2.Teoría de Autómatas

Araceli Sanchis de Miguel
Agapito Ledezma Espino
José A. Iglesias Martínez
Beatriz García Jiménez
Juan Manuel Alonso Weber

Grado Ingeniería Informática
Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Introducción

Tipos de autómatas

Aplicaciones

Lenguajes Formales

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Introducción y definiciones

- Se trata de saber qué (y qué no) se puede computar.

  Y además…

  cómo de rápido,
  con cuánta memoria y
  con qué modelo de computación.

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Introducción y definiciones

- Qué se entiende por **computación**?

- La Teoría de Autómatas se centra en la computación en sí, no en detalles sobre dispositivos de entrada y salida.

  (Así, no se trata de crear modelos matemáticos para un video juego, por ejemplo).

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Autómata

Definición RAE

autómata.

(Del lat. automăta, t. f. de -tus, y este del gr. αὐτόματος, espontáneo).

1. **m. Instrumento o aparato que encierra dentro de sí el mecanismo que le imprime determinados movimientos.**
2. m. Máquina que imita la figura y los movimientos de un ser animado.
3. m. coloq. Persona estúpida o excesivamente débil, que se deja dirigir por otra.

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Modelo Matemático

Autómata:

Modelo Matemático de computación.

Dispositivo abstracto con capacidad de computación.

Teoría de Autómatas:

Abstracción de cualquier tipo de computador y/o lenguaje de programación.

Desglose en sus elementos básicos (Entrada, Estado, Transición, Salidas y elementos auxiliares)

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

- Introducción
- **Tipos de autómatas**
- Aplicaciones
- Lenguajes Formales

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Tipos de autómatas

- Autómatas Finitos (y máquinas secuenciales)
- Autómatas Probabilísticos
- Autómatas a Pila
- Células de Mc Culloch-Pitts
- Máquinas de Turing
- Autómatas Celulares
- Redes de Neuronas Artificiales

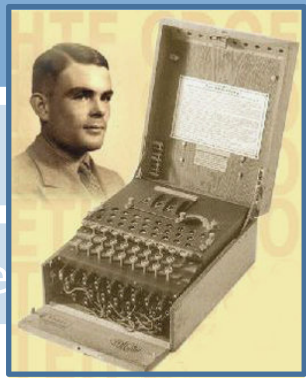
A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Tipos de autómatas

- Autómatas Finitos (
- Autómatas Probabi
- Autómatas a Pila
- Células de Mc Culloch-Pitts
- **Máquinas de Turing**
- Autómatas Celulares
- Redes de Neuronas Artificiale

Turing estudió una máquina abstracta con la misma capacidad que los computadores actuales desde el punto de vista de lo que son capaces de hacer.



A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Tipos de autómatas

- Autómatas Finitos (y máquinas secuenciales)
- Autómatas Probabilísticos
- Autómatas a Pila
- Células de Mc Culloch-Pitts
- Máquinas de Turing
- Autómatas Celulares
- Redes de Neuronas Artificiales

Mayor capacidad de cómputo.

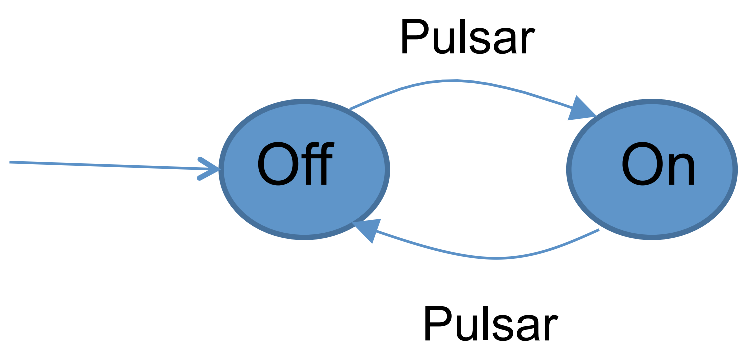
A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Autómatas y Algoritmos

- La máquina de Turing es un modelo matemático abstracto que formaliza el concepto de algoritmo

- Todo Autómata puede ser transformado en un algoritmo y a la inversa.

Autómata Finito:



A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Autómatas Discretos, continuos e híbridos

Criterio: Entradas

- Suelen ser DISCRETOS:
  - Autómatas Finitos (y máquinas secuenciales)
  - Autómatas a Pila
  - Máquinas de Turing
- Son DISCRETOS, CONTÍNUOS Y/O HÍBRIDOS:
  - Autómatas Celulares
  - Redes de Neuronas Artificiales

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

- Introducción
- Tipos de autómatas
- Aplicaciones
- Lenguajes Formales

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Aplicaciones de los autómatas

El Juego de la Vida

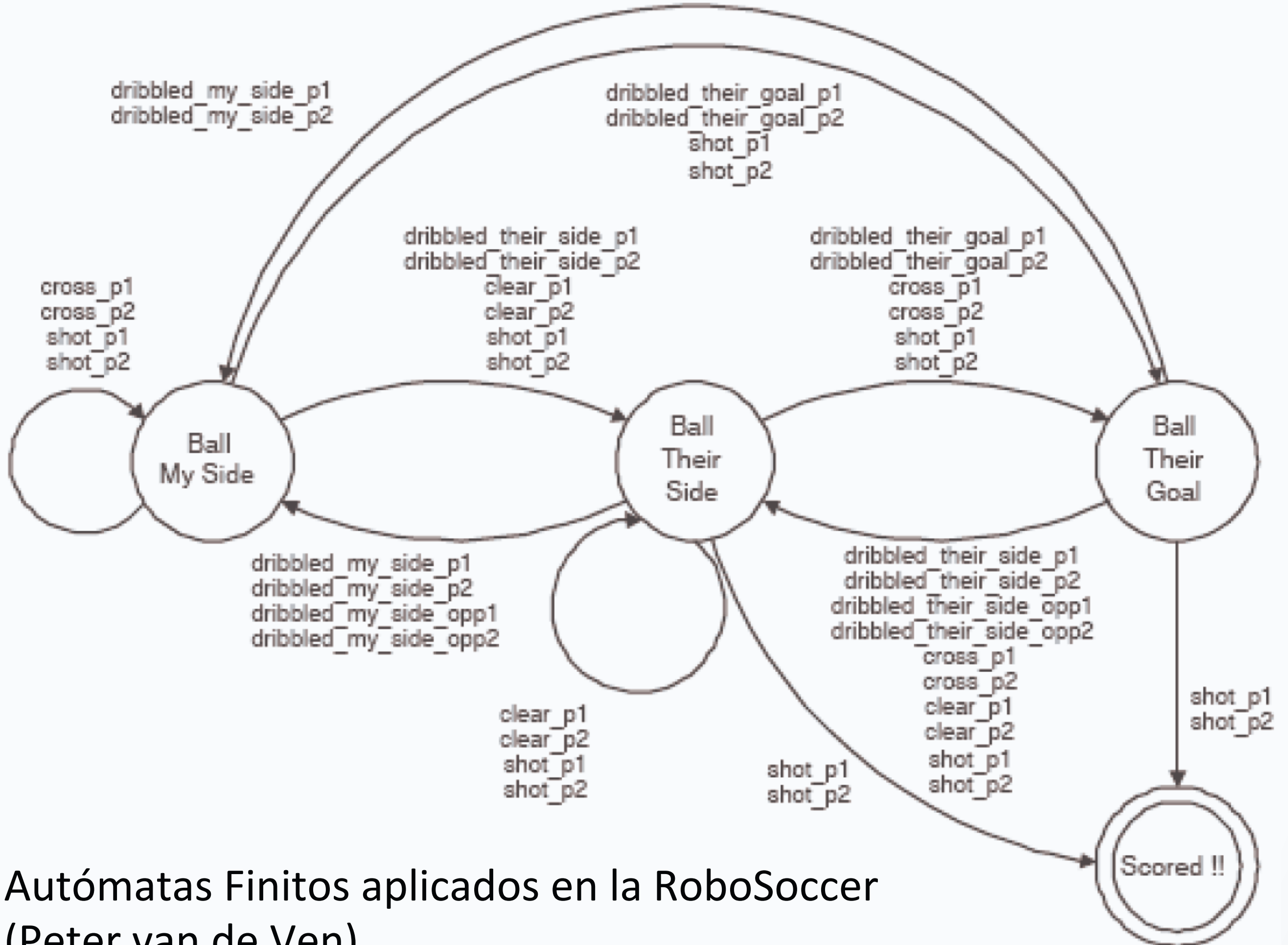
- Ejemplo de un juego implementado usando un **autómata celular**. Diseñado por el matemático británico John Conway en 1970.
- El todo es más que la suma de las partes.
- Las transiciones dependen del número de células vecinas vivas:
  - Una célula muerta con exactamente 3 células vecinas vivas "nace" (al turno siguiente estará viva).
  - Una célula viva con 2 ó 3 células vecinas vivas sigue viva, en otro caso muere o permanece muerta (por "soledad" o "superpoblación").

http://www.youtube.com/watch?v=XcuBvj0pw-E

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Aplicaciones de los autómatas

Comportamiento de robots en la RoboSoccer



Autómatas Finitos aplicados en la RoboSoccer
(Peter van de Ven)

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Introducción

Tipos de autómatas

Aplicaciones

Lenguajes Formales

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Lenguajes Formales. Definiciones

Símbolo: Entidad abstracta, realmente no se define (análogo al punto en geometría). Son letras, dígitos, caracteres, etc. Forman parte de un alfabeto. También posible encontrar símbolos formados por varios caracteres, pej: IF, THEN, ELSE, ...

Alfabeto (Σ): Conjunto finito no vacío de letras o símbolos.

Sea "*a*" una letra y Σ un alfabeto, si a pertenece a ese alfabeto $\Rightarrow$ $a \in \Sigma$

Ejemplos:

- $\Sigma1$= {A, B, C, ...,Z} alfabeto de las letras mayúsculas
- $\Sigma2$= {0, 1} alfabeto binario
- $\Sigma3$= {IF, THEN, ELSE, BEGIN, END} alfabeto de símbolos para programación.

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Lenguajes Formales. Definiciones

Palabra: toda secuencia finita de símbolos del alfabeto.

Σ_1= {A, B, C, ...,Z}; palabras sobre Σ_1 JUAN, ISABEL, etc.

Σ_2= {0, 1}; palabras sobre Σ_2 00011101

Σ_3= {IF, THEN, ELSE, BEGIN, END};

palabras sobre Σ_3 IFTHENELSEEND

Notación: se representan por letras minúsculas del final del alfabeto (*x, y, z*)

Ejem: *x*= JUAN; *y*= IFTHENELSEEND; z=00001111111111

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Lenguajes Formales. Definiciones

Longitud de palabra: número de símbolos que componen una palabra.

Se representa por $|x|$

Ejemplos:

Σ_1= {A, B, C, ...,Z}; $|x|$ = |JUAN| = 4

$|y|$ = |IFTHENELSEEND| =13

Σ_3= {IF, THEN, ELSE, BEGIN, END};

$|y|$ = |IFTHENELSEEND| = 4 OJO!!!!

Palabra vacía λ: Es aquella palabra cuya longitud es cero

Se representa por λ, $|\lambda|$ = 0

Sobre cualquier alfabeto es posible construir λ

Utilidad: será el elemento neutro en muchas operaciones (concatenación, etc.) con palabras y lenguajes

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Lenguajes Formales. Definiciones

Universo del discurso, W(Σ): conjunto de todas las palabras que se pueden formar con los símbolos de un alfabeto Σ

También se denomina **Lenguaje Universal del alfabeto Σ**

Se representa como W(Σ)

Es un conjunto infinito (i.e. número infinito de palabras)

Ejemplo: sea $\boldsymbol{\Sigma_4}$ = {A,B}, W($\boldsymbol{\Sigma_4}$) = {**λ,** A,B, AA,AB,BA,BB, AAA, ...} con un número ∝ de palabras

COROLARIO:

∀ Σ, λ ∈ W(Σ) ⇒ La palabra vacía pertenece a todos los lenguajes universales de todos los alfabetos posibles

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Lenguajes Formales. Operaciones

Algunas operaciones importantes con palabras , sobre palabras de un universo del discurso dado:

Concatenación de palabras:

sean dos palabras x, y tal que $x \in W(\Sigma)$, $y \in W(\Sigma)$, y sea

$|x| = i = |x_1x_2...x_i|$ e $|y| = j = |y_1y_2...y_j|$,

se llama concatenación de x con y, a:

$$x \cdot y = x_1x_2...x_i\, y_1y_2...y_j = \mathbf{z}, \text{ donde } z \in W(\Sigma)$$

Propiedades de la concatenación:

- Operación cerrada
- Propiedad Asociativa
- Con elemento neutro
- No conmutativa

Definiciones:

- cabeza
- cola
- longitud de palabra

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Lenguajes Formales. Operaciones

Potencia de una palabra: Reducción de la concatenación a los casos que se refieren a una misma palabra

- potencia *i-ésima* de una palabra es el resultado de concatenar esa palabra consigo misma *i* veces
- La concatenación es asociativa $\Rightarrow$ no especificar el orden
- $x^i = x \cdot x \cdot x \cdot \ldots \cdot x$ (“x” i veces)
- $|x^i| = i \cdot |x|$ $(i>0)$
- se cumple:
  - $x^1 = x$
  - $x^{1+i} = x \cdot x^i = x^i \cdot x$ $(i>0)$
  - $x^{j+i} = x^j \cdot x^i = x^i \cdot x^j$ $(i, j>0)$
- Si se define $x^0 = \lambda$

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Lenguajes Formales. Definiciones

Lenguaje (L): Se denomina lenguaje sobre el alfabeto Σ:

- a todo subconjunto del lenguaje universal de Σ, $L \subset W(\Sigma)$
- a todo conjunto de palabras sobre un determinado Σ (generado a partir del alfabeto Σ)

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Lenguajes Formales

Lenguajes Especiales:

1. **ϕ** = Lenguaje vacío, $\phi \subset W(\Sigma)$
2. **$\{\lambda\}$** = Lenguaje de la palabra vacía
   - se diferencian en el número de palabras (cardinalidad) que los forman $C(\phi) = 0$ mientras que $C(\{\lambda\})=1$
   - se parecen en que ϕ y $\{\lambda\}$ son lenguajes sobre cualquier alfabeto
3. Un alfabeto es uno de los lenguajes generados por el mismo:

   $\Sigma \subset W(\Sigma)$, por ejemplo el chino

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Lenguajes Formales

Unión de Lenguajes : Sobre un alfabeto dado Σ

Sean L_1 y L_2 definidos sobre el mismo alfabeto Σ, $L_1, L_2 \subset W(\Sigma)$;

se llama **unión** de dos lenguajes, L_1, L_2 y se representa por $L_1 \cup L_2$ al lenguaje así definido:

$$\mathbf{L_1 \cup L_2 = \{ x \,/\, x \in L_1 \text{ ó } x \in L_2 \} =}$$

Es el conjunto formado indistintamente por palabras de uno u otro de los dos lenguajes (equivale a la suma)

$$\mathbf{L_1 + L_2 = L_1 \cup L_2}$$

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

2.Teoría de Autómatas

Araceli Sanchis de Miguel
Agapito Ledezma Espino
José A. Iglesias Martínez
Beatriz García Jiménez
Juan Manuel Alonso Weber

Grado Ingeniería Informática
Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es