5. Lenguajes Regulares

Araceli Sanchis de Miguel
Agapito Ledezma Espino
José A. Iglesias Martínez
Beatriz García Jiménez
Juan Manuel Alonso Weber

Grado Ingeniería Informática
Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

Universidad
Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

AUTÓMATAS FINITOS Y G3

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Universidad
Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Gramática asociada a un AF

Sea el AF, A = (Σ, Q, q0, f, F), existe una G3 LD tal que

L(G3LD) = L(A).

Es decir, el lenguaje que genera la gramática es el mismo que reconoce el Autómata

Veamos como obtener la gramática G={ΣT, ΣN, S, P} a partir del AF= {Q, Σ, q0, f, F}.

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Gramática asociada a un AF

Se construye la gramática G3LD (G= G={Σ_T, Σ_N, S, P}) de la siguiente forma a partir del Autómata (AF= {Q, Σ, q_0, f, F}):

- ✓ $\Sigma_T = \Sigma$; $\Sigma_N = Q$; S = qo
- ✓ P= { … }
  1. transición f(p,a) =q → si q no es estado final → p::= a q
  2. $q \in F$ y f(p,a) = q → p::= a y p::= a q
  3. $p_0 \in F \rightarrow p_0 ::= \lambda$
  4. si f(p, λ) = q → si q no es estado final p ::= q;
  5. $q \in F$ y f(p, λ) = q → p ::= q y q::= λ

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

AF asociado a una G3LD

Sea la G3LD, G = (Σ_T, Σ_N S, P), existe un AF, A, tal que:

$$L(G3LD) = L(A)$$

Como se construye AF a partir de G3LD:

- ✓ $\Sigma = \Sigma_T$
- ✓ $Q = \Sigma_N \cup \{F\}$, con $F \notin \Sigma_N$
- ✓ qo = S
- ✓ F = {F}
- ✓ f:

Si	A ::= a B	→	f(A,a) = B
Si	A ::= a	→	f(A,a) = F
Si	S ::= λ	→	f(S, λ) = F

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

AF asociado a una G3 (cuando es LD)

- ✓Se ha visto el procedimiento para obtener el AF que aceptaba el lenguaje descrito por una G3LD, sin embargo, ese procedimiento no siempre conduce a un AFD.
- ✓Lo habitual es: G3 → AFND → AFD
- ✓Ejemplo. Sea la G3LD hallar el AF correspondiente.

G = ({d,c}, {A,S,T}, A, {A ::= cS, S::= d|cS|dT, T::= dT|d})

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

AF asociado a una G3 (cuando es LD)

De AF → G3: Ejemplo

Sea el AF descrito por la siguiente tabla, hallar la G3 LD que genera el lenguaje por ella descrito. Comprobar que los lenguajes son iguales

	0	1
→A	A	C
B	A	C
C*	C	B

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

AF asociado a una G3

¿Y si queremos obtener un AF a partir de una G3LI?

G3LI → G3LD → AF

¿Y si queremos obtener una G3LI a partir de un AF?

AF → G3LD → G3LI

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

EXPRESIONES REGULARES

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

- Definición
- Expresiones y Lenguajes Regulares
- Equivalencias
- Teoremas

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Definición de ER(I)

"Metalenguaje para expresar el conjunto de palabras aceptadas por un AF (es decir, para expresar lenguajes de tipo 3 o regulares)"

Kleene, 1956

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Definición de ER(I)

Ejemplo

Dado el alfabeto Σ= {0,1},

La ER 0*10* es una palabra del metalenguaje que representa las infinitas palabras del lenguaje regular formado por un 1, precedido y seguido de 0, 1 o infinitos 0s.

El lenguaje Σ* puede representarse mediante la ER:

(0+1)*

El lenguaje {01, 101} puede representarse mediante la ER:

01 + 101

La ER 1(1+0)* representa todas las cadenas que empiezan por el símbolo 1.

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Definición de ER(II)

Dados los símbolos :

Σ, $\varnothing$ (conjunto vacío), λ (cadena vacía)

y las operaciones:

+ (unión), •(concatenación), *(cierre o clausura)

se cumple que:

- ✓ $\varnothing$ es una ER
- ✓ λ es una ER
- ✓ cualquier $a \in \Sigma$ es una ER
- ✓ si α y β son EERR entonces $\alpha+\beta$ y $\alpha \bullet \beta$ son EERR
- ✓ si α es una ER entonces α^* es una ER, donde

$$\alpha^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \alpha^i$$

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Definición de ER(III)

Solo son EERR las que se obtienen de aplicar las reglas anteriores un número finito de veces sobre símbolos de Σ, $\varnothing$, λ

La prioridad de las operaciones es la siguiente:

$$* \quad \bullet \quad +$$

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

- Definición
- Expresiones y Lenguajes Regulares
- Equivalencias
- Teoremas

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

EERR y LR

Cada Expresión Regular (ER) describe o expresa un lenguaje regular

A cada ER α, se le asocia un subconjunto de Σ^*, $L(\alpha)$, que es el LR descrito por α. Este lenguaje se define con:

- ✓ si $\alpha = \emptyset$, $L(\alpha) = \emptyset$
- ✓ si $\alpha = \lambda$, $L(\alpha) = \{\lambda\}$
- ✓ si $\alpha = a$, $a \in \Sigma$, $L(\alpha) = \{a\}$
- ✓ si α y β son EERR $\Rightarrow L(\alpha + \beta) = L(\alpha) \cup L(\beta)$
- ✓ si α y β son EERR $\Rightarrow L(\alpha \bullet \beta) = L(\alpha)\, L(\beta)$
- ✓ si α * es una ER $\Rightarrow L(\alpha^*) = L(\alpha)^*$

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

- Definición
- Expresiones y Lenguajes Regulares
- Equivalencias
- Teoremas

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Equivalencia de EERR (I)

Dos EERR son equivalentes, $\alpha = \beta$, si describen el mismo lenguaje regular, si $L(\alpha) = L(\beta)$

Se cumple:

1) $(\alpha + \beta) + \sigma = \alpha + (\beta + \sigma)$ (+ es asociativa)
2) $\alpha + \beta = \beta + \alpha$ (+ es conmutativa)
3) $(\alpha \bullet \beta) \bullet \sigma = \alpha \bullet (\beta \bullet \sigma)$ (• es asociativa)
4) $\alpha \bullet (\beta + \sigma) = (\alpha \bullet \beta) + (\alpha \bullet \sigma)$ (+ es distributiva
   $(\beta + \sigma) \bullet \alpha = (\beta \bullet \alpha) + (\sigma \bullet \alpha)$ respecto de •)
5) $\alpha \bullet \lambda = \lambda \bullet \alpha = \alpha$ (• tiene elemento neutro)
6) $\alpha + \varnothing = \varnothing + \alpha = \alpha$ (+ tiene elemento neutro)
7) $\lambda^* = \lambda$
8) $\alpha \bullet \varnothing = \varnothing \bullet \alpha = \varnothing$

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Equivalencia de EERR (II)

9) $\varnothing^* = \lambda$

10) $\alpha^* \bullet \alpha^* = \alpha^*$

11) $\alpha \bullet \alpha^* = \alpha^* \bullet \alpha$

12) $(\alpha^*)^* = \alpha^*$ (IMPORTANTE)

13) $\alpha^* = \lambda + \alpha + \alpha^2 + .. + \alpha^n + \alpha^{n+1} . \alpha^*$

14) $\alpha^* = \lambda + \alpha \bullet \alpha^*$ (13 con n=0) (IMPORTANTE)

15) $\alpha^* = (\lambda + \alpha)n\text{-}1 + \alpha n \bullet \alpha^*$ (de 14, sustituyendo)

16) Sea f una función, $f: E^n_\Sigma \rightarrow E_\Sigma$ se verifica:

$$f(\alpha, \beta, \ldots, \sigma) + (\alpha + \beta + \ldots + \sigma)^* = (\alpha + \beta + \ldots + \sigma)^*$$

17) Sea f una función, $f: E^n_\Sigma \rightarrow E_\Sigma$ se verifica:

$$(f(\alpha^*, \beta^*, \ldots, \sigma^*))^* = (\alpha + \beta + \ldots + \sigma)^*$$

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Equivalencia de EERR (III)

18) $(\alpha^* + \beta^*)^* = (\alpha^* \bullet \beta^*)^* = (\alpha + \beta)^*$ (IMPORTANTE)

19) $(\alpha \bullet \beta)^* \bullet \alpha = \alpha \bullet (\beta \bullet \alpha)^*$

20) $(\alpha^* \bullet \beta)^* \bullet \alpha^* = (\alpha + \beta)^*$

21) $(\alpha^* \bullet \beta)^* = \lambda + (\alpha + \beta)^* \bullet \beta$ (de 14 con 20)

22) Reglas de Inferencia:

Dadas tres EERR (L, A y B), sea la ecuación

L = AL + B,

donde $\lambda \notin A$, entonces se verifica que

L = A*B

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

- Definición
- Expresiones y Lenguajes Regulares
- Equivalencias
- Teoremas

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Teoremas de análisis y síntesis de Kleene

Teorema de análisis de Kleene

Todo lenguaje aceptado por un AF es un lenguaje regular.

Solución al problema de análisis:

Encontrar el lenguaje asociado a un determinado AF: "Dado un AF, A, encontrar la ER que describe L(A)".

Teorema de síntesis de Kleene

Todo lenguaje regular es el lenguaje aceptado por un AF.

Solución al problema de síntesis:

Encontrar un reconocedor para un lenguaje regular dado: *"Dada una ER que representa a un lenguaje regular, construir un AF que acepte ese lenguaje regular"*.

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Solución al problema de análisis. Ecuaciones características.

Problema Análisis: AF -> ER

Resolución:

Dado un AF, escribir las ecuaciones características de cada uno de sus estados, resolverlas y obtener la ER buscada.

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Solución al problema de análisis. Ecuaciones características.

ECUACIONES CARACTERÍSTICAS

Describen todas las cadenas que se pueden reconocer desde un estado dado

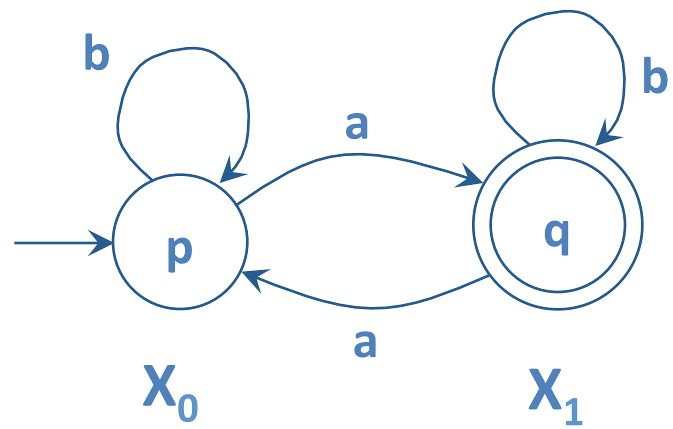
Se escribe una ecuación x_i por estado q_i

- ✓ Primer miembro: $\mathbf{x_i}$
- ✓ El segundo miembro tiene un término por cada rama que salga de q_i
  - Las ramas tienen la forma $\mathbf{a_{ij} \bullet x_j}$ donde a_{ij} es la etiqueta de la rama que une q_i con q_j, x_j es la variable correspondiente a q_j
  - Se añade un término $\mathbf{a_{ij}}$ por cada rama que une qi con un estado final
  - Se añade λ si q_i es final.
  - Si de un estado q_i no sale ninguna rama, el segundo miembro será:
    - si es final: $x_i = \lambda$
    - si no es final: $x_i = \varnothing$

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Solución al problema de análisis. Ecuaciones características.

Ecuaciones Características de un AF – Ejemplo 1:



El AF tiene 2 estados, por lo que tendrá 2 ecuaciones características:

Conjunto de palabras que permiten pasar desde el estado *p* a un estado final.

$$X_0 = b\,X_0 + a\,X_1 + a$$

$$X_1 = b\,X_1 + a\,X_0 + b + \lambda$$

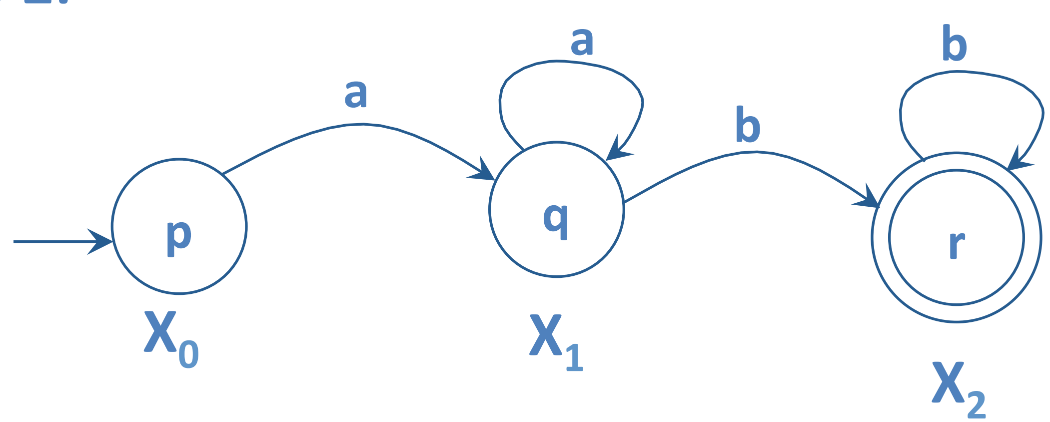
Porque *q* es un estado final

Porque *q* es un estado final

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Solución al problema de análisis. Ecuaciones características.

Ejemplo 2:



Ecuaciones Características:

$\mathbf{X_0} = a\,\mathbf{X_1}$
$\mathbf{X_1} = b\,\mathbf{X_2} + a\,\mathbf{X_1} + b$
$\mathbf{X_2} = b\,\mathbf{X_2} + b + \lambda$

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es
A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Algoritmo de resolución problema de Análisis.

1. Escribir las ecuaciones características del AF
2. Resolverlas
3. Si el estado inicial es q_0, X_0 nos da el conjunto de cadenas que conducen desde q_0 a q_f y por tanto el lenguaje aceptado por el AF

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Solución de las ecuaciones características.

Son la Ecuación Característica de la forma: $X = AX + B$, donde:

- X: conjunto de cadenas que permiten pasar de q_i a $q_f \in F$
- A: conjunto de cadenas que permiten, partiendo de un estado q, llegar a q.
- B: conjunto de cadenas que permiten llegar al estado final, sin volver a pasar por el q_i de partida.

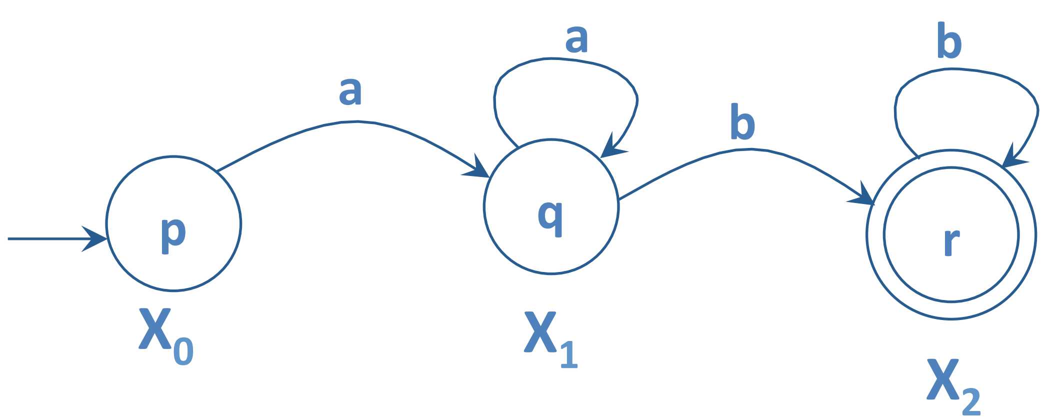
$\Downarrow$ (solución de Arden o reducción al absurdo)

La solución es: $\mathbf{X = A^* \bullet B}$

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Solución al problema de análisis. Ecuaciones características.

Ejemplo 1:



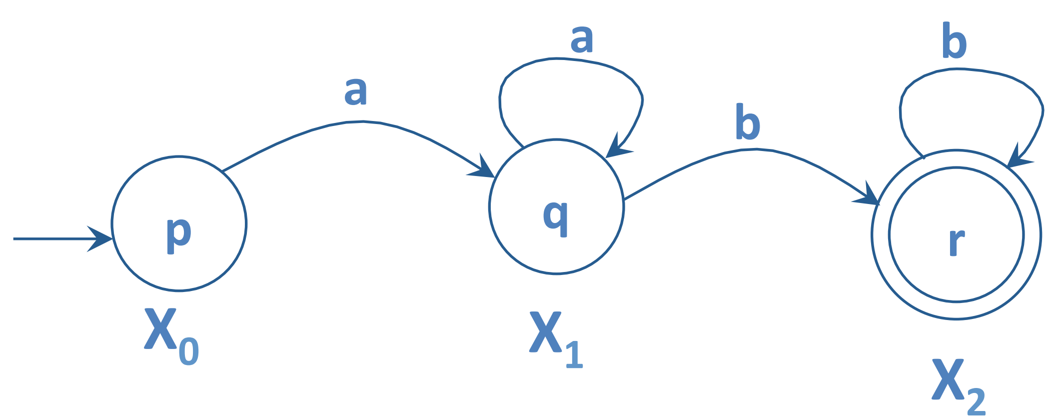
Ecuaciones Características:

$$\mathbf{X_0} = a\,\mathbf{X_1}$$
$$\mathbf{X_1} = b\,\mathbf{X_2} + a\,\mathbf{X_1} + b$$
$$\mathbf{X_2} = b\,\mathbf{X_2} + b + \lambda$$

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Solución al problema de análisis. Ecuaciones características.

Ejemplo 1:



Recuerda:

L=AL+B

L=A*B

Ecuaciones Características:

$\mathbf{X_0} = a\, \mathbf{X_1}$

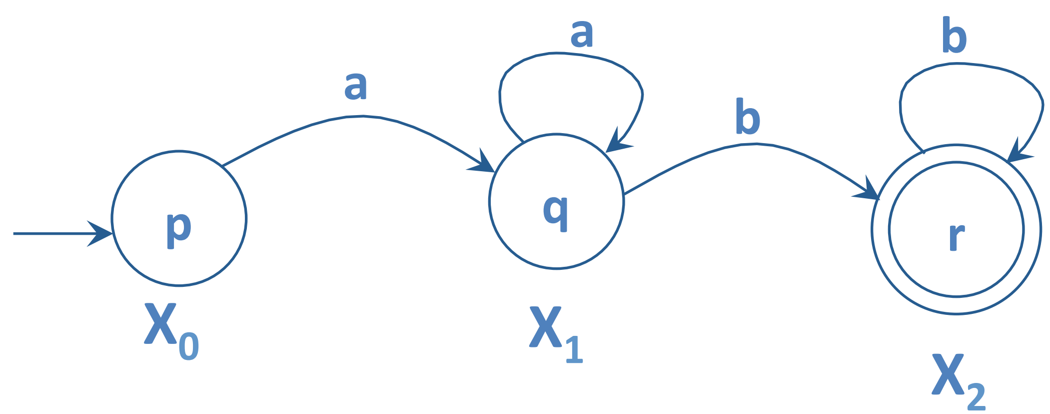
$\mathbf{X_1} = b\, \mathbf{X_2} + a\, \mathbf{X_1} + b$

$\mathbf{X_2} = b\, \mathbf{X_2} + b + \lambda$

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Solución al problema de análisis. Ecuaciones características.

Ejemplo 1:



Recuerda:

$L=AL+B$

$L=A^*B$

Ecuaciones Características:

$X_0 = a\,X_1$

$X_1 = b\,X_2 + a\,X_1 + b$

$X_2 = b\,X_2 + b + \lambda$

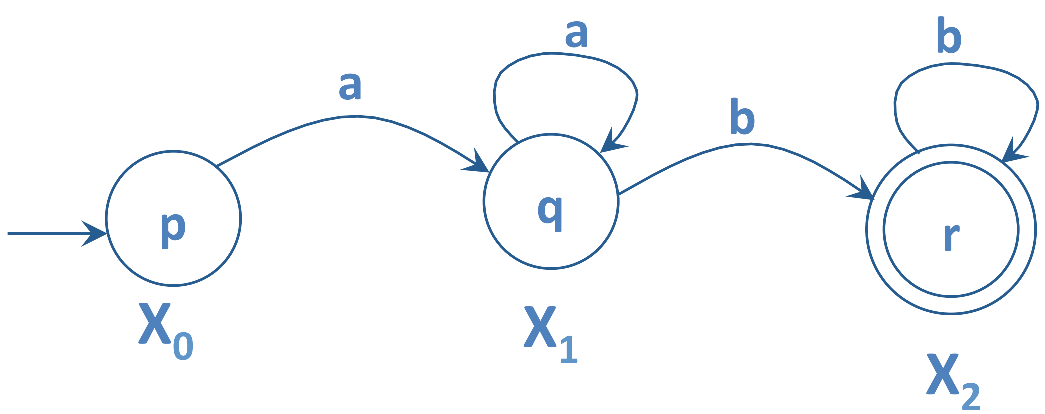
$X_2 = b^*(b+\lambda) = b^* + b^* = \mathbf{b^*}$

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Solución al problema de análisis. Ecuaciones características.

Ejemplo 1:



Recuerda:

$L = AL + B$

$L = A^*B$

Ecuaciones Características:

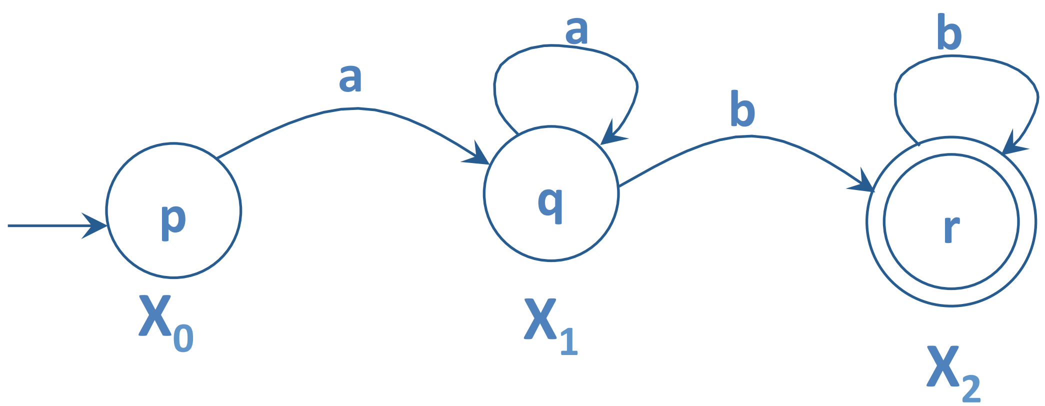
$$X_0 = a\,X_1$$
$$X_1 = b\,X_2 + a\,X_1 + b$$
$$X_2 = b\,X_2 + b + \lambda$$

$$X_2 = b^*(b + \lambda) = b^* + b^* = \mathbf{b^*}$$
$$X_1 = b\mathbf{b^*} + aX_1 + b$$
$$X_1 = aX_1 + b\mathbf{b^*} + b$$
$$X_1 = a^*(bb^*+b) = a^*bb^*$$

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Solución al problema de análisis. Ecuaciones características.

Ejemplo 1:



Ecuaciones Características:

$X_0 = a\,X_1$

$X_1 = b\,X_2 + a\,X_1 + b$

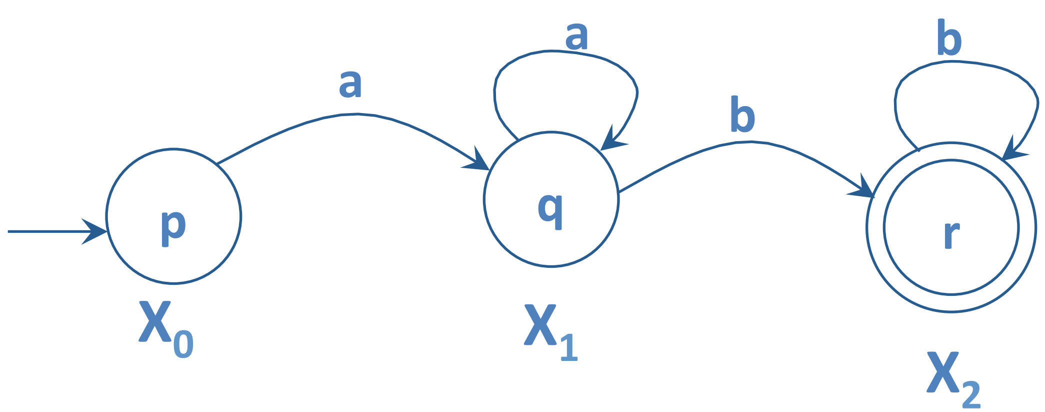
$X_2 = b\,X_2 + b + \lambda$

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Solución al problema de análisis. Ecuaciones características.

Ejemplo 1:



Recuerda:

L=AL+B

L=A*B

Ecuaciones Características:

$\mathbf{X_0} = a\,\mathbf{X_1}$

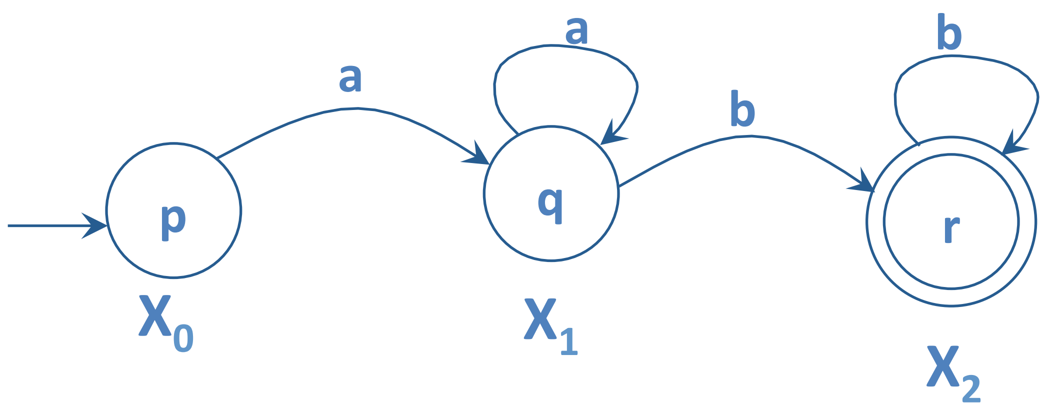
$\mathbf{X_1} = b\,\mathbf{X_2} + a\,\mathbf{X_1} + b$

$\mathbf{X_2} = b\,\mathbf{X_2} + b + \lambda$

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Solución al problema de análisis. Ecuaciones características.

Ejemplo 1:



Recuerda:

L=AL+B

L=A*B

Ecuaciones Características:

$X_0 = a\,X_1$

$X_1 = b\,X_2 + a\,X_1 + b$

$X_2 = b\,X_2 + b + \lambda$

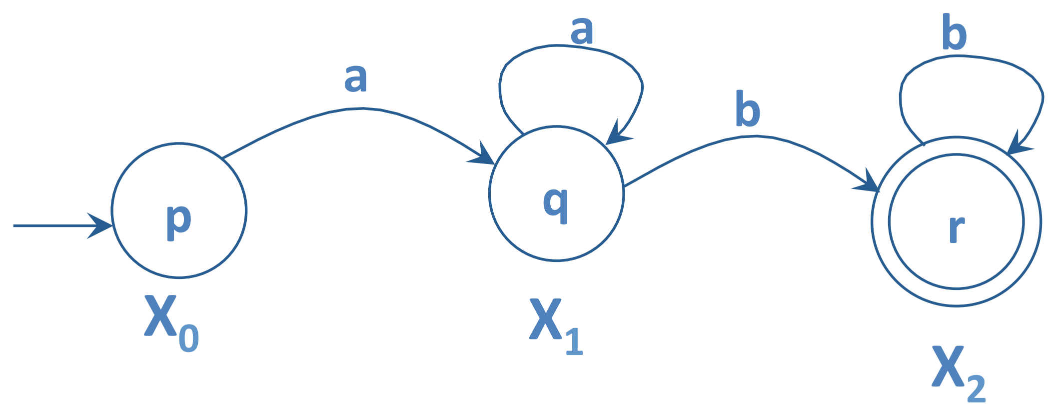
$X_2 = b^*\,(b + \lambda) = b^* + b^* = \mathbf{b^*}$

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Solución al problema de análisis. Ecuaciones características.

Ejemplo 1:



Recuerda:

L=AL+B

L=A*B

Ecuaciones Características:

$X_0 = a\, X_1$

$X_1 = b\, X_2 + a\, X_1 + b$

$X_2 = b\, X_2 + b + \lambda$

$X_2 = b^* (b + \lambda) = b^* + b^* = b^*$

$X_1 = bb^* + aX_1 + b$

$X_1 = aX_1 + bb^* + b$

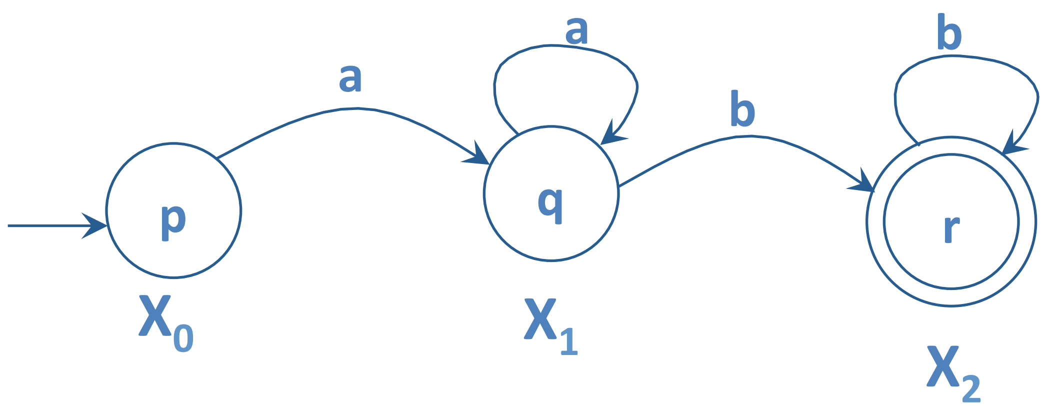
$X_1 = a^*(bb^*+b) = a^*bb^*$

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Solución al problema de análisis. Ecuaciones características.

Ejemplo 1:



Recuerda:

L=AL+B

L=A*B

Ecuaciones Características:

$X_0 = a\, X_1$

$X_1 = b\, X_2 + a\, X_1 + b$

$X_2 = b\, X_2 + b + \lambda$

$X_2 = b^* (b + \lambda) = b^* + b^* = b^*$

$X_1 = bb^* + aX_1 + b$

$X_1 = aX_1 + bb^* + b$

$X_1 = a^*(bb^*+b) = a^*bb^*$

$X_0 = aa^*bb^*$

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

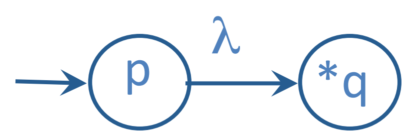
A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

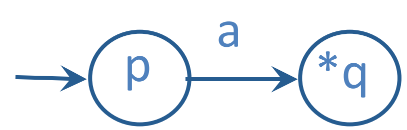
Problema de Síntesis: Algoritmo Recursivo (I)

Dada una ER que representa a un lenguaje regular, construir un AF que acepte ese lenguaje regular.

Sea α una Expresión Regular

- ✓ si $\alpha = \emptyset$, el autómata será: 

- ✓ si $\alpha = \lambda$, el autómata será: 

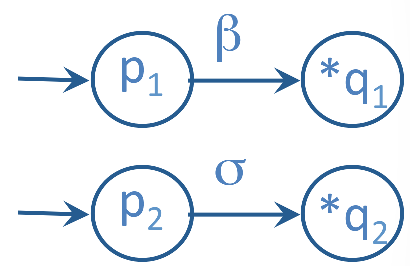
- ✓ si $\alpha = a$, $a \in \Sigma$, el autómata será: 

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

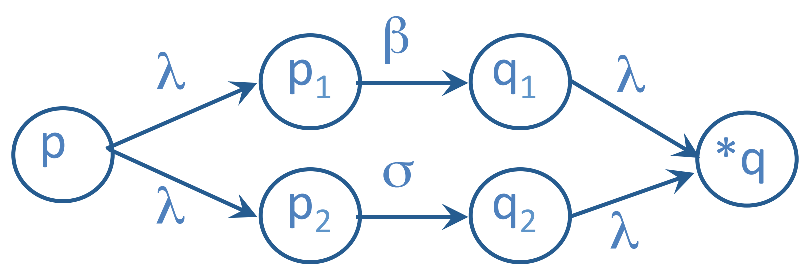
Problema de Síntesis: Algoritmo Recursivo (II)

Dada una ER que representa a un lenguaje regular, construir un AF que acepte ese lenguaje regular *(cont.)*

✓si $\alpha=\beta+\sigma$, con los autómatas de β y σ



el resultado es:

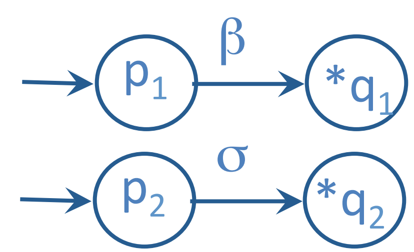


A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

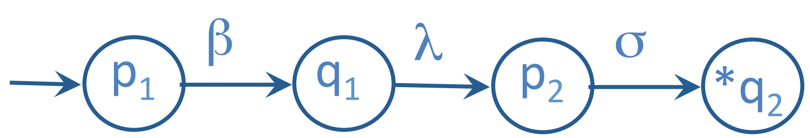
Problema de Síntesis: Algoritmo Recursivo (III)

Dada una ER que representa a un lenguaje regular, construir un AF que acepte ese lenguaje regular. *(cont.)*

✓si $\alpha=\beta \bullet \sigma$, con los autómatas de β y σ



el resultado es:



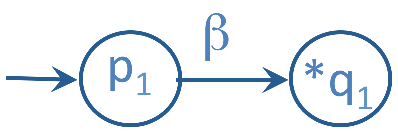
A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

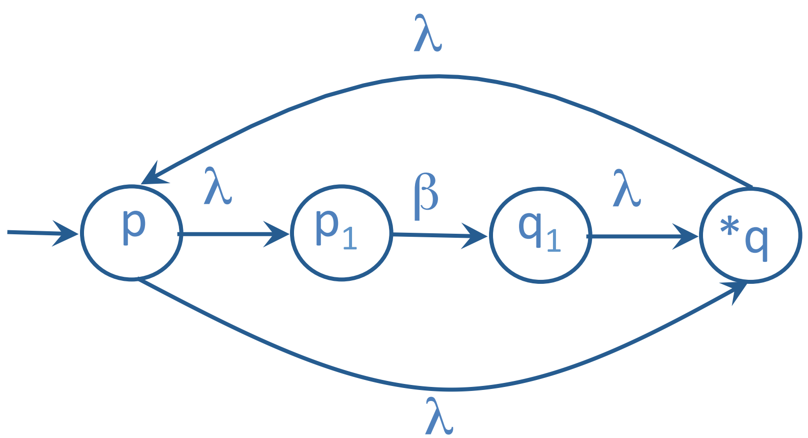
Problema de Síntesis: Algoritmo Recursivo (IV)

Dada una ER que representa a un lenguaje regular, construir un AF que acepte ese lenguaje regular. *(cont.)*

✓si $\alpha = \beta^*$, con el autómata de β



el resultado es:

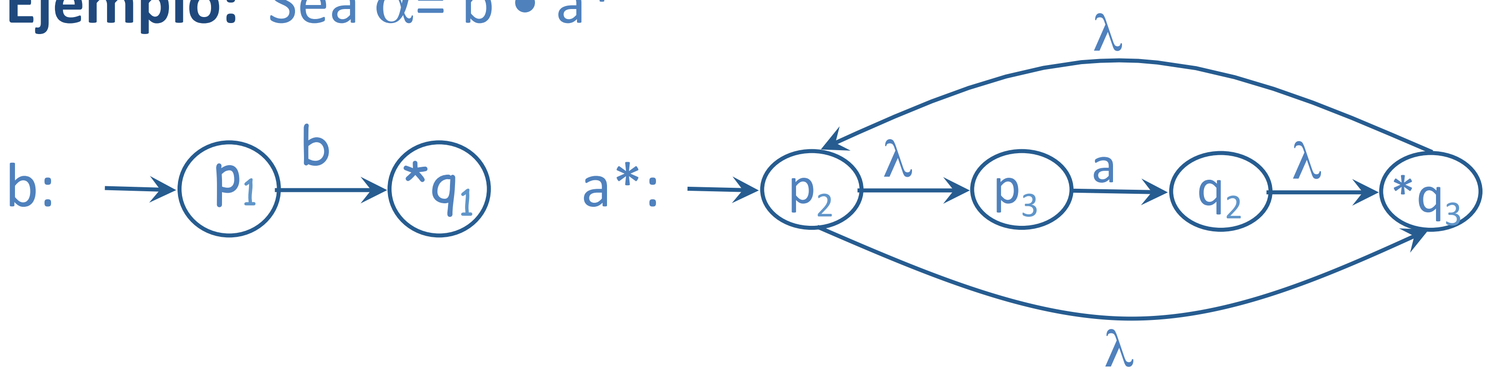


A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

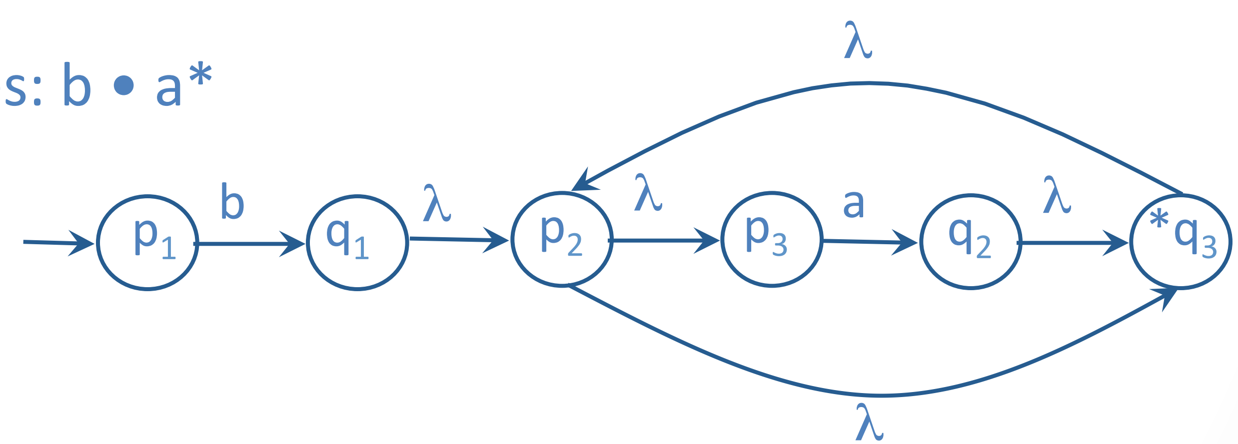
Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Problema de Síntesis: Algoritmo Recursivo (IV)

Ejemplo: Sea α= b • a*



Entonces: b • a*



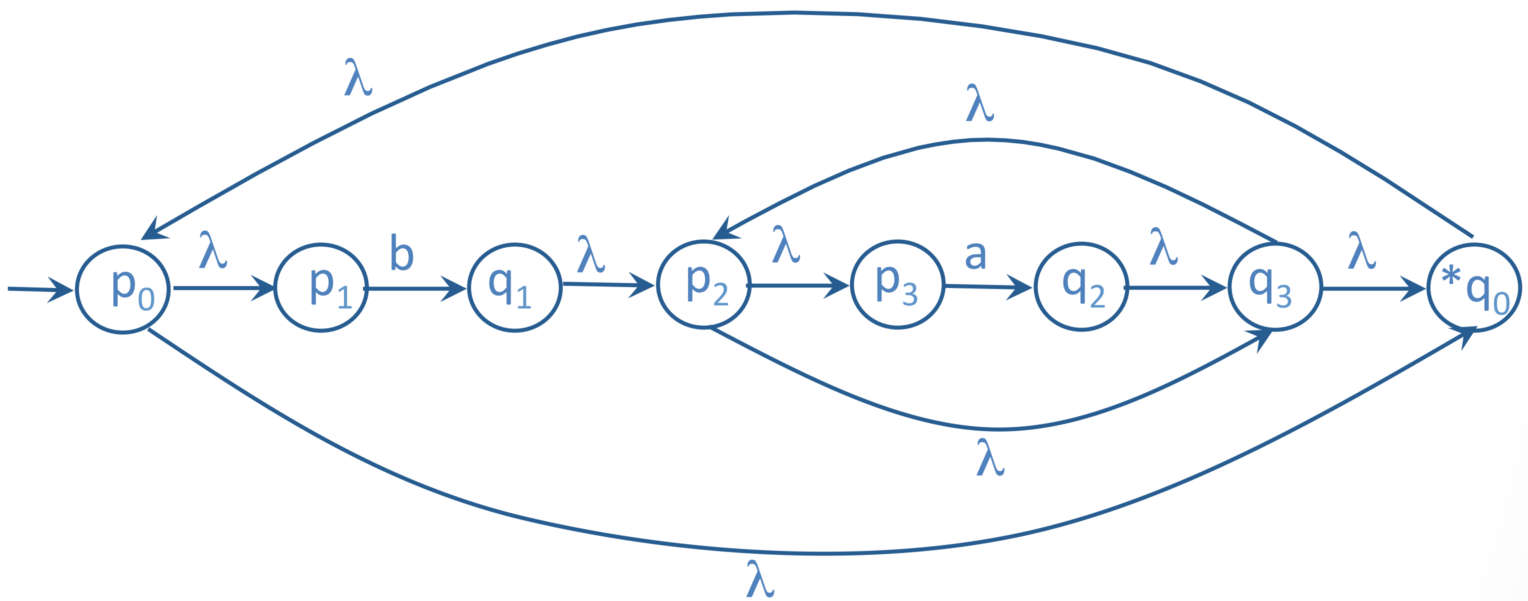
Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Problema de Síntesis: Algoritmo Recursivo (IV)

Ejemplo:

Sea α=(b • a*)*



A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Problema de Síntesis: Derivada de una ER.

Dada una ER, construir un AF que reconozca el lenguaje que la ER describe.

Solución: derivar la ER y obtener una G3LD y de ella un AF

Derivada de una ER: $Da(R) = \{ x \mid a \bullet x \in R \}$.

✓ Derivada de ER R respecto de $a \in \Sigma$ es el conjunto de colas de todas las palabras representadas por R cuya cabeza es a.

Veamos una definición recursiva

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Problema de Síntesis: Derivada de una ER

ER -> AF (Derivar la ER -> G3LD -> AF. $Da(R) = \{ x \mid a \bullet x \in R \}$

Derivada de una ER. ***Definición recursiva***

$\forall$ a, b $\in \Sigma$ y R,S expresiones regulares

- ✓ $Da(\varnothing) = \varnothing$
- ✓ $Da(\lambda) = \varnothing$
- ✓ $Da(a) = \lambda, \quad a \in \Sigma$
- ✓ $Da(b) = \varnothing, \quad \forall\, b \neq a,\ b \in \Sigma$
- ✓ $Da(R+S) = Da(R) + Da(S)$
- ✓ $Da(R \bullet S) = Da(R) \bullet S + \delta(R) \bullet Da(S) \quad \forall R$
  - $\lambda \in R \Rightarrow \delta(R) = \lambda$
  - $\lambda \notin R \Rightarrow \delta(R) = \varnothing$
- ✓ $Da(R^*) = Da(R) \bullet R^*$

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Solución al problema de Síntesis. Derivada de una ER

- **Definición: Dab(R)=Db(Da(R))**
- A partir de la Derivada de una ER. Se obtendrá la gramática regular lineal derecha:
  - El número de derivadas distintas de una ER es finito.
    Una vez que se han obtenido todas, se puede obtener la G3
  - Sea Da(R) = S, con $S \neq \Phi$
    - $S \neq \lambda \Rightarrow$ R ::= aS $\in$ P
    - $S = \lambda \Rightarrow$ R ::= a $\in$ P
  - Sea δ(Da(R)) = S
    - δ(Da(R)) = $\lambda \Rightarrow$ R::= a $\in$ P
    - δ(Da(R)) = $\Phi \Rightarrow$ no se incluye ninguna regla en P
  - El axioma es R (ER de partida)
    - Σ_T = símbolos que formaban la ER de partida
    - Σ_N = letras que distinguen cada una de las derivadas distintas

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Ejemplos. Derivada Expresiones Regulares

Obtener las G3 LD equivalentes a las ER dadas:

R = a a* b b*, Σ={a,b}

R = a a* b b* es igual que
R = a • a* • b • b*

– Da(R) = Da(a) a* b b* = a* b b*
– Db(R) = ∅
– Daa(R) = Da(a* b b*) = Da(a*) b b* + λ Da(b b*) = a*bb* = Da(R)
– Dab(R) = Db(a* b b*) = Db(a*) b b* + λ Db(b b*) = b*
– Daba(R) = Da(b*) = ∅
– Dabb(R) = Db(b*) = Db(b) b* = b* = Dab(R)

– Da(R)= a*bb*	δ(Da(R))= ∅
– Daa(R)= a*bb*	δ(Daa(R))= ∅
– Dab(R)= b*	δ(Dab(R))= λ
– Dabb(R)= b*	δ(Dabb(R))= λ

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Ejemplos. Derivada Expresiones Regulares

- $R0=aa^*bb^*$ $R1=a^*bb^*$ $R2=b^*$
  - $Da(R0)=R1$ $\delta(Da(R0))=\varnothing$
  - $Da(R1)=R1$ $\delta(Da(R1))=\varnothing$
  - $Db(R1)=R2$ $\delta(Db(R1))=\lambda$
  - $Db(R2)=R2$ $\delta(Db(R2))=\lambda$

- $Da(R)=S \Rightarrow R \rightarrow aS$ $\delta(Da(R))=\lambda \Rightarrow R \rightarrow a$
  - $R0 \rightarrow aR1$ ----------
  - $R1 \rightarrow aR1$ ----------
  - $R1 \rightarrow bR2$ $R1 \rightarrow b$
  - $R2 \rightarrow bR2$ $R2 \rightarrow b$

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso

Bibliografía

- Libro Básico 1 Bibliografía (AAM). Enrique Alfonseca Cubero, Manuel Alfonseca Cubero, Roberto Moriyón Salomón. Teoría de autómatas y lenguajes formales. McGraw-Hill (2007).
  Apartado 7.2

- Libro Básico 2 Bibliografía (HMU). John E. Hopcroft, Rajeev Motwani, Jeffrey D.Ullman. Introducción a la teoría de autómatas, lenguajes y computación (3ª edición). Ed, Pearson Addison Wesley.
  Tema 3

- Libro Básico 4 Bibliografía (AAM). Manuel Alfonseca, Justo Sancho, Miguel Martínez Orga. Teoría de lenguajes, gramáticas y autómatas. Publicaciones R.A.E.C. 1997
  Tema 7

A. Sanchis, A. Ledezma, J. Iglesias, B. García, J. Alonso