8. Complejidad Computacional

Araceli Sanchis de Miguel
Agapito Ledezma Espino
José A. Iglesias Martínez
Beatriz García Jiménez
Juan Manuel Alonso Weber

Grado Ingeniería Informática
Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Universidad
Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Autómatas, Complejidad y Computabilidad.

Clasificación de los Problemas de Decisión.

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Autómatas, Complejidad y Computabilidad

- En la **Teoría de la Computación**, los tres siguientes áreas:
  - Autómata,
  - Complejidad y
  - Computación

  están relacionados por la siguiente pregunta:
  - *¿Cuáles son las capacidades y limitaciones de los ordenadores?*

- Sin embargo, esta pregunta se interpreta de forma diferente en cada una de las 3 áreas.

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Autómatas, Complejidad y Computabilidad

Teoría de Autómatas:

- Se encarga de las definiciones y propiedades de los modelos matemáticos de computación (esenciales en áreas aplicadas de la informática).

- Uno de estos modelos son los **Autómatas Finitos**, utilizados en:
  - Procesamiento de textos
  - Compiladores
  - Diseño Hardware.
- Otro modelo son las **Gramáticas Libres de Contexto**, usadas en:
  - Lenguajes de programación
  - Inteligencia Artificial.

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Autómatas, Complejidad y Computabilidad

Teoría de la Complejidad:

- Se basa en tratar de dar respuesta a la siguiente pregunta:
  - *¿Qué hace a algunos problemas computacionalmente difíciles y a otros sencillos?*

- Tiene como finalidad la creación de mecanismos y herramientas capaces de describir y analizar la complejidad de un algoritmo y la complejidad intrínseca de un problema.

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Teoría de la Computabilidad:

- Está muy relacionado con la teoría de la Complejidad, ya que introduce varios de los conceptos que esta área utiliza.
- Su finalidad principal es la clasificación de diferentes problemas, así como formalizar el concepto de *computar.*
- Así, estudia qué lenguajes son *decidibles* con diferentes tipos de *"máquinas"* y diferentes modelos formales de computación.

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Complejidad Computacional

- Estudia el orden de complejidad de un algoritmo que resuelve un problema *decidible.*

- Para ello, considera los 2 tipos de recursos requeridos durante el cómputo para resolver un problema:
  - Tiempo: Número de pasos base de ejecución de un algoritmo para resolver un problema.
  - Espacio: Cantidad de memoria utilizada para resolver un problema.

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Complejidad Computacional

- La complejidad de un algoritmo se expresa como función del tamaño de la entrada del problema, n.

- Se refiere al ratio de crecimiento de los recursos con respecto a n:
  - Ratio del Tiempo de ejecución (Temporal): $T(n)$.
  - Ratio del espacio de almacenamiento necesario (Espacial): *S(n).*

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Autómatas, Complejidad y Computabilidad.

Clasificación de los Problemas de Decisión.

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Clasificación de Problemas de decisión

- En base a dos criterios:
  - *Teoría de la Computabilidad*
    - *Decidible.*
    - *Parcialmente Decidible (reconocible).*
    - *No Decidible.*
  - *Teoría de la Complejidad Computacional*
    - *Conjuntos de Clase de Complejidad (Clase L, NL, P, P-Completo, NP, NP-Completo, NP-Duro…).*

Un problema de decisión es aquel en el que en el que las respuestas posibles son Si o No

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Clasificación de Problemas de decisión

Considerando la Teoría de la Computabilidad un problema de decisión podrá ser:

- **Decidible** (o resoluble algorítmicamente):
  - Si existe un procedimiento mecánico (MT) que lo resuelva.
  - Además, la MT debe detenerse para cualquier entrada.

- **Parcialmente Decidible** (Reconocible):
  - Si existe un procedimiento mecánico (MT) que lo resuelva.
  - Además, la MT debe detenerse para aquellas entradas que son una solución correcta al problema.

- **No Decidible**
  - Si NO es decidible

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Clasificación de Problemas de decisión

Considerando la Teoría de la Complejidad Computacional un problema de decisión podrá ser:

- *Conjuntos de Clase de Complejidad (Clase L, NL, **P**,* P-Completo*, **NP**, **NP-Completo**, NP-Duro…).*

En este caso, nos centraremos únicamente en los problemas denominados Clase P, NP y NP-Completo.

Sin embargo, para esta distinción es necesario considerar el modelo teórico de las **Máquinas de Turing**.

Además, debemos distinguir entre:

- **MT Determinista** (Para cada par *(estado, símbolo),* existe como máximo una transición a otro estado).
- **MT No Determinista** (Existe al menos un par *(estado, símbolo)*, con más de una transición a estados diferentes).

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Clasificación de Problemas de decisión

Considerando la Teoría de la Complejidad Computacional un problema de decisión podrá ser:

- Clase P (Polynomial-time)
  - Contiene aquellos problemas de decisión que una **MT Determinista** puede resolver en **tiempo polinómico**.
    - Los problemas de complejidad polinómica son tratables, es decir en la práctica se pueden resolverse en tiempo *razonable.*
    - La mayoría de los problemas *corrientes* (ordenación, búsqueda…) pertenecen a esta clase.

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Clasificación de Problemas de decisión

Considerando la Teoría de la Complejidad Computacional un problema de decisión podrá ser:

- **Clase NP** (Non-Deterministic Polynomial-time)
  - Contiene aquellos problemas de decisión que una **MT No Determinista** puede resolver en **tiempo polinómico**.

Como toda MTD es un caso particular de una MTND:

$P \subseteq NP$

Clase NP

Clase P

Saber si P=NP o P≠NP es todavía un problema abierto en computación teórica!!
Tan importante es demostrar que estas clases son distintas, que es uno de los *problemas* premiados con 1.000.000 $.

Clay Mathematics Institute

Dedicated to increasing and disseminating mathematical knowledge

http://www.claymath.org/millennium/P_vs_NP/

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Clasificación de Problemas de decisión

Considerando la Teoría de la Complejidad Computacional un problema de decisión podrá ser:

- Clase NP-Completo
  - Un problemas de decisión es NP-Completo sii:
    - Es NP
    - Todos los demás problemas de NP se pueden se pueden reducir a él en tiempo polinómico.

Reducir de un problema:
Es una manera de convertir un problema en otro de tal forma que la solución al segundo problema se puede utilizar para resolver el primero.

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

8. Complejidad Computacional

Araceli Sanchis de Miguel
Agapito Ledezma Espino
José A. Iglesias Martínez
Beatriz García Jiménez
Juan Manuel Alonso Weber

Grado Ingeniería Informática
Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

A. Sanchis, A. Ledezma, J.A. Iglesias, B. García, J. M.Alonso

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es