


Inteligencia en Redes de Comunicaciones

Tema 5

# Razonamiento bajo incertidumbre

Julio Villena Román, Raquel M. Crespo García, José Jesús García Rueda  
{jvillena, rcrespo, rueda}@it.uc3m.es



Universidad  
Carlos III de Madrid

El objetivo del Tema 5 es explicar el tratamiento de la incertidumbre en los sistemas de razonamiento software.

## Razonamiento humano

---

- ▶ En el razonamiento humano hay que trabajar con la incertidumbre:
  - ▶ la información puede **no existir** o **no estar disponible**
  - ▶ la información puede ser **ambigua**
  - ▶ la representación puede ser **imprecisa** o **inconsistente**
  - ▶ los datos pueden ser meras **interpretaciones** hechas por las personas
  
- ▶ ¿Cómo modelar computacionalmente esta incertidumbre?

El razonamiento humano se caracteriza por incluir en numerosas ocasiones componentes de incertidumbre: información ausente, ambigua, imprecisa, etc.

## Índice

---

- ▶ Incertidumbre e imprecisión
- ▶ Modelos de tratamiento de la incertidumbre
  - ▶ Lógica multivalorada
  - ▶ Lógica borrosa
  - ▶ Factores de incertidumbre
  - ▶ Inferencia bayesiana

En este tema se describen los conceptos de incertidumbre e imprecisión y se presentan diferentes modelos teórico-prácticos propuestos para su tratamiento computacional.

## Incertidumbre e imprecisión

---

### Principio de incompatibilidad de Zadeh

*“A medida que aumenta la complejidad de un sistema, nuestra capacidad para hacer afirmaciones sobre su comportamiento que sean precisas y, al mismo tiempo, significativas, va disminuyendo, hasta alcanzar un umbral por debajo del cual precisión y significación (o pertinencia) llegan a ser características casi mutuamente excluyentes”*

El principio de incompatibilidad de Zadeh (Lofti Zadeh, padre de la lógica borrosa – “fuzzy logic”) indica que precisión y pertinencia de un sistema software son características excluyentes (inversamente proporcionales).

## Incertidumbre e imprecisión

---

▶ **Proposición incierta**

su valor de verdad o falsedad no se conoce  
o no se puede determinar

▶ **Proposición imprecisa**

aquella referida a una variable cuyo valor no puede  
determinarse con exactitud

- una proposición incierta puede ser precisa
- una proposición imprecisa puede no ser incierta

Esta diapositiva presenta los conceptos fundamentales de incertidumbre e imprecisión.

## Ejemplo

---

```
IF (paciente, fiebre, mucha)
    AND (paciente, tose, bastante)
    AND (paciente, dolor_muscular, sí)
THEN (paciente, padece, gripe)
    OR (paciente, padece, bronquitis)
    OR (paciente, padece, tuberculosis)
    OR ...
```

- proposición incierta
- proposición imprecisa para algunas variables

Ejemplo de proposición incierta (e imprecisa para algunas variables: “tose BASTANTE”, “fiebre MUCHA”).

## Ejemplo

---

¿Tose mucho el paciente?

→ proposición imprecisa

Ejemplo de proposición imprecisa (tose MUCHO), pero no incierta (sí tose).

## Grado de creencia y grado de verdad

---

- ▶ En la incertidumbre, la proposición es verdadera o es falsa, sólo que no se sabe

grado de creencia

- ▶ En la imprecisión sabemos que la variable tiene un valor, pero no lo conocemos

grado de verdad (subjetivo)

Los conceptos de incertidumbre e imprecisión se plasman en grados de creencia y grados de verdad subjetivos.



## Información imperfecta

---

Ítem de información =  
(atributo, objeto, valor, confianza)

- ▶ **atributo**: función vinculada a un valor o valores
- ▶ **objeto**: entidad a la que se refiere la información
- ▶ **valor**: subconjunto del dominio de referencia asociado al atributo
- ▶ **confianza**: fiabilidad del ítem de información

La información imperfecta se puede modelar computacionalmente extendiendo el modelo típico de objeto-atributo-valor añadiendo un factor de confianza en el ítem de información (su fiabilidad).

## Modelos

---

### ▶ Modelos teóricos

- ▶ Extensiones de la lógica
- ▶ Teoría de la evidencia (“credibilidad” y “plausibilidad”)
- ▶ Teoría de la posibilidad (“necesidad” y “posibilidad”)

### ▶ Modelos heurísticos

- ▶ Factores de incertidumbre (MYCIN)
- ▶ Teoría de inferencia bayesiana (PROSPECTOR)

Además de la extensión de las triplas OAV, se han utilizado otros modelos tanto teóricos como heurísticos para representar la incertidumbre e imprecisión.

## Lógica de predicados de orden superior

---

- ▶ la lógica de predicados de orden superior permite ontologías con las que se pueden expresar **relaciones entre relaciones**:
  - ▶ propiedades de relaciones
  - ▶ relaciones entre propiedades
- ▶ **reification**: pasar a considerar las relaciones como objetos

La lógica de predicados de orden superior permite expresar propiedades de relaciones (este objeto es más X que este otro objeto) y relaciones entre propiedades (sacar un sobresaliente en mejor que sacar un notable).

## Lógica multivalorada

---

- ▶ Extiende la idea binaria de “verdad” y “falsedad” y considera un conjunto (finito o infinito) de valores entre absolutamente verdadero (1) y absolutamente falso (0)
- ▶ Misma sintaxis que la lógica binaria, pero ahora cada sentencia tiene un cierto **grado de satisfacción**  $g(S)$  entre 0 y 1
- ▶ **Reglas de Lukasiewicz**: calcular el  $g(S)$  de una sentencia completa a partir de los  $g(S)$  de sus componentes

El modelo de la lógica multivalorada extiende la lógica booleana con un número que indica el grado de satisfacción (entre 0 y 1) de cada sentencia.

## Reglas de Lukasiewicz (1930)

---

- ▶  $g(\neg S) = 1 - g(S)$
- ▶  $g(S1 \wedge S2) = \min(g(S1), g(S2))$
- ▶  $g(S1 \vee S2) = \max(g(S1), g(S2))$
- ▶  $g(S1 \Rightarrow S2) = \begin{cases} 1 & \text{si } g(S1) \leq g(S2) \\ 1 - g(S1) + g(S2) & \text{si } g(S1) \geq g(S2) \end{cases}$
- 
- ▶  $g(S1 \Rightarrow S2) = \max(1 - g(S1), \min(g(S1), g(S2)))$   
corresponde a  $\neg S1 \vee (S1 \wedge S2)$
- ...

Las reglas de Lukasiewicz sirven para calcular el grado de satisfacción de una sentencia en función del grado de satisfacción de cada una de sus componentes: operadores AND y OR, implicación lógica, etc.

## Lógica no monótona

---

- ▶ La lógica clásica tiene un **carácter monótono**, es decir, dado un conjunto de sentencias  $S1$  tal que se puede inferir  $C$ , al añadir otro conjunto de sentencias  $S2$ , se tiene que seguir infiriendo  $C$  a partir de  $S1 \cup S2$
- ▶ Con la **lógica no monótona**, a medida que avanza el proceso inferencial, nuevas evidencias o acciones del mismo sistema pueden anular premisas o conclusiones anteriores inconsistentes

En la lógica no monótona se permite que nuevos razonamientos puedan invalidar razonamientos anteriores, que resulten inconsistentes según avanza el proceso inferencial. Así se puede modelar la incertidumbre en entornos cambiantes.

## Lógica no monótona (2)

---

- ▶ **Razonamiento por defecto** o **razonamiento de sentido común**: “válido mientras no se demuestre lo contrario”
  - ▶ Crea reglas o leyes tentativas (*provisionales*) para resolver problemas en los que se carece de una teoría sólida y contrastada
  - ▶ Establece conclusiones a partir de información parcial, que pueden revisarse o desecharse al obtener nueva información o evidencia del dominio
  - ▶ Ejemplos: el hombre anda, por defecto

El razonamiento de sentido común es un ejemplo de lógica no monótona y consiste en que “esto es válido mientras no se demuestre lo contrario”.

## Lógica modal

- ▶ La lógica modal es aquella que incluye tipos especiales de predicados sobre predicados, llamados **modalidades**: “creo que”, “es posible que”, “es necesario que”...
  - ▶ Una proposición es **posible** si puede ser verdadera, independientemente de que lo sea o no.
  - ▶ Una proposición es **necesaria** si no es posible que sea falsa.
  - ▶ Una proposición es **contingente** si no es necesariamente verdadera, es decir, si es posiblemente verdadera y posiblemente falsa
- ▶ La lógica modal es **intencional**, esto es, el valor de verdad de una proposición compleja afectada por una modalidad no puede determinarse a partir del valor de verdad de sus proposiciones elementales.
- ▶ Base de los **agentes BDI** (creencias, deseos, intenciones)

La lógica modal es otra extensión de la lógica y se basa en incluir unos tipos especiales de predicados sobre predicados, llamados modalidades u operadores modales: “creo que X”, “es necesario que X”... Estas modalidades introducen la incertidumbre y la imprecisión en los razonamientos lógicos.

La lógica modal es la base de la arquitectura de agentes BDI, que se estudian en el tema de agentes.



## Lógica borrosa

---

Levantar **suavemente** el pie del embrague

Sacar del horno cuando **empiece a** estar dorado

Al hacer **algo** de frío, Ana **suele** coger el abrigo

Hoy hace un frío **que pela**

Es **casi seguro** que Ana se pondrá el abrigo

Ejemplos de proposiciones lógicas muy humanas que se podrían representar con la lógica borrosa.

## Lógica borrosa (2)

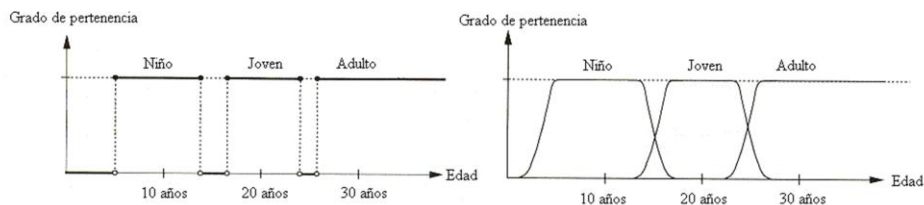
---

- ▶ Va más allá que la lógica multivalorada
- ▶ No sólo hay una infinidad de valores semánticos entre “verdadero” y “falso”, además son **imprecisos**
- ▶ Intervienen matices (relaciones entre “difícil” y “muy difícil”, entre “casi con seguridad” y “es probable”) imposibles de abordar con la simple extensión del conjunto de valores de satisfacción de las sentencias

La lógica borrosa o lógica difusa (“fuzzy logic”) es otra extensión de la lógica, en la que se incluyen matices del lenguaje imprecisos.

## Técnicas borrosas

### ► Conjunto borroso



### ► Sistemas expertos con reglas borrosas

```
IF (persona es ADULTO) THEN  
    riesgo_de_infarto es MEDIO
```

La lógica borrosa se basa en el concepto de conjunto borroso. Alguien no es niño al llegar a los 5 años y deja de serlo a los 12 de forma abrupta, sino que deja de ser bebé y pasa a ser niño progresivamente, y luego va dejando de ser niño para convertirse en joven también de forma progresiva.

## Teoría de la evidencia (Dempster-Shafer)

- ▶ Es una extensión a la teoría de la probabilidad, ya que los autores consideraban que ciertas situaciones no eran representadas adecuadamente con dicha teoría:

- ▶ La "ignorancia"
- ▶ La creencia no asignada

(la probabilidad no distingue entre ignorancia e incertidumbre debido a información incompleta)

- ▶ Factores involucrados:
  - ▶ grado de creencia, grado de duda, grado de verosimilitud o plausibilidad, intervalo de creencia...

La teoría de la evidencia de Dempster y Shafer es una extensión a la teoría de la probabilidad, y se basa en incluir factor para poder establecer una distinción entre la ignorancia sobre algo (no saber sobre algo) y una creencia no asignada (no estar seguro de cómo de cierto o incierto es).

## Teoría de la evidencia (2)

---

- ▶ No precisa de un modelo de probabilidad completo
- ▶ Intenta sacar beneficio de la utilización de **conjuntos de hipótesis** en lugar de las hipótesis por separado
- ▶ **Reasignación de probabilidad de creencia** en las hipótesis cuando cambian las evidencias
- ▶ **Modela la disminución del conjunto de hipótesis de trabajo** a partir de la acumulación de evidencias

La teoría de la evidencia intenta sacar beneficio de la utilización de hipótesis en conjunto más que cada hipótesis por separado.

## Factores de incertidumbre

---

- ▶ Uno de los primeros enfoques para el tratamiento de la incertidumbre en sistemas expertos (MYCIN)
- ▶ Consiste en un sistema de producción en el que los hechos y las reglas llevan asociados **factores de incertidumbre**, números comprendidos entre  $-1$  y  $+1$
- ▶ De esta manera se asocia una medida de incertidumbre a cada conclusión a la que llegue el sistema
- ▶ Esta incertidumbre depende de la incertidumbre de la información inicial y de la incertidumbre de las reglas

Los factores de incertidumbre es un modelo heurístico (de ingeniería) que se utilizó en el sistema experto MYCIN para la representación de la incertidumbre en hecho y reglas del sistema.

## Funciones de cálculo

---

IF evidencia THEN hipótesis

Funciones de propagación:  $f_{prop}$

IF evidencia1 AND/OR evidencia2 THEN hipótesis

Funciones de composición de hipótesis:  $f_{and}$  y  $f_{or}$

IF evidencia1 THEN hipótesis

IF evidencia2 THEN hipótesis

Funciones de reglas con igual conclusión:  $f_{co}$

MYCIN definía una serie de funciones de cálculo para evaluar la incertidumbre de una conclusión a partir del grado de confianza en cada uno de los hechos y las reglas de la base de conocimientos: las funciones de propagación (para llevar la incertidumbre de izquierda a derecha en una regla individual), las funciones de composición de hipótesis (combinar la incertidumbre de reglas con AND y/u OR) y funciones de reglas con igual conclusión (en el caso de que evidencias diferentes lleven a la misma hipótesis).

## Ejemplo

$$c = c_1 + c_2 - c_1 \cdot c_2 \text{ si } c_1, c_2 > 0$$
$$f_{CO}: c = \frac{c_1 + c_2}{1 - \min(|c_1|, |c_2|)} \text{ si } c_1, c_2 < 0$$

- R1: Si tiene fiebre entonces padece gripe (0,5)  
R2: Si tiene fiebre entonces padece bronquitis (0,1)  
R3: Si tiene fiebre entonces padece tuberculosis (0,4)  
R4: Si tose mucho entonces padece gripe (0,1)  
R5: Si tose mucho entonces padece bronquitis (0,7)  
R6: Si tose mucho entonces padece tuberculosis (0,2)  
R7: Si tiene dolores musculares entonces padece gripe (0,7)  
R8: Si tiene dolores musculares entonces padece bronquitis (0,2)  
R9: Si tiene dolores musculares entonces padece tuberculosis (0,1)

evidencia: fiebre (-0,8), tos (0,9), dolores (1,0)

Ilustración del cálculo de la incertidumbre de un diagnóstico de MYCIN a partir de una fórmula de cálculo y los valores de confianza en cada uno de los hechos y reglas de la base de conocimientos.



## Inferencia bayesiana

---

▶ Teorema de Bayes

$$P(H_j|E_i) = \frac{P(H_j)P(E_i|H_j)}{\sum_j P(H_j)P(E_i|H_j)}$$

modela la probabilidad de que un suceso  $E_i$  sea debido a una causa (hipótesis)  $H_j$

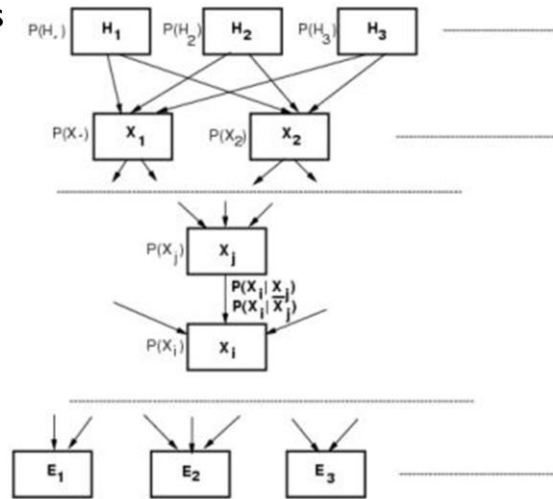
- ▶ Las causas  $H_j$  tienen que ser **mutuamente excluyentes**
- ▶ La ecuación se modifica para combinar evidencias ( $E_2$  “se produce después” de  $E_1$ )

Otro modelo es la inferencia bayesiana, basada obviamente en el teorema de Bayes para modelar las probabilidades condicionadas de que un suceso dado sea debido a una causa (hipótesis) determinada.

## Redes bayesianas

- ▶ En la practica,  $H_j$  no es causa directa de  $E_i$ , sino que existe una cadena completa de causas

(RED CAUSAL)



Las redes bayesianas se forman combinando una serie de pasos de inferencia bayesiana, a modo de una red de causas – “red causal”.