

Inteligencia en Redes de Comunicaciones

Tema 4
Razonamiento lógico

Julio Villena Román, Raquel M. Crespo García, José Jesús García Rueda
{jvillena, rcrespo, rueda}@it.uc3m.es



Universidad
Carlos III de Madrid

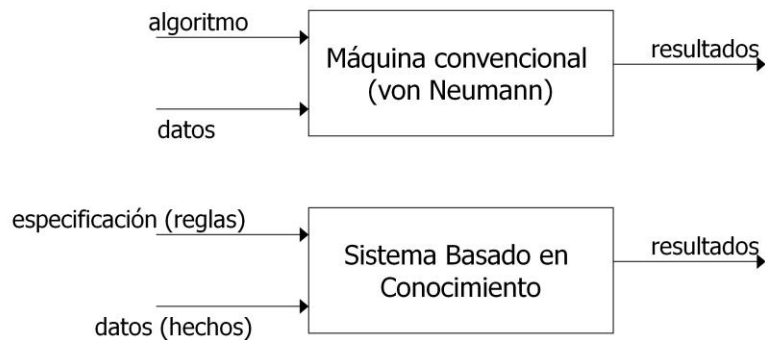
El objetivo del Tema 4 es presentar una panorámica general sobre cómo se pueden realizar razonamientos lógicos en un sistema software.

Índice

- ▶ La programación lógica
- ▶ Lógica de predicados de primer orden
- ▶ Sistemas inferenciales

Esta es la tabla de contenidos del tema: se estudia la programación lógica, la lógica de predicados de primer orden y cómo funcionan los sistemas inferenciales (o motores de inferencias lógicas).

La programación lógica



Algoritmo = lógica + control

("Cálculo de predicados como lenguaje de programación", Kowalski 1974)

La programación lógica surge como una generalización de la máquina de von Neuman tradicional de "algoritmo+datos producen resultados", de tal forma que ahora los programas son hechos+reglas, y el motor de inferencias es el que produce unos resultados aplicando razonamientos.

Fundamentos de la lógica formal

Inferencia = razonamiento formalmente válido

- ▶ **Razonamiento:** tipo de pensamiento que consiste en obtener una conclusión a partir de unas premisas
- ▶ **Formal:** atención a la forma (abstracción del contenido)
- ▶ **Válido:** si las premisas son verdaderas, la conclusión también lo será (→ deductivo)

Las inferencias (o razonamientos) son los fundamentos de la lógica formal.

Definición

La lógica es la disciplina que se preocupa de estudiar los
aspectos funcionales
de las inferencias

*(Los aspectos procesales son estudiados
por la informática y la psicología)*

El objetivo de la lógica es estudiar los aspectos funcionales (por qué) de las inferencias. Los aspectos procesales (cómo) los estudian la psicología (en seres vivos) y la informática (en ordenadores).

Lógica de predicados de primer orden

- ▶ Un **predicado** representa una propiedad o relación de un determinado objeto del universo del discurso
- ▶ Un **predicado de primer orden** es aquel que se refiere a propiedades de objetos y relaciones entre ellos

```
rubia(sara).
```

```
moreno(carlos).
```

```
noviazgo(sara,carlos).
```

```
primos(X,Y):-progenitor(A,X),progenitor(B,Y),hermanos(A,B).
```

- ▶ La **lógica de predicados de primer orden** estudia razonamientos de tipo deductivo, exactos (true/false) y basados en predicados de primer orden

Conceptos esenciales de la lógica: predicados de primer orden.

Alfabeto de la lógica

- ▶ **Símbolos** de constantes, variables, predicados y funciones
- ▶ **Conectivas**
 - ▶ negación \neg
 - ▶ conjunción \wedge
 - ▶ disyunción \vee
 - ▶ condicional \Rightarrow
 - ▶ bicondicional \Leftrightarrow
- ▶ **Cuantificadores**
 - ▶ existencial \exists
 - ▶ universal \forall
- ▶ **Símbolos auxiliares**

Esta diapositiva presenta el alfabeto de la lógica: símbolos más conectivas más cuantificadores y símbolos auxiliares.

Interpretación y asignación

- ▶ **Interpretación:** correspondencia entre símbolos y elementos de la conceptualización
- ▶ **Asignación:** asociar elementos del universo a las variables de las sentencias
- ▶ Si una sentencia S es verdadera o falsa bajo una cierta interpretación I y una asignación A se representa

$$\models_{IA} S$$

Los conceptos teóricos de interpretación y asignación son los soportes básicos de la lógica clásica.

Implicación y equivalencia lógica

$\{S1, S2, \dots, Sn\}$ implica lógicamente a S :

$$\models (S1 \wedge S2 \wedge \dots \wedge Sn \Rightarrow S)$$

- Razonamiento deductivo: las premisas implican lógicamente la conclusión

$S1$ y $S2$ son sentencias equivalentes

$$\models (S1 \Leftrightarrow S2)$$

Los razonamientos se basan en que una serie de premisas impliquen o no una determinada conclusión.

Equivalencias lógicas básicas

- (1) $\neg(\neg S) \equiv S$ Doble negación
- (2) $\neg(S1 \vee S2) \equiv \neg S1 \wedge \neg S2$
- (3) $\neg(S1 \wedge S2) \equiv \neg S1 \vee \neg S2$ Leyes de De Morgan
- (4) $S1 \vee (S2 \wedge S3) \equiv (S1 \vee S2) \wedge (S1 \vee S3)$
- (5) $S1 \wedge (S2 \vee S3) \equiv (S1 \wedge S2) \vee (S1 \wedge S3)$ Leyes distributivas
- (6) $(S1 \Rightarrow S2) \equiv (\neg S1 \vee S2)$
- (7) $(S1 \Leftrightarrow S2) \equiv (S1 \Rightarrow S2) \wedge (S2 \Rightarrow S1) \equiv (\neg S1 \vee S2) \wedge (\neg S2 \vee S1)$
- (8) $(\forall X)(S) \equiv \neg(\exists X)(\neg S)$
- (9) $(\exists X)(S) \equiv \neg(\forall X)(\neg S)$
- (10) $(\neg S1 \Rightarrow (S2 \wedge \neg S2)) \equiv S1$ Reducción al absurdo



Lista (reducida) de equivalencias lógicas básicas: doble negación, leyes distributivas, leyes de De Morgan (distributivas del AND y OR), cuantificación de un existencial, reducción al absurdo (si negando algo se llega a una contradicción, es que eso era afirmativo).

Reglas de inferencia

- ▶ Las reglas de inferencia son esquemas básicos de la forma

$$\models (S1 \wedge S2 \wedge \dots \wedge Sn \Rightarrow S)$$

que encadenándolos sirven para hacer razonamientos deductivos en varios pasos (siguiendo un proceso)

Las reglas de inferencia son esquemas de razonamiento tipo “si A y B y C ... entonces Conclusión” que, encadenándolos, sirven para hacer razonamientos deductivos en varios pasos.

Modus ponens / modus tollens

modus ponens

P1: $A \Rightarrow B$

P2: A

C: B

modus tollens

P1: $A \Rightarrow B$

P2: $\neg B$

C: $\neg A$

Los razonamientos de la lógica clásica “modus ponens” y “modus tollens” son los ejemplos típicos de inferencias deductivas:

“Todos los hombres (A) son mortales (B); Sócrates es un hombre (A); luego Sócrates es mortal (B)”.

Reglas de resolución y refutación

► **Resolución:**

$$\models ((\neg S1 \vee S2) \wedge (S1 \vee S3) \Rightarrow (S2 \vee S3))$$

- Se utiliza para encadenar hechos y obtener conclusiones de forma deductiva

► **Refutación:**

$$\models (((P \wedge \neg C) \Rightarrow (S2 \wedge \neg S2)) \Leftrightarrow (P \Rightarrow C))$$

- Se utiliza para comprobar si una determinada conclusión es válida y, en su caso, qué valores de variables la hacen válida

Las reglas lógicas de resolución y refutación son muy importantes porque son la base de los motores de inferencias basados en el lenguaje de la lógica. La resolución permite eliminar hechos combinando diferentes afirmaciones y encadenar resultados. La refutación es una reducción al absurdo: “si cumpliendo la premisa y negando la conclusión llegamos a un imposible, no sirve otra cosa que afirmar que la premisa implica la conclusión”.

Forma clausulada

- ▶ Para facilitar el procesamiento computacional y poder aplicar la regla de resolución se usa la **forma clausulada**:

$$(L_{11} \vee L_{12} \vee \dots) \wedge (L_{21} \vee L_{22} \dots) \wedge \dots$$

- ▶ Procedimiento para pasar a forma clausulada:

- ▶ eliminar condicionales y bicondicionales
- ▶ introducir negaciones
- ▶ independizar variables
- ▶ eliminar existencial y universal
- ▶ distribuir \wedge sobre \vee
- ▶ renombrar variables

- ▶ **Cláusulas de Horn**: máximo un literal positivo

$$(\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee \dots \vee \neg p_k \vee q) \equiv (p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_k \Rightarrow q)$$

Una cláusula es una regla lógica de la forma “A o B o C...” y “D o E o F...”. La forma clausulada es el procedimiento típico de los motores de inferencia para poder aplicar la regla de resolución. Las cláusulas de Horn son cláusulas con máximo un literal positivo, que aplicando las equivalencias lógicas básicas, son lo mismo que reglas de la forma “si A y B y C... entonces conclusión”.

Sistemas inferenciales/de producción

{reglas de inferencia, estrategia de control}

- ▶ Ejecutan procesos inferenciales:
 - ▶ basados en una base de datos (sentencias)
 - ▶ y partiendo de un estado inicial (premisas)
 - ▶ aplicando operadores (reglas de inferencia)
 - ▶ van obteniendo conclusiones
- ▶ **Razonamiento monótono** (las conclusiones que se van obteniendo son siempre definitivas)

Los sistemas inferenciales, también llamados motor de inferencias o sistemas de producción, son aquellos que ejecutan procesos inferenciales. Llevan a cabo un “razonamiento monótono”, que significa que las conclusiones que van obteniendo son siempre definitivas y que conclusiones futuras no invalidan conclusiones anteriores.

Reglas

$$A_1 \text{ op}_1 A_2 \text{ op}_2 \dots \text{op}_{n-1} A_n \Rightarrow B$$

- ▶ Reglas **causales**: si causa → efecto
 - ▶ deductivas
 - ▶ puede admitirse incertidumbre
- ▶ Reglas **de diagnóstico**: si efecto → posible causa
 - ▶ no deductivas (razonamiento basado en hipótesis)
 - ▶ siempre hay incertidumbre

Hay dos tipos de reglas según su dirección (de izquierda a derecha o viceversa): causales o de diagnóstico.

Consistencia y completitud

- ▶ **Consistencia:** toda conclusión C obtenida es tal que las premisas implican a C
- ▶ **Completitud:** si las premisas implican a C entonces el proceso que genera el sistema es tal que en alguno de sus estados está incluida C
(permite obtener todas las conclusiones posibles)

Todo sistema inferencial debe cumplir obligatoriamente las propiedades de consistencia y completitud para que sea utilizable.

Asunción de mundo cerrado

Todo lo que no figura explícitamente como un hecho y
tampoco se puede deducir, es falso

¡Muy importante!
(como la presunción de inocencia)

Según lo definido por la lógica clásica, para que los razonamientos sigan siendo válidos en ausencia de información, los sistemas inferenciales deben asumir la hipótesis de “mundo cerrado”: todo lo que no se sabe, es falso. Si no fuera así, el sistema de inferencias podría llegar a contradicciones y no aplicar razonamientos monótonos.