Solución PROBLEMA 1

La longitud de la correa será:

$$L_P = \pi \frac{(D_1 + D_2)}{2} + \frac{(D_2 - D_1)^2}{4 \cdot a} + 2 \cdot a = \pi \frac{(120 + 280)}{2} + \frac{(280 - 120)^2}{4 \cdot 400} + 2 \cdot 400 = 1444{,}32 \text{ mm.}$$

El área de la sección de correa es:

$$A = 25 \cdot 5 = 125 \text{ mm}^2$$

El par resistente en la polea 2, de radio = 140 mm., es de 35 Nm. Por esto, la carga tangencial en la correa será:

$$P = \frac{M_2}{r_2} = \frac{35}{0{,}14} = 250 \text{ N.}$$

Los esfuerzos producidos en la correa serán:

- El esfuerzo por tensado inicial es σ_0 :

$$\sigma_0 = \frac{T_0}{A} = \frac{200}{125 \cdot 10^{-6}} = 1{,}6 \text{ MPa}$$

- El esfuerzo por las fuerzas periféricas transmitidas es σ_F :

$$\sigma_F = \frac{P}{2 \cdot A} = \frac{250}{2 \cdot 125 \cdot 10^{-6}} = 1 \text{MPa}$$

- El esfuerzo por fuerzas centrífugas es σ_V :

$$\sigma_V = 0{,}5 \text{ MPa}$$

- El esfuerzo debido a la flexión es $\sigma_{FLEXION}$:

$$\sigma_{Flex_1} = 1{,}4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Flex_2} = \frac{3}{7} \cdot 1{,}4 = 0{,}6 \text{ MPa}$$

El valor máximo de la tensión en la correa se encuentra a la salida de la polea menor (punto C de la figura 1) y su valor será:

$$\sigma_0 + \sigma_F + \sigma_V + \sigma_{Flex_1} = 1{,}6 + 1 + 0{,}5 + 1{,}4 = 4{,}5 \text{ MPa}$$

La velocidad de la polea 2 y el radio de la polea 1 se obtienen a partir de la relación de transmisión:

$$\mu = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{3}{7} = \frac{\omega_2}{1200} = \frac{r_1}{140} \quad \Rightarrow \quad \omega_2 = 514 \text{ r.p.m.} \qquad r_1 = 60 \text{ mm.}$$

El ángulo β será:

$$\beta \approx \frac{r_2 - r_1}{a} = \frac{140 - 60}{400} = 0{,}2 \text{ rad.}$$

Y las diferentes longitudes involucradas en el diagrama son:

$$CE = FB = d = a\left(1 - \frac{\beta^2}{2}\right) = 400 \cdot \left(1 - \frac{0{,}2^2}{2}\right) = 392 \text{ mm.}$$

$$CD = DE = FA = AB = \frac{d}{2} = 196\ mm.$$

$$BC = \pi \cdot r_1 - 2 \cdot \beta \cdot r_1 = r_1 \cdot (\pi - 2 \cdot \beta) = 60 \cdot (\pi - 2 \cdot 0,2) = 164,50\ mm.$$

$$EF = \pi \cdot r_2 + 2 \cdot \beta \cdot r_2 = r_2 \cdot (\pi + 2 \cdot \beta) = 140 \cdot (\pi + 2 \cdot 0,2) = 495,82\ mm.$$

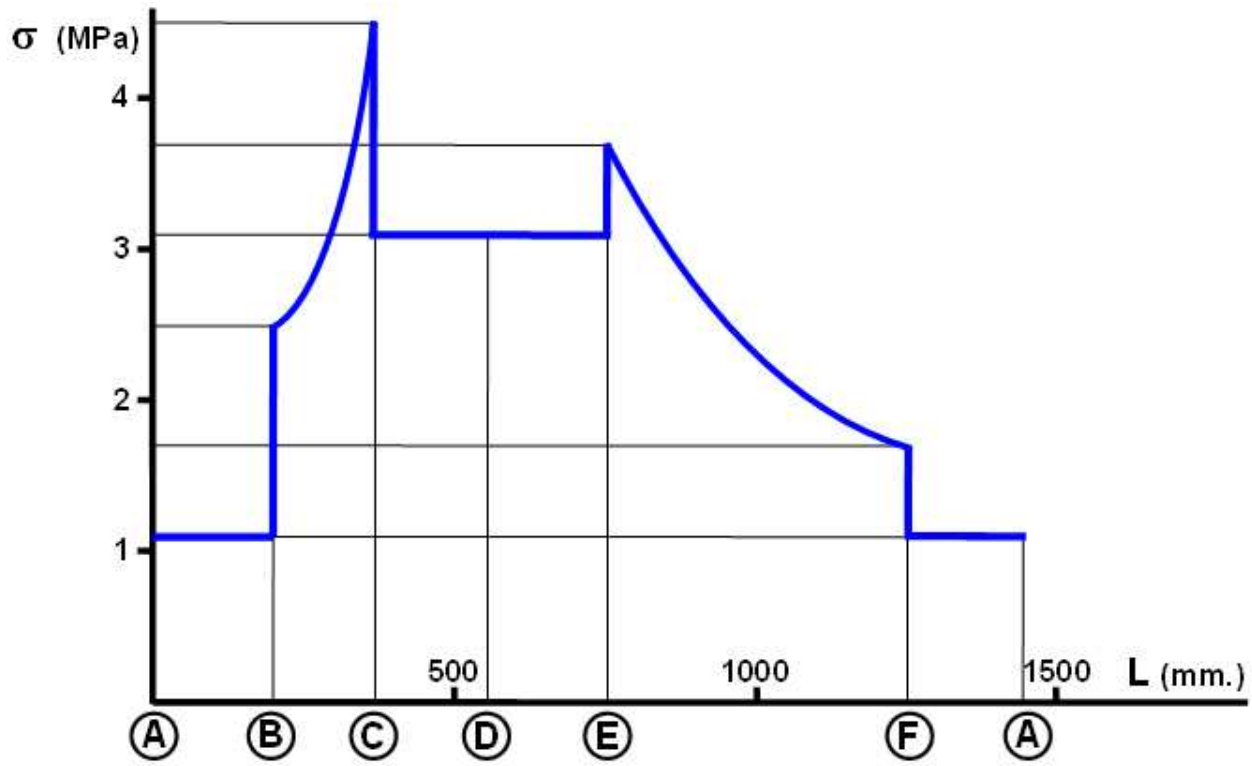
Las longitudes en los diferentes puntos son:

- Punto A = 0 mm.
- Punto B= 196 mm.
- Punto C = 360,50 mm.
- Punto D = 556,50 mm.
- Punto E = 752,50 mm.
- Punto F = 1248,32 mm.
- Punto A = 1444,32 mm.

Las tensiones en los diferentes puntos son:

- Punto A = Punto B^- = $\sigma_0 - \sigma_F + \sigma_V = 1,6 - 1 + 0,5 = 1,1 MPa$
- Punto B^+ = $\sigma_0 - \sigma_F + \sigma_V + \sigma_{Flex_1} = 1,6 - 1 + 0,5 + 1,4 = 2,5\ MPa$
- Punto C^- = $\sigma_0 + \sigma_F + \sigma_V + \sigma_{Flex_1} = 1,6 + 1 + 0,5 + 1,4 = 4,5\ MPa$
- Punto C^+ = Punto D = Punto E^- = $\sigma_0 + \sigma_F + \sigma_V = 1,6 + 1 + 0,5 = 3,1 MPa$
- Punto E^+ = $\sigma_0 + \sigma_F + \sigma_V + \sigma_{Flex_1} = 1,6 + 1 + 0,5 + 0,6 = 3,7\ MPa$
- Punto F^- = $\sigma_0 - \sigma_F + \sigma_V + \sigma_{Flex_2} = 1,6 - 1 + 0,5 + 0,6 = 1,7\ MPa$
- Punto F^+ = $\sigma_0 - \sigma_F + \sigma_V = 1,6 - 1 + 0,5 = 1,1 MPa$

El diagrama *TENSIÓN – LONGITUD* de la correa, a escala, será:



Solución PROBLEMA 2

Punto 1	X1 = M1*g/k =	8.3552E-03	m	u(X1)=	2.50E-05 m
Punto 2	X2 = M2*g/k =	1.6689E-02	m	u(X2)=	2.50E-05 m
Punto 3	X3 = M3*g/k =	2.5021E-02	m	u(X3)=	2.50E-05 m

Punto 1	M1 =	1.0224	kg	u(M1)=	5.00E-04 kg
Punto 2	M2 =	2.0422	kg	u(M2)=	5.00E-04 kg
Punto 3	M3 =	3.0617	kg	u(M3)=	5.00E-04 kg

g = 9.8066 m/s2	U(g) = 0.004 m/s2 (k = 2).	u(g) =	0.002 m/s^2

E= 1 N/m

Ptos. de calib.	Punto 1	Punto 2	Punto 3
Valor Nominal	**1200**	**1200**	**1200**
Lectura 1	1202	1208	1211
Lectura 2	1203	1210	1212
Lectura 3	1205	1209	1211
Lectura 4	1201	1210	1213
Lectura 5	1204	1210	1212
Lectura 6	1203	1207	1212
Lectura 7	1204	1207	1211
Lectura 8	1203	1209	1214
Lectura 9	1202	1208	1212
Lectura 10	1203	1207	1212

$\bar{k}_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} k_{ij}$	1203	1208.5	1212
$s_{ci} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n}(k_{ij} - \bar{k}_i)^2}{n-1}}$	1.155	1.269	0.943
$u(\bar{k}_i) = \frac{s_{ci}}{\sqrt{n}}$	0.365	0.401	0.298
$\left(g/x_i\right)^2 u^2(m_i)$	0.3444	0.0863	0.0384
$\left(-mg/x_i^2\right)^2 u^2(x_i)$	12.8922	3.2313	1.4376
$\left(m/x_i\right)^2 u^2(g)$	5.7600	5.7600	5.7600
$u(k_{0i})$	4.3585	3.0129	2.6900
$u(E) = \frac{E}{\sqrt{12}}$	0.2887	0.2887	0.2887
$u(\delta_{montaje}) = \frac{U_{montaje}}{2}$	3.5000	3.5000	3.5000
$U(C_i) =$	**11.218**	**9.289**	**8.868**
$C_i =$	-3	-8.5	-12

$U =$	**11.218 N/m**

La ecuación modelo para la corrección de calibración será la siguiente:

$$C_i = k_{oi} - \overline{k}_i + \delta_{montaje} = \frac{m_i g}{x_i} - \overline{k}_i + \delta_{montaje} + \delta_E$$

- C_i es la corrección final de calibración en el punto de calibración i
- k_{oi} es el valor nominal del patrón en el punto de calibración i
- $\overline{k}_i$ es el valor medio de las medidas en el punto de calibración i
- $\delta_{montaje}$ es la corrección debida al montaje.
- δ_E es la corrección debida a la resolución del equipo.

Aplicando la ley de propagación de varianzas (sobre los estimadores) tendremos la expresión para la incertidumbre típica combinada:

$$u\ (C_i) = \sqrt{u^2(k_{oi}) + u^2(\overline{k}_i) + u^2(\delta_{montaje}) + u^2(\delta_E)}$$

Componentes de la incertidumbre:

- $u(\overline{k}_i)$, Incertidumbre tipo A debida a la repetibilidad de las medidas.

$$u(rep) = \frac{s_{ci}}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n}\left(k_{ij} - \overline{k}_i\right)^2}{n-1}}$$

  k_{ij}, rigidez registrada en la medida "j" del punto de calibración "i"

  $\overline{k}_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} k_{ij}$ valor medio de las n = 10 medidas tomadas en el punto de calibración i

- $u(k_{oi})$, Incertidumbre tipo B debida al patrón.: Al ser una medida indirecta vendrá dada por la ley de propagación de varianzas,

$$u^2(k_{oi}) = \left(\frac{\partial k_i}{\partial m_i}\right)^2 u^2(m_i) + \left(\frac{\partial k_i}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) + \left(\frac{\partial k_i}{\partial g}\right)^2 u^2(g)$$

$$u^2(k_{oi}) = \left(\frac{g}{x_i}\right)^2 u^2(m_i) + \left(\frac{-mg_i}{x_i^2}\right)^2 u^2(x_i) + \left(\frac{m_i}{x_i}\right)^2 u^2(g)$$

  $u(m_i) = \frac{U(M_i)}{K_{cert}}$ es la incertidumbre de la masa patrón y se calcula a partir del certificado de calibración

  $u^2(x_i) = \left(\frac{U(X_i)}{K_{cert}}\right)^2 + \left(\frac{E_{regla}}{\sqrt{12}}\right)^2$ es la incertidumbre de la regla patrón y se calcula a partir del certificado de calibración y de la incertidumbre asociada a su resolución E_{regla}

  $u(g) = \frac{U(g)}{K_{cert}}$ es la incertidumbre de la gravedad y se calcula a partir del certificado de calibración.

- $u(\delta_{montaje})$: Incertidumbre debida al incorrecto posicionamiento del resorte respecto a la vertical: Basándose en la experiencia se estima que su valor es:

$$u(\delta_{montaje}) = \frac{U_{montaje}}{k} = \frac{7}{2} = 3,5\ N/m$$

- $u(\delta_E)$: incertidumbre debida a la resolución del equipo. Puede describirse por una distribución rectangular, su valor es:

$$u(\delta_{montaje}) = \frac{E}{\sqrt{12}}$$

Cálculo de la incertidumbre expandida (con factor de cobertura k = 2):

Considerando que todas las variables de entrada son independientes se tiene la expresión:

$$U(C_i) = k\sqrt{\left(\frac{g}{x_i}\right)^2\left(\frac{U(M_i)}{K_{cert}}\right)^2 + \left(\frac{-mg_i}{x_i^2}\right)^2\left[\left(\frac{U(X_i)}{K_{cert}}\right)^2 + \left(\frac{E_{regla}}{\sqrt{12}}\right)^2\right] + \left(\frac{m_i}{x_i}\right)^2\left(\frac{U(g)}{K_{cert}}\right)^2 + \left(\frac{s_{ci}}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(\frac{U_{montaje}}{k}\right)^2 + \left(\frac{E}{2\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$\boxed{U = \max U(C_i)}$$

Solución PROBLEMA 3

1.- Para un ángulo de inclinación α obtenemos:

Siendo $\mathbf{F_1}$ y $\mathbf{F_2}$ las acciones de los muelles sobre la palanca, k la rigidez angular de cada uno y M_O el par ejercido en "0":

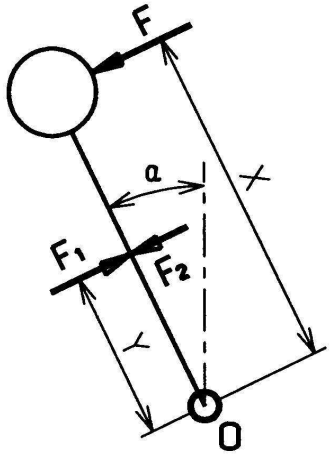
$$y\cdot F_1 = M_O+\alpha\cdot k \qquad y\cdot F_2 = M_O-\alpha\cdot k$$

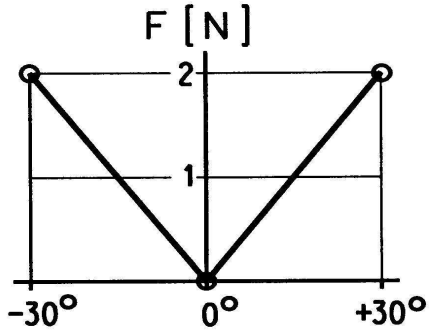
Tomando momentos en **O**: $F\cdot x+y\cdot F_2=y\cdot F_1$ y sustituyendo:

$F\cdot x=2\cdot K\cdot\alpha$ de donde: $k=\dfrac{F\cdot x}{2\cdot\alpha}$ y siendo:

$F=2N$ $\alpha=30º$ $x=90$ mm se obtiene:

k = 3 Nmm/º

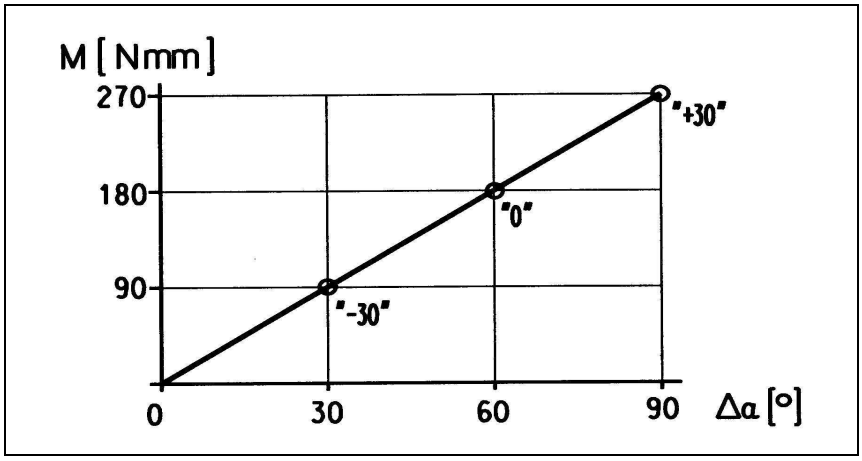




El valor de **F** en función de α resulta:

$$F=\frac{2\cdot k\cdot\alpha}{x}=\frac{\alpha}{15}\,N.$$

2.- La característica de cada resorte es: **M = k·α**



3.- De la expresión de la rigidez angular obtenemos: $N=\dfrac{d^4E}{3888Dk}$ y siendo:

$d=1,5$mm $E=200000$ N/mm^2 $k=3$ Nmm/º $D=9+1+d=11,5$ mm resulta:

N=7,55 espiras

Solución PROBLEMA 4

1.- Como se puede observar en las tablas adjuntas, la junta a seleccionar es del tipo 0.113, que da una expectativa de vida útil de 3500 horas.

Si se escoge una junta del tipo 0.112, al efectuar la estimación de la vida útil resulta inferior a las 3000 horas.

2.- Como es conocido la relación de transmisión de una junta cardan viene dada por la expresión:

$$\frac{\omega_{Intermedio}}{\omega_{Entrada}} = \frac{\cos\beta}{1-\cos^2\alpha_{Entrada}\cdot \text{sen}^2\beta}$$

Esta relación de transmisión es una función periódica, cuya frecuencia es el doble de la frecuencia de giro y su valor máximo se obtiene cuando el ángulo de giro del eje de entrada adquiere el valor 0º o 180º:

$$\left(\frac{\omega_{Intermedio}}{\omega_{Entrada}}\right)_{MAX} = \frac{\cos\beta}{1-\text{sen}^2\beta} = \frac{1}{\cos\beta} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\omega_{Intermedio}}{\omega_{Entrada}}\right)_{MAX} = \frac{1}{\cos 15^o} = 1.035276$$

siendo la velocidad angular máxima del eje intermedio: 1.035276·1500 = **1553.64 r.p.m.**

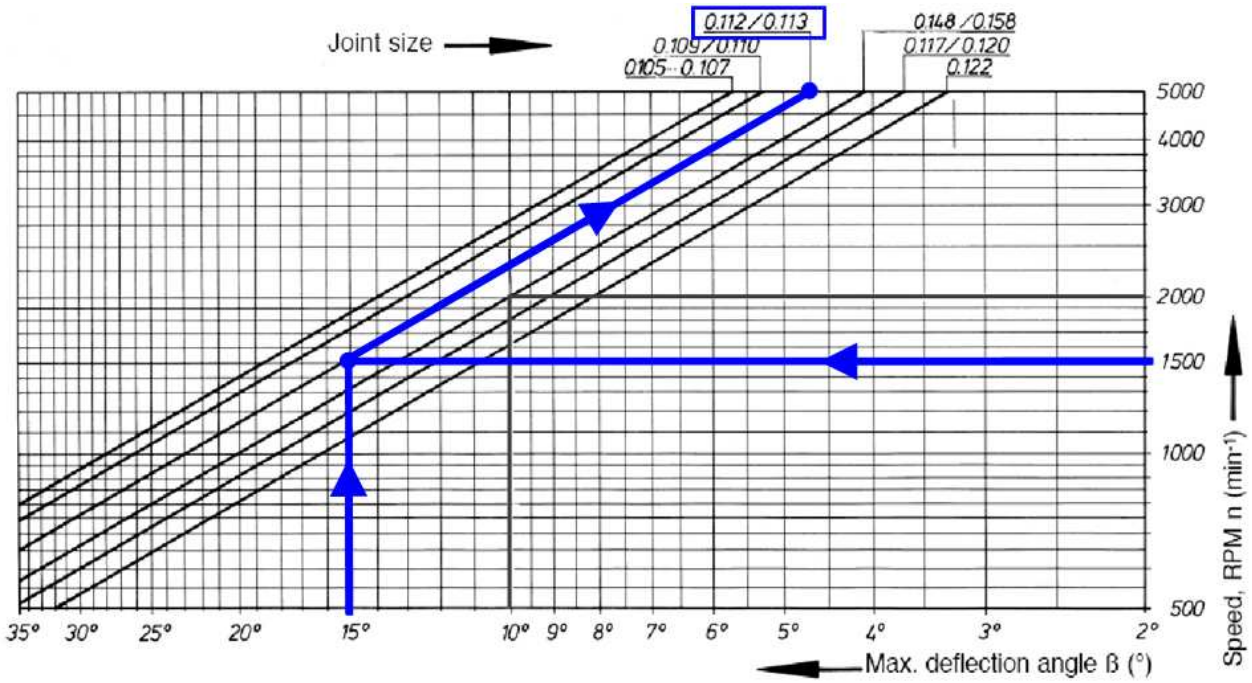
Y su valor mínimo se alcanza cuando el ángulo del eje de entrada es 90º o 270º:

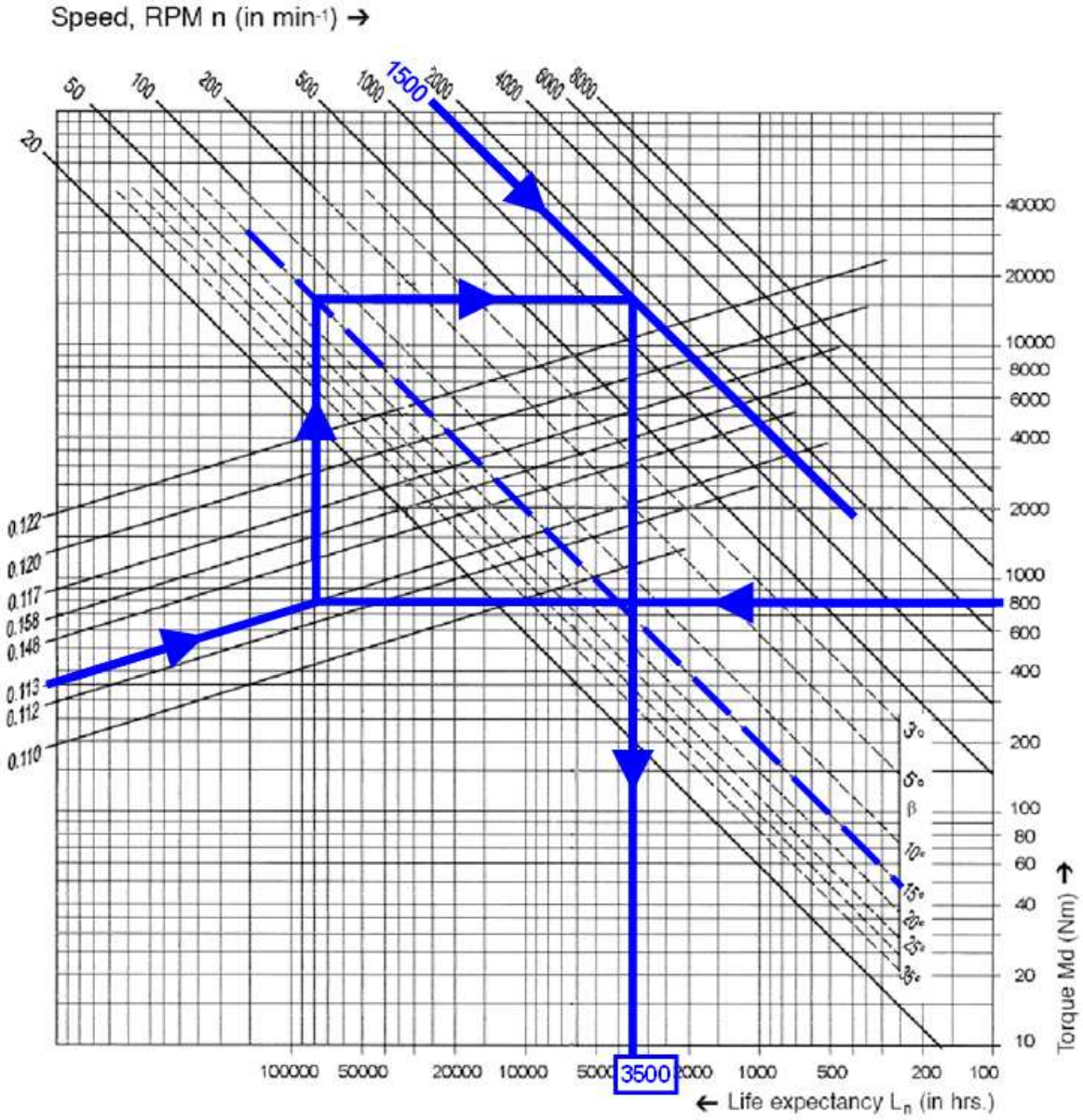
$$\left(\frac{\omega_{Intermedio}}{\omega_{Entrada}}\right)_{MIN} = \cos\beta \qquad \Rightarrow \qquad \left(\frac{\omega_{Intermedio}}{\omega_{Entrada}}\right)_{MIN} = \cos 15^o = 0.965926$$

siendo la velocidad angular mínima del eje intermedio: 0.965926·1500 = **1448.89 r.p.m.**

Luego el valor pico-a-pico de la velocidad angular del eje intermedio será:

1553.64 - 1448.89 = **104.75 r.p.m.**


Joint size
0.112 / 0.113
0.109 / 0.110
0.105 ... 0.107
0.148 / 0.158
0.117 / 0.120
0.122
5000
4000
3000
2000
1500
1000
500
35° 30° 25° 20° 15° 10° 9° 8° 7° 6° 5° 4° 3° 2°
Max. deflection angle ß (°)
Speed, RPM n (min-1)


Speed, RPM n (in min-1) →
50 100 200 500 1000 1500 2000 4000 6000 8000
20
0.122
0.120
0.117
0.158
0.148
0.113
0.112
0.110
40000
20000
10000
8000
6000
4000
2000
1000
800
600
400
200
100
80
60
40
20
10
3°
5°
β
10°
15°
20°
25°
30°
100000 50000 20000 10000 5000 3500 2000 1000 500 200 100
← Life expectancy Ln (in hrs.)
Torque Md (Nm) →