Higinio Rubio Alonso
Universidad Carlos III de Madrid

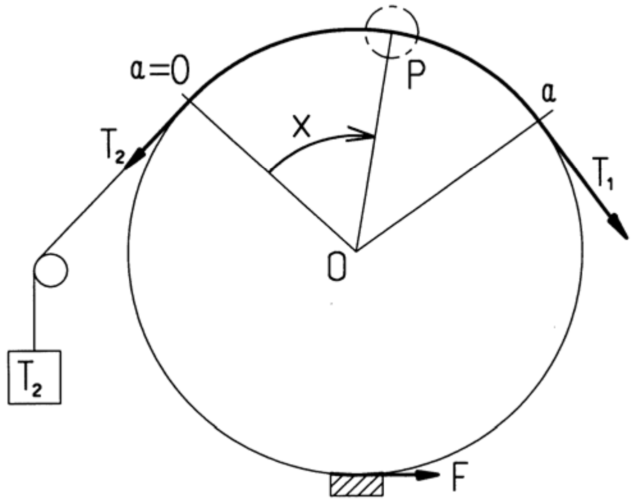
TENSIONES SOBRE UNA CORREA

ED.:OCT.-05

1.- Relación de las tensiones de los ramales

Las tracciones en una correa tienen una dependencia analítica con el coeficiente de rozamiento y el arco abrazado, determinada por EULER.

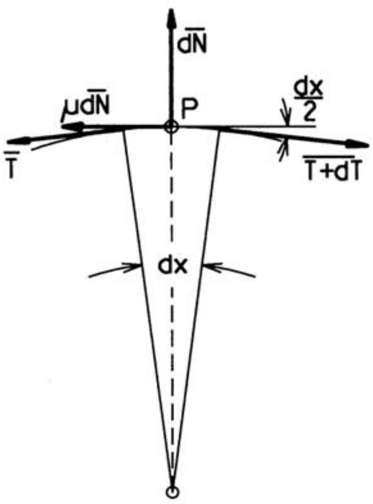
Suponiendo una correa con un arco de contacto α sobre una polea, con un coeficiente de rozamiento μ**>0** en la que se ejerce una tracción $\mathbf{T_1>T_2}$, con la que comenzaría a deslizar la banda al estar la polea con una carga tangencial antagónica al movimiento **F**. Considerando esta situación de equilibrio límite, en un pequeño arco **dx** de correa en **P**:



Se establecen las condiciones de equilibrio:

$\underline{\Sigma x=0}$: $$\mu dN + T\cos\frac{dx}{2} = (T+dT)\cos\frac{dx}{2}$$

simplificando: $\mu dN=dT$ y $dN = \dfrac{dT}{\mu}$ [**1**]



$\underline{\Sigma y=0}$:
$$dN = T\text{sen}\frac{dx}{2} + (T+dt)\text{sen}\frac{dx}{2} = (\text{simplificando}) = Tdx\ [\mathbf{2}]$$

De [1] y [2] resulta: $\dfrac{dT}{\mu} = Tdx$ => $\dfrac{dT}{T} = \mu dx$

que integrada entre $0<x<\alpha$ y $T_2<T<T_1$ obtenemos:

$$[\ln T]_{T_2}^{T_1} = [\mu x]_0^{\alpha} \quad => \quad \underline{\frac{T_1}{T_2} = e^{\mu\alpha}} \quad => \quad \underline{T_1 = T_2 e^{\mu\alpha}}$$

Que nos indica la tensión límite para el deslizamiento.

Nótese el crecimiento exponencial de T_1 con μ y α y que no puede existir arrastre si la tensión secundaria T_2 es nula.

Tomando momentos en **O**: $T_1r = Fr + T_2r$ => $\underline{F = T_1 - T_2}$ [1]

y siendo la relación de Euler $m = \dfrac{T_1}{T_2} = e^{\mu\alpha}$ se obtienen las siguientes expresiones:

$$F = T_1\frac{m-1}{m} = T_2(m-1) \qquad \underline{T_1 = F\frac{m}{m-1}} \qquad \underline{T_2 = \frac{F}{m-1}} \quad [2]$$

2.- Tensión inicial

Las correas en reposo deben tener una **tensión inicial**, la misma en todos sus puntos, para que se pueda producir el arrastre en ambas poleas.

Al entrar en carga la transmisión, se produce un incremento de tensión en un ramal y una disminución en el otro con sus consecuentes deformaciones.

Como la longitud de la correa permanece constante, las variaciones en la deformación deben ser iguales, y por consiguiente, también las variaciones de tensión **ΔT** con relación a la inicial.

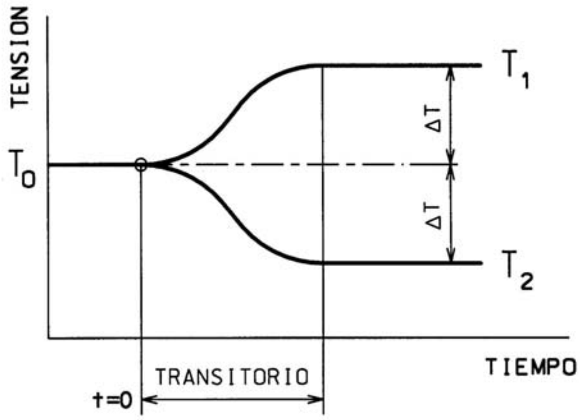
Así: $T_1 = T_O + \Delta T$ y $T_2 = T_O - \Delta T$

de donde: $T_0 = \dfrac{T_1 + T_2}{2}$ [3]

y como: $T_1 - T_2 = F = 2\Delta T$ => $\Delta T = \dfrac{F}{2}$

de las ecuaciones [2] y de la [3] se obtiene:

$$T_0 = \frac{F}{2}\frac{m+1}{m-1} \quad => \quad F = 2T_O\frac{m-1}{m+1}$$



que nos indica la relación entre la tensión inicial, la carga tangencial, el arco abrazado y las condiciones de fricción en una situación óptima.

3.- Coeficiente de tracción

Se denomina COEFICIENTE DE TRACCIÓN TEÓRICO al valor $\varphi_0 = \dfrac{m-1}{m+1}$ que sólo depende de la geometría (arco abrazado menor) y del coeficiente de rozamiento.

La relación $\varphi = \dfrac{F}{2T_0}$ es el coeficiente de tracción REAL, que indica la "calidad de la transmisión" y donde F y T_O son valores adoptados que no se correspondan con los obtenidos anteriormente.

La comparación de ambos valores nos permite determinar su calidad:

Si $\varphi > \varphi_O$ se sobrecarga la correa y deslizará.
Si $\varphi = \varphi_O$ la situación es óptima.
Si $\varphi < \varphi_O$ se infrautiliza la correa.

Como referencia, una correa plana con coeficiente de rozamiento 0,3 y un arco abrazado de 170º

tiene un coeficiente de tracción: $\varphi_O = 0{,}4$

y una correa trapezoidal en las mismas condiciones: $\varphi_O = 0{,}9$

DESLIZAMIENTO ELÁSTICO

- HIPÓTESIS:

  - La diferencia de longitudes en los ramales por estar sometidos a diferente tensión, se compensa con el deslizamiento entre llanta y correa en una fracción o zona del arco de contacto.
  - El flujo másico de la correa a través de una sección cualquiera de la misma se mantiene constante.

Así, para un punto **i** (o pequeño tramo) genérico de la correa en condiciones de funcionamiento, y siendo:

ρ_i = Densidad de la correa
A_i = Área real
V_i = Velocidad instantánea
v_i = Volumen del tramo
ν = Coef. de Poison
ε_i = Alargamiento unitario
l_i = Longitud del tramo

Se tiene:

Flujo másico = $\boldsymbol{\rho_i \,.\, A_i \,.\, V_i = k}$ [**1**] $\qquad l_i = l_0(1+\varepsilon_i) \qquad A_i = A_0(1-\nu\varepsilon_i)^2$ [**2**]

El volumen del tramo considerado será: $v_i = A_i \,.\, l_i = A_0(1-\nu\varepsilon_i)^2 \,.l_0(1+\varepsilon_i)$

y el inicial: $v_0 = A_0 \,.\, l_0 \quad \rightarrow \quad v_i = v_0(1+\varepsilon_i)(1-\nu\varepsilon_i)^2$

En la unidad de tiempo, la masa es constante: $\rho_i \,.\, v_i = \rho_0 \,.\, v_0$

De donde se deduce: $\rho_i = \rho_0 \dfrac{v_0}{v_i} = \rho_0 \dfrac{1}{(1+\varepsilon)(1-\nu\varepsilon)^2}$ [**3**]

De las expresiones 1, 2, y 3 se obtiene: $\underline{\boldsymbol{V_i = k\,(1+\varepsilon)}}$ $\boldsymbol{= k.}\ l_i / l_0$

y se deduce que las **tensiones** de la correa producen **alargamientos** y por tanto **velocidades diferentes**.

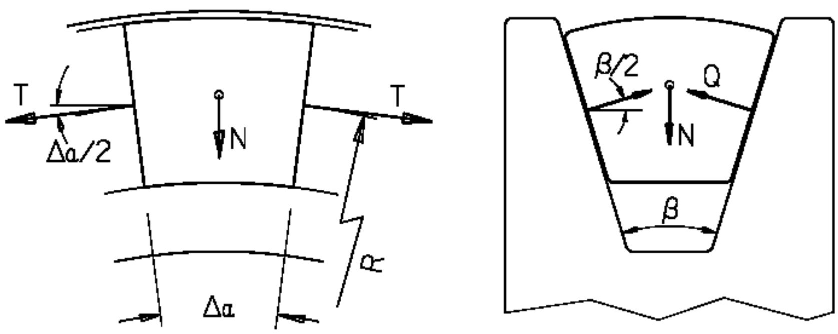
Estas variaciones de velocidad, a su vez, producen deslizamientos sobre las poleas.

FRICCIÓN DE CORREAS TRAPECIALES

Se considera una correa trapecial, montada en una polea acanalada de radio **R** y sometida a una tensión **T** y se analizan las acciones en un pequeño sector $\Delta\alpha$. que está en equilibrio.

La resultante de las dos tensiones **T** que actúan en las caras es: $N = 2T\text{sen}\dfrac{\Delta\alpha}{2}$

que empuja la correa hacia el centro de la polea.



Suponiendo el caso de que la polea fuese plana y la superficie interior de la correa contactara con ella, la fuerza **N** sería la reacción normal y la fuerza de fricción por consiguiente: $\mathbf{F_P = \mu_O N}$

Con la polea acanalada, esta reacción no existe y aparecen fuerzas normales de contacto **Q** en los flancos de la polea, que equilibran a la misma fuerza **N**:

$$N = 2Q\text{sen}\frac{\beta}{2} \qquad \text{y de aquí:} \qquad Q = \frac{N}{2\text{sen}\frac{\beta}{2}}$$

resultando la fuerza de fricción total: $F_V = \dfrac{\mu_O}{\text{sen}\frac{\beta}{2}}N$ que indica que la fricción se corresponde con un coeficiente de rozamiento "aparente": $\mu_e = \dfrac{\mu_O}{\text{sen}\frac{\beta}{2}}$ para la misma **N**.

Como el ángulo de las poleas es del orden de 38º, resulta : $\underline{\mu_e \approx 3\mu_O}$ que justifica una de las ventajas de uso de las correas trapeciales con relación a las planas.

Ed.: OCT-06