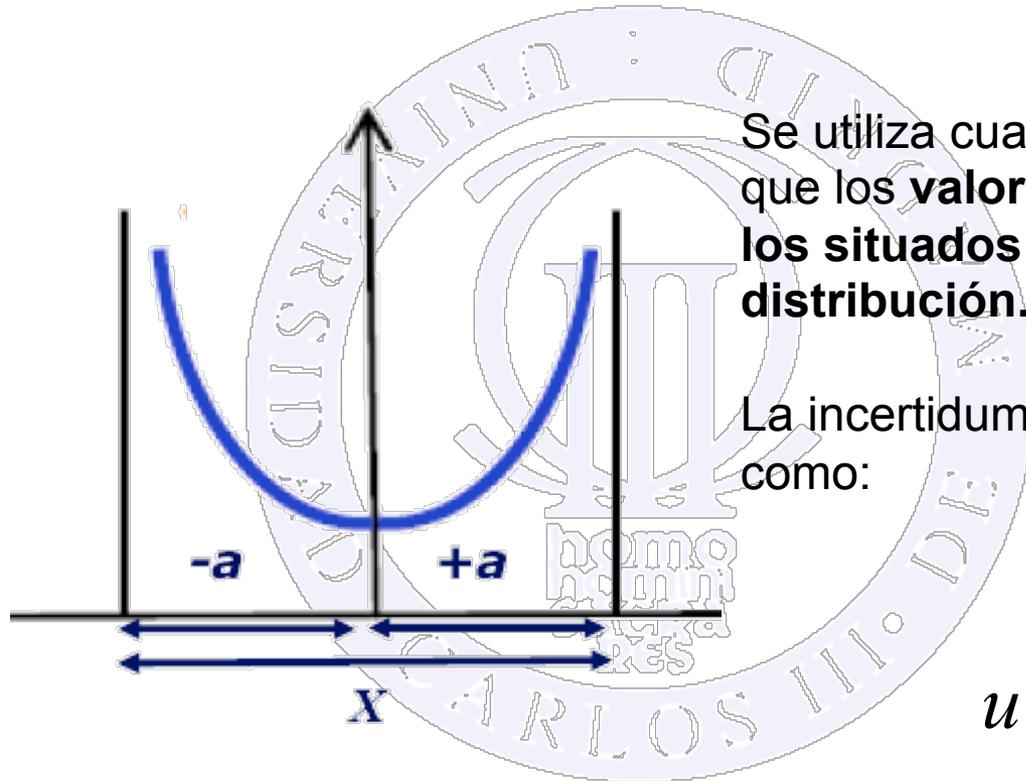
→ Regresión

→ Presentación de resultados

→ Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

# TERCER CASO

## Distribución Tipo U



Se utiliza cuando se puede suponer que los **valores más probables son los situados en lo extremos de la distribución.**

La incertidumbre típica se calcula como:

$$u(x) = \frac{|a_{+,-}|}{\sqrt{2}}$$

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# RESUMEN (I)

## EN RESUMEN

La **distribución rectangular** es una descripción razonable en términos de probabilidad del conocimiento que se tenga sobre la magnitud de entrada  **$X_i$  cuando no existe ninguna otra información más que sus límites de variabilidad.**

Pero si se sabe que los **valores de la magnitud** en cuestión **próximo al centro** del intervalo de variabilidad son más probables que los valores próximos a los extremos, un modelo más adecuado sería una **distribución triangular o normal.**

Cuando los **valores cercanos a los extremos son más probables** que los valores cercanos al centro, es más apropiada una **distribución tipo U.**

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# RESUMEN (II)

## TABLA RESUMEN

Distribución tipo B	Estimador de la magnitud, $x_i$	Incertidumbre típica, $u(x_i)$
<b>NORMAL</b>	$x_i = \bar{X}_i$	$u(x_i) = \frac{s(X_i)}{\sqrt{n}}$ $u(x_i) = \frac{a}{2}$
<b>RECTANGULAR</b>	$x_i = \bar{X}_i$	$u(x) = \frac{a}{\sqrt{3}}$
<b>TRIANGULAR</b>	$x_i = \bar{X}_i$	$u(x) = \frac{a}{\sqrt{6}}$
<b>TIPO U</b>	$x_i = \bar{X}_i$	$u(x) = \frac{a}{\sqrt{2}}$

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# Eliminación de datos dudosos

Cuando se realiza una medición repetida de una magnitud física algunas de las mediciones puede diferenciarse significativamente de las otras. Estos datos deben ser examinados con minuciosidad para tomar la decisión de tomarlos en cuenta o desecharlos.

La prueba de las 3S

Desviación relativa máxima

La prueba "Q"

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

## La prueba de las 3S

- Se utiliza para  $n > 10$
- Se considera que si el dato dudoso se desvía de la media aritmética, determinada para el resto de los datos, en más de  $3 \cdot S$

esta medición se debe, o repetir, o desechar, ya que es un error basto.

$$|x_i - \bar{x}| \geq 3 \cdot s$$

$s$  → desviación media estándar

$x_i$  → medición dudosa



## Desviación relativa máxima

- Más rigurosamente se puede usar el método de cálculo de la desviación relativa máxima:

$$\frac{|x_i - \bar{x}|}{s} \geq t$$

- El valor de  $t$  depende de  $H$ , denominado nivel de importancia y del número  $n$  de datos.
- El nivel de importancia en la práctica común se toma desde 0.05 hasta 0,01. Para mediciones exactas se debe tomar un valor de  $H$  no mayor a 0,01 (uno por ciento).
- $t$  es el valor tomado de la siguiente tabla:

- ➔ Introducción
- ➔ Incertidumbre Estándar
  - ➔ Tipo A
  - ➔ Tipo B
- ➔ Incertidumbre Combinada
- ➔ Incertidumbre Expandida
- ➔ Regresión
- ➔ Presentación de resultados
- ➔ Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# Eliminación de datos dudosos

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

Valores de  $t$  para distinto número de mediciones

H	0,05	0,02	0,01	0,001
n				
2	15,561	38,973	77,964	779,696
3	4,969	8,042	11,460	36,486
4	3,558	5,077	6,530	14,468
5	3,041	4,105	5,043	9,432
6	2,777	3,635	4,355	7,409
7	2,616	3,360	3,963	6,370
8	2,508	3,180	3,711	5,733
9	2,431	3,053	3,536	5,314
10	2,372	2,959	3,409	5,014
11	2,327	2,887	3,310	4,791
12	2,291	2,829	3,233	4,618
13	2,261	2,782	3,170	4,481
14	2,236	2,743	3,118	4,369
15	2,215	2,710	3,075	4,276
16	2,197	2,683	3,038	4,198



## La prueba “Q”

- Se utiliza para  $n < 10$
- Hallamos el factor Q y se compara con una tabla de valores estándar para decidir si se debe rechazar o conservar el valor. Para rechazarlo Q tendrá que ser mayor que el valor de la tabla

$$Q = \frac{d}{w} = \frac{x_q - x_n}{x_h - x_l}$$

$x_q$  ➔ representa el valor dudoso,

$x_n$  ➔ es el valor vecino más cercano,

$x_h$  ➔ es el dato con el valor máximo

$x_l$  ➔ es el dato con el valor mínimo

➔ Introducción

➔ Incertidumbre  
Estándar

➔ Tipo A

➔ Tipo B

➔ Incertidumbre  
Combinada

➔ Incertidumbre  
Expandida

➔ Regresión

➔ Presentación  
de resultados

➔ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre



# Eliminación de datos dudosos

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

Nº de medidas	Rechazo con 90% de confianza	Rechazo con 95% de confianza	Rechazo con 99% de confianza
3	0.941	0.970	0.994
4	0.765	0.829	0.926
5	0.642	0.710	0.821
6	0.560	0.625	0.740
7	0.507	0.568	0.680
8	0.468	0.526	0.634
9	0.437	0.493	0.598
10	0.412	0.466	0.568



# Incertidumbre Combinada



- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- **Incertidumbre Combinada**
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# Incertidumbre Combinada

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- **Incertidumbre Combinada**
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

## Incertidumbre Combinada:

- ❖ Datos correlacionados
- ❖ Datos No correlacionados





## Datos no correlacionados

La incertidumbre del caso a estudiar se puede expresar como una combinación de las incertidumbres individuales de cada variable

Una suma de la incertidumbre individual multiplicada por un coeficiente de sensibilidad “C”

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n [c_i u(x_i)]^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i(y)^2}$$

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- **Incertidumbre Combinada**
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# Incertidumbre Combinada

## Datos no correlacionados

El método más extendido para el cálculo de la incertidumbre es el conocido por “propagación de errores”

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)}$$
$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n [c_i u(x_i)]^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2(y)}$$
$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- **Incertidumbre Combinada**
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# Incertidumbre Combinada

## Datos no correlacionados

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)}$$

• Donde  $c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$

Por lo que obtenemos la formula de la que partíamos

$$u_c(y) = \sum_{i=1}^n \sqrt{[c_i u(x_i)]^2} = \sum_{i=1}^n u_i(y)$$

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- **Incertidumbre Combinada**
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# Incertidumbre Combinada

## Datos no correlacionados

También se puede usar el método empírico para calcular el valor de de C.

Consiste en fijar todas las variables menos una y calcular de esta forma cada  $C_i$

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n [c_i u(x_i)]^2} = \sum_{i=1}^n u_i(y)$$

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- **Incertidumbre Combinada**
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# Incertidumbre Combinada

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- **Incertidumbre Combinada**
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

## Datos correlacionados

Cuando los valores de medida guardan relación entre ellos el cálculo se hace más complicado

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u^2(x_i) u^2(x_j) r(x_i, x_j)}$$

•Donde  
 $r(x_i, x_j)$

Es la correlación entre ambos valores



# Incertidumbre Expandida

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# Incertidumbre Expandida

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- **Incertidumbre Expandida**
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

Para los casos en el que necesitamos un nivel de confianza mayor que el que nos da la incertidumbre combinada, usaremos la incertidumbre expandida.

Necesitamos asegurarnos una mayor calidad

Para ello aplicamos un coeficiente K en función del nivel de confianza que deseemos obtener y del origen de los datos.

$$U = k u_c(y)$$



# Incertidumbre Expandida

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- **Incertidumbre Expandida**
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

Los casos mas habituales son para una distribución normal de los datos 95%  $k=2$  y para el 99%  $k=3$ , 68% para  $K=1$

Para una distribución cuadrada  $k=1$  corresponde al 57,7%

## T-student niveles de confianza

No siempre disponemos de una distribución de valores según alguna curva ni de las mediciones se han tomado un numero elevado de veces para asegurarnos que siguen alguna distribución.

T-student tiene en cuenta la limitación que esto supone



# Incertidumbre Expandida

## T-student niveles de confianza

En este modelo se tienen en cuenta los grados de libertad pidiéndose entender como una variable más que tiene en cuenta el posible error cometido con un número bajo de mediciones



**A mayor grado de libertad mas confianza**

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- **Incertidumbre Expandida**
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# Incertidumbre Expandida

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- **Incertidumbre Expandida**
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

Obtención de los grados de libertad  $\nu_{ef}$

Datos Tipo A

$\nu_i$  es  $n-1$ , donde  $n$  es número de medidas tomadas

Datos Tipo B

$$\nu_i \approx \frac{1}{2} \left[ \frac{u(x_i)}{\Delta u(x_i)} \right]^2$$

$$\nu_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{\nu_i}}$$



# Incertidumbre Expandida

Tabla con diferentes valores de k, ejemplo

Número de observaciones	Grados de libertad (n-1)	Nivel de confianza					
		99%	98%	95,45%	0,90	0,80	68,00
2	1	63,66	31,82	13,97	6,31	3,08	1,82
3	2	9,92	6,96	4,53	2,92	1,89	1,31
4	3	5,84	4,54	3,31	2,35	1,64	1,19
5	4	4,60	3,75	2,87	2,13	1,53	1,13
6	5	4,03	3,36	2,65	2,02	1,48	1,10
7	6	3,71	3,14	2,52	1,94	1,44	1,08
8	7	3,50	3,00	2,43	1,89	1,41	1,07
9	8	3,36	2,90	2,37	1,86	1,40	1,06
10	9	3,25	2,82	2,32	1,83	1,38	1,05
11	10	3,17	2,76	2,28	1,81	1,37	1,05
12	11	3,11	2,72	2,25	1,80	1,36	1,04
13	12	3,05	2,68	2,23	1,78	1,36	1,04
14	13	3,01	2,65	2,21	1,77	1,35	1,03
15	14	2,98	2,62	2,20	1,76	1,35	1,03
16	15	2,95	2,60	2,18	1,75	1,34	1,03
17	16	2,92	2,58	2,17	1,75	1,34	1,03
18	17	2,90	2,57	2,16	1,74	1,33	1,02
19	18	2,88	2,55	2,15	1,73	1,33	1,02
20	19	2,86	2,54	2,14	1,73	1,33	1,02
Infinito	Infinito	2,58	2,33	2,00	1,64	1,28	1,00

→ Introducción

→ Incertidumbre Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre Combinada

→ Incertidumbre Expandida

→ Regresión

→ Presentación de resultados

→ Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- **Regresión**
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

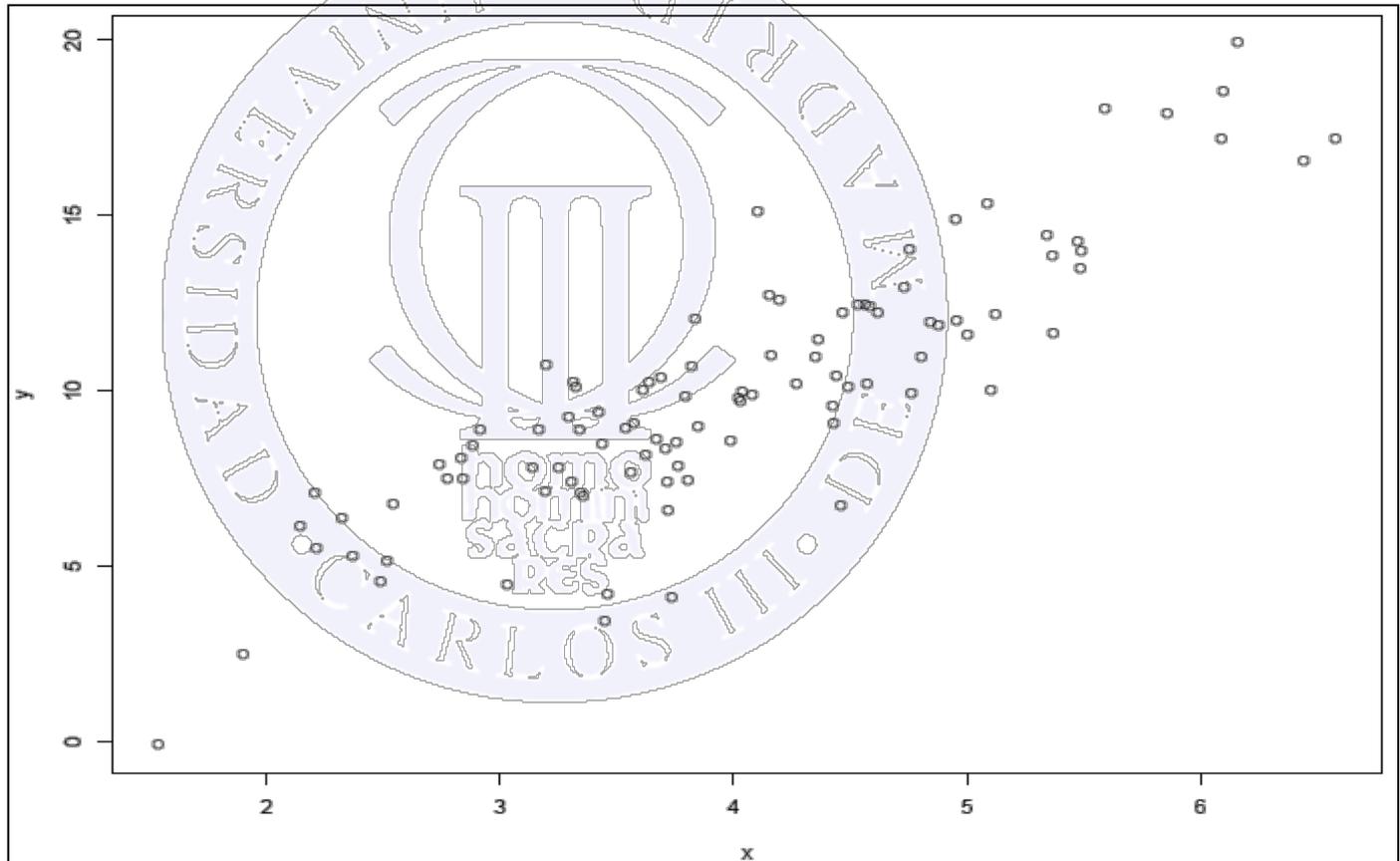




# Regresión lineal

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- **Regresión**
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

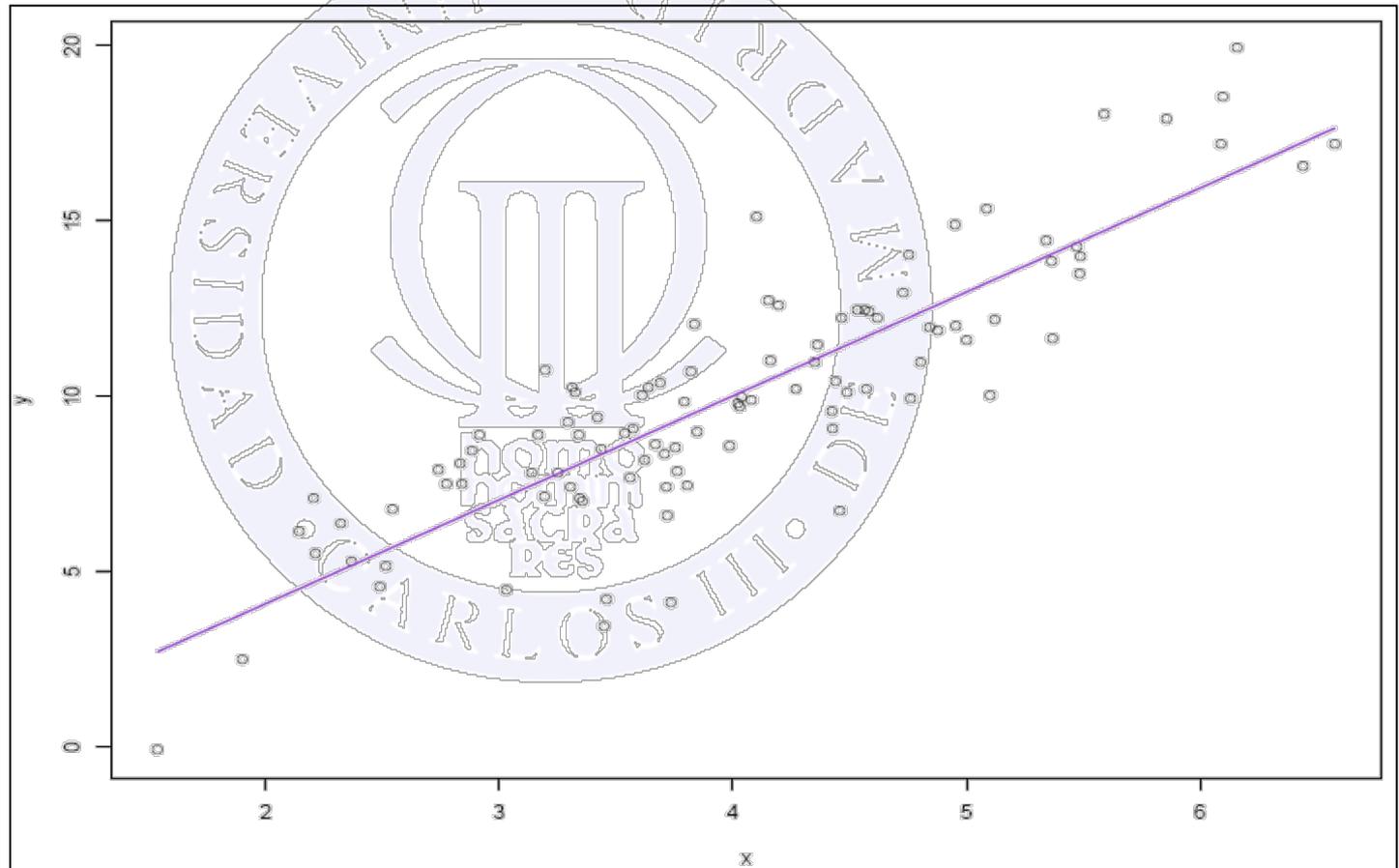
Datos experimentales:





# Regresión lineal

Ajuste lineal de los datos:



- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- **Regresión**
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# Regresión lineal



Estimación de la pendiente y de la ordenada en el origen

MÉTODO DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS

$$\sum_{i=1}^n (m \cdot x_i + b - y_i)^2 = \text{mínimo}$$

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- **Regresión**
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# Regresión lineal

El par de valores  $m$  y  $b$  que cumplen esta condición son la solución del sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \sum y_i = m \sum x_i + b_n \\ \sum x_i y_i = m \sum x_i^2 + b \sum x_i \end{cases}$$



$$m = \frac{\sum x_i \sum y_i - n \sum x_i y_i}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2}$$



$$b = \frac{\sum x_i \sum x_i y_i - \sum y_i \sum x_i^2}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2}$$

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ **Regresión**

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre



# Regresión lineal

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- **Regresión**
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

Incertidumbre asociada, desviación estándar:

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - m \cdot x_i - b)^2}{n - 2}}$$



# Regresión lineal

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- **Regresión**
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

Incertidumbre en la pendiente

Incertidumbre en la ordenada en el origen

$$S_m = S_y \sqrt{\frac{n}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}$$
$$S_b = S_y \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}$$



# Presentación de resultados

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# Presentación de resultados

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- **Presentación de resultados**
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

La expresión del resultado debe ser de la forma

$$Y = y \pm U$$

Declarar como se ha calculado la incertidumbre estándar.

Si se expresa como una incertidumbre expandida indicar el nivel de confianza y el valor del factor de cobertura utilizado.



## CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Son aquellas que ofrecen información sobre el valor real de la medida.

## REDONDEO

- Primera cifra mayor que 5, se aumenta en una unidad la última cifra significativa
- Primera cifra menor que 5, la última cifra conservada no varía

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- **Presentación de resultados**
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



# Presentación de resultados

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- **Presentación de resultados**
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

Primera cifra igual a 5:

- Si después del 5 todas son cero, la última cifra conservada no varía

Ejemplo:

3,5000 se redondea a 3

- Si después del 5 hay cifras distintas de cero, se aumenta en una unidad la última cifra significativa

Ejemplo:

3,5121 se redondea a 4



# Presentación de resultados

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- **Presentación de resultados**
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

- La incertidumbre tiene **sólo una cifra significativa** excepto si la primera cifra distinta de cero es 1 y la siguiente menor o igual que 5
- Los valores de las medidas y las incertidumbres se deben expresar siempre con la misma precisión.
- Se utilizarán potencias de diez para evitar que haya cifras no significativas, la misma potencia debe afectar al valor y a su incertidumbre.



# Presentación de resultados

EJEMPLOS:

Medida	Incertidumbre	Expresión
0,987	0,018	$0,99 \pm 0,02$
356,257	11,897	$356 \pm 12$
0,34573	0,00237	$(34,6 \pm 0,2) \cdot 10^{-2}$
1,4602	0,0049	$1,460 \pm 0,005$

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ **Presentación  
de resultados**

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre

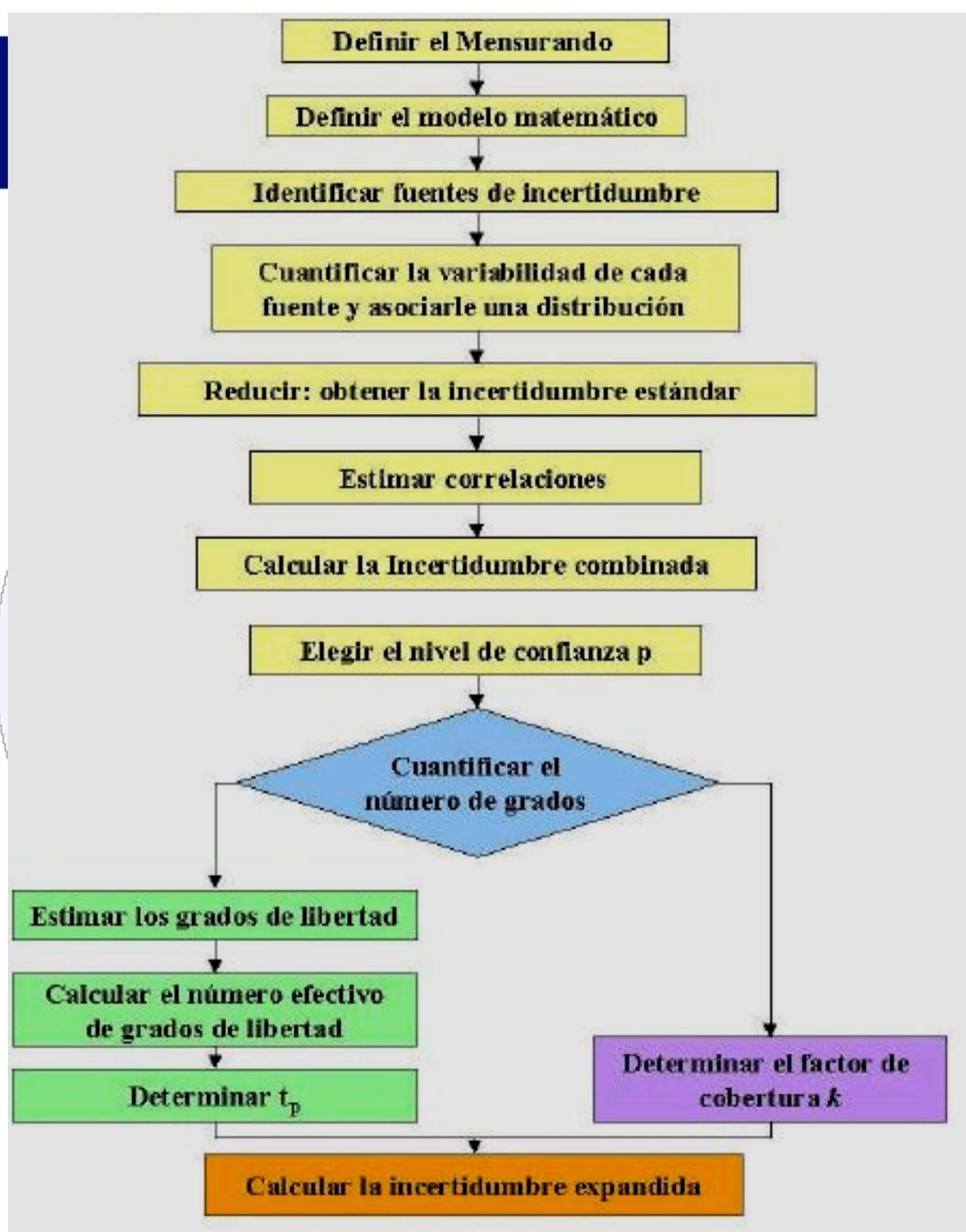


# Paso a paso en el cálculo de la incertidumbre

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre





# 1. DEFINIR EL MENSURANDO Y

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

- ❑ Es la **magnitud que se pretende determinar**.  
Ejemplo: Se desea determinar la rigidez  $k$  de un resorte a compresión.
- ❑ Debe poder obtenerse mediante la medición de un fenómeno.
- ❑ Como consecuencia de la medición (directa o indirecta) aparece implícitamente una incertidumbre que caracteriza la dispersión de los valores atribuidos al mensurando.



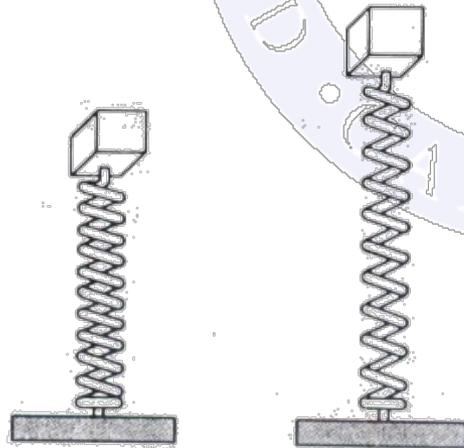
**EL VALOR REAL DEL  
MENSURANDO NO COINCIDE  
CON EL VALOR MEDIDO**

## 2. a) ESTABLECER EL MODELO FÍSICO

Es necesaria la **simplificación del fenómeno o de la situación real** conservando las características más relevantes.

Para dicha simplificación debe tenerse en cuenta:

- Relaciones fenomenológicas entre variables.
- Consideraciones sobre el fenómeno como conservación de cantidades, comportamiento temporal, comportamiento espacial, simetrías...
- Consideraciones sobre propiedades de la sustancia como homogeneidad e isotropía.



Ejemplo: Para el cálculo de la rigidez  $k$  de un resorte a compresión se puede simplificar el fenómeno mediante un dispositivo como el de la figura en el que se colocan diferentes pesas.

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre



## 2. b) IDENTIFICAR LAS VARIABLES DE ENTRADA $X_i$ ESTABLECER EL MODELO MATEMÁTICO

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

La relación entre las magnitudes de entrada y el mensurando se representa como una función

$$Y = f(\{X_i\}) = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

dada por una tabla de valores correspondientes, una gráfica o una ecuación.

Ejemplo: En el caso del resorte a compresión, la función que relaciona las magnitudes de entrada y el mensurando es:

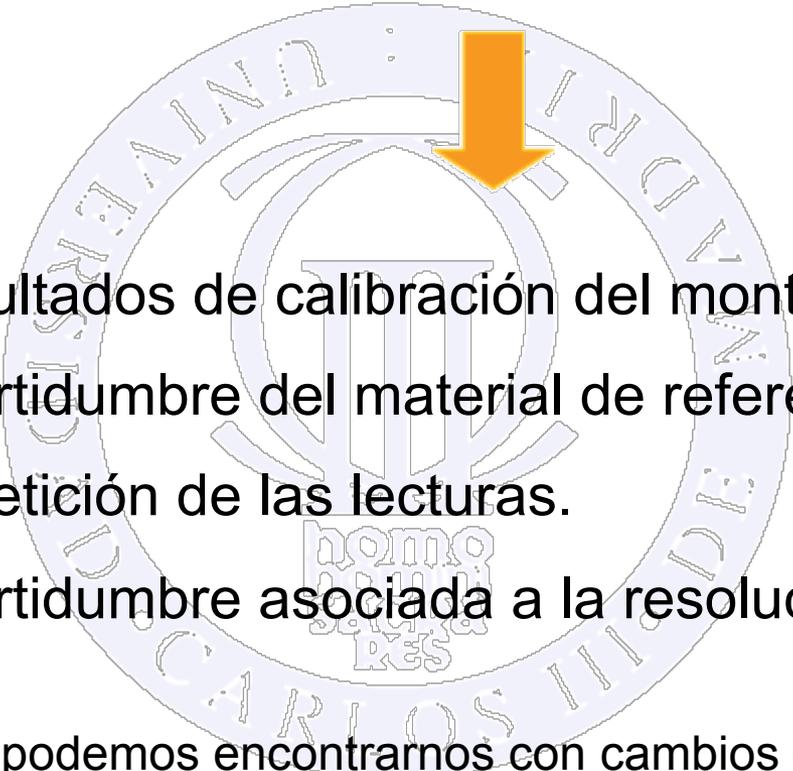
$$k = \frac{m \cdot g}{x}$$

$Y=k$		Mensurando
$x_1=m$		} Variables de entrada
$x_2=g$		
$x_3=x$		



### 3. IDENTIFICAR LAS FUENTES DE INCERTIDUMBRE

Proviene de diversos factores involucrados en la medición.

- 
- ❑ Resultados de calibración del montaje.
  - ❑ Incertidumbre del material de referencia.
  - ❑ Repetición de las lecturas.
  - ❑ Incertidumbre asociada a la resolución de los equipos.

También podemos encontrarnos con cambios de instrumentación, de observador, de condiciones ambientales, etc...que también tienen asociada cierta incertidumbre pero que son menos comunes.

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre



# 4. DETERMINAR LA INCERTIDUMBRE ESTANDAR $u(x_i)$

Métodos principales para cuantificar las fuentes de incertidumbre:

- ❑ **Tipo A:** distribución de incertidumbre basada en el análisis estadístico de una serie de medidas.
- ❑ **Tipo B:** distribución con base en experiencia o información externa.

TIPO A

$$u_A^2(\bar{Y}) = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{k=1}^n (Y_k - \bar{Y})^2$$

n: número de mediciones independientes

$Y_k$ : resultados de la medición

$\bar{Y}$ : media aritmética de las mediciones

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre



# 4. DETERMINAR LA INCERTIDUMBRE ESTANDAR $u(x_i)$

## TIPO B

Se basa en certificados de calibración, especificaciones de equipos de medición, la experiencia, materiales patrón, etc...

$$u(x_i)^2 = \left(\frac{U}{k}\right)^2 + \left(\frac{E}{\sqrt{s}}\right)^2$$

$u(x_i)$ : incertidumbre asociada a una magnitud de entrada, instrumento del equipo o de calibración, etc...

U: incertidumbre expandida asociada a  $x_i$

k: factor de cobertura

E: resolución del equipo de medida. (en caso de no ser  $x_i$  un equipo de medida  $E=0$ )

s: factor asociado al tipo de distribución utilizada.

○ Triangular  $s=24$

○ Rectangular  $s=12$

**UNA INCERTIDUMBRE DE TIPO B PUEDE SER  
TAN FIABLE COMO UNA EVALUACIÓN DE TIPO A**

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre



## 5. ESTIMAR CORRELACIONES. CALCULAR LA INCERTIDUMBRE COMBINADA $u_c(Y)$

$$C = Y_0 - \bar{Y} + \text{contribuciones}$$

C: corrección  
Y<sub>0</sub>: el valor nominal en el punto de calibración  
Y: estimador de la magnitud de salida en el punto  
Contribuciones: otras correcciones que generan incertidumbre

Para calcular la incertidumbre combinada cuando existen diversas magnitudes de entrada  $x_i$  no correlacionadas se utiliza la **ley de propagación de incertidumbre**:

$$\begin{aligned} & u^2(Y_0) + u^2(\text{contribuciones}) \\ &= \sum_{j=1}^n \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot u(x_i) \right]^2 + u^2(\text{montaje}) + u^2(\text{calibración}) + \dots \end{aligned}$$

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre



## 5. ESTIMAR CORRELACIONES. CALCULAR LA INCERTIDUMBRE COMBINADA $u_c(Y)$

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre

La incertidumbre combinada es el **resultado de las contribuciones de todas las fuentes**. Se calcula como la suma geométrica de las contribuciones particulares.

$$u_c(Y) = \sqrt{u_A^2(\bar{Y}) + u^2(Y_0) + u^2(\text{contribuciones})}$$

$$u_c^2(Y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(Y)$$



# 5. ESTIMAR CORRELACIONES. CALCULAR LA INCERTIDUMBRE COMBINADA $u_c(Y)$

Ejemplo:

$$u(m_i) = \frac{U(M_i)}{K_{cert}} \quad u^2(x_i) = \left(\frac{U(X_i)}{K_{cert}}\right)^2 + \left(\frac{E_{regla}}{\sqrt{12}}\right)^2 \quad u(g) = \frac{U(g)}{K_{cert}}$$

## Ley de propagación de varianzas

$$u^2(k_0) = \left(\frac{\partial k_i}{\partial m_i}\right)^2 u^2(m_i) + \left(\frac{\partial k_i}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) + \left(\frac{\partial k_i}{\partial g}\right)^2 u^2(g)$$

$$u^2(k_0) = \left(\frac{g}{x_i}\right)^2 u^2(m_i) + \left(\frac{-mg_i}{x_i^2}\right)^2 u^2(x_i) + \left(\frac{m_i}{x_i}\right)^2 u^2(g)$$

$$u^2(\text{contribuciones}) = u^2(\delta_{montaje}) + u^2(\delta_{resolución})$$

$$u(\delta_{montaje}) = \frac{U_{montaje}}{k} \quad u(\delta_{resolución}) = \frac{E}{\sqrt{12}}$$

$$u_c(k) = \sqrt{u_A^2(\bar{k}) + u^2(k_0) + u^2(\text{contribuciones})}$$

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre

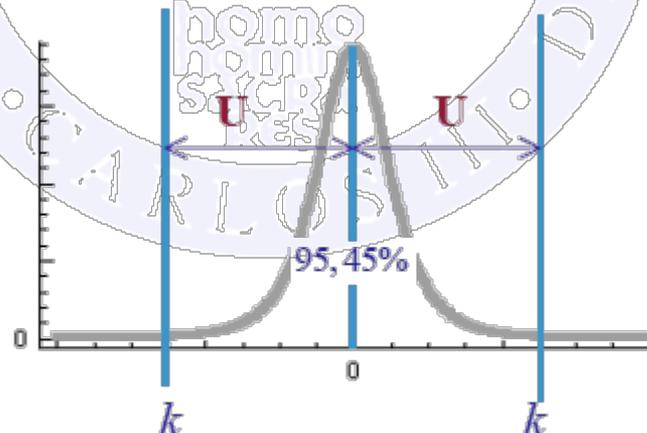
## 6. CALCULAR LA INCERTIDUMBRE EXPANDIDA U

$$U(Y) = k \cdot u_c(Y)$$

El factor  $k$  se conoce como **factor de cobertura**.

Es común que sea tomado igual a 2 en la mayoría de los estudios.

En el caso de distribución normal, el factor  $k = 2$  significa que los límites de la incertidumbre total corresponden a un nivel de confianza de aproximadamente el 95%.



- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



## 6. CALCULAR LA INCERTIDUMBRE EXPANDIDA U

Una vez que se ha obtenido la incertidumbre para el primer punto de calibración, se repite el proceso tantas veces como puntos de calibración se demanden.

$$U = \max U(Y_i)$$



**FINALMENTE SE ACEPTA COMO VALOR  
DE INCERTIDUMBRE ASOCIADA AL  
MENSURANDO AQUELLA QUE SEA MÁS  
RESTRICTIVA**

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre



## UNIDADES BÁSICAS

CANTIDAD BÁSICA	NOMBRE	SÍMBOLO
Longitud	Metro	m
Masa	Kilogramo	kg
Tiempo, duración	Segundo	s
Corriente eléctrica	Amperio	A
Temperatura termodinámica	Kelvin	K
Cantidad de sustancia	Mol	mol
Intensidad luminosa	Candela	cd

El SI se crea en 1960 en la Conferencia de Pesas y Medidas dada la importancia de estandarizar mundialmente las unidades de medida

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre

→ ANEXO



# Unidades del Sistema Internacional

- Múltiplos y submúltiplos decimales de las unidades del SI

FACTOR	PREFIJO	SÍMBOLO	FACTOR	PREFIJO	SÍMBOLO
$10^{24}$	yotta	Y	$10^{-24}$	Yocto	y
$10^{21}$	zetta	Z	$10^{-21}$	Zepto	z
$10^{18}$	exa	E	$10^{-18}$	Atto	a
$10^{15}$	peta	P	$10^{-15}$	Femto	f
$10^{12}$	tera	T	$10^{-12}$	Pico	p
$10^9$	giga	G	$10^{-9}$	Nano	n
$10^6$	mega	M	$10^{-6}$	Micro	$\mu$
$10^3$	kilo	k	$10^{-3}$	Mili	m
$10^2$	hecto	h	$10^{-2}$	Centi	c
$10^1$	deca	da	$10^{-1}$	Deci	d

→ Introducción

→ Incertidumbre  
Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre  
Combinada

→ Incertidumbre  
Expandida

→ Regresión

→ Presentación  
de resultados

→ Paso a paso  
en el cálculo de  
incertidumbre

→ ANEXO



## UNIDADES DERIVADAS:

- Las **unidades derivadas** se forman a partir de productos de potencias de unidades básicas.
- Las **unidades derivadas coherentes** son productos de potencias de unidades básicas en las que no interviene ningún factor numérico más que el 1.

- Introducción
- Incertidumbre Estándar
  - Tipo A
  - Tipo B
- Incertidumbre Combinada
- Incertidumbre Expandida
- Regresión
- Presentación de resultados
- Paso a paso en el cálculo de incertidumbre
- ANEXO



# Unidades del Sistema Internacional

- Unidades no pertenecientes al SI:

NOMBRE	SÍMBOLO	VALOR EN UNIDADES DEL SI
Minuto	min	1 min = 60 s
Hora	h	1 h = 60 min = 3600 s
Día	d	1 d = 24 h = 86 400 s
Grado	°	1° = (π/180) rad
Minuto	'	1' = (1/60)° = (π/10 800) rad
Segundo	"	1" = (1/60)' = (π/648 000) rad
Litro	L	1 L = 1 dm <sup>3</sup> = 10 <sup>-3</sup> m <sup>3</sup>
Tonelada métrica	T	1 t = 10 <sup>3</sup> kg
Electronvolt	eV	1 eV = 1.602 177 33 × 10 <sup>-19</sup> J
Unidad de masa atómica unificada	u	1 u = 1.660 540 2 × 10 <sup>-27</sup> kg

→ Introducción

→ Incertidumbre Estándar

→ Tipo A

→ Tipo B

→ Incertidumbre Combinada

→ Incertidumbre Expandida

→ Regresión

→ Presentación de resultados

→ Paso a paso en el cálculo de incertidumbre

→ ANEXO