

Hoja de Ejercicios 8

Autocorrelación

Nota: En aquellos ejercicios en los que se incluyen estimaciones y referencia al archivo de datos utilizado, el estudiante debería comprobar los resultados obtenidos en Gretl.

1. Considere las variables aleatorias Y_1 , Y_2 e Y_3 tales que

$$\begin{aligned} E(Y_1) &= E(Y_2) = E(Y_3) = \mu \\ V(Y_1) &= V(Y_2) = V(Y_3) = 2 \\ C(Y_1, Y_2) &= 1, C(Y_1, Y_3) = 0, C(Y_2, Y_3) = 0 \end{aligned}$$

Suponga que disponemos de una observación para cada una de estas variables.

- (a) Sea m el estimador MCO de μ . Calcúlelo y calcule su varianza.
 (b) Cualquier estimador lineal e insesgado tiene la forma

$$m^* = c_1 Y_1 + c_2 Y_2 + c_3 Y_3,$$

donde $c_1 + c_2 + c_3 = 1$. Busque los valores de c_1 , c_2 , c_3 que minimizan la varianza y obtenga el estimador m^* correspondiente y su varianza. ¿Coincide con el estimador MCO? En caso negativo, interprete el resultado.

- (c) Suponga que al calcular el estimador MCO de μ (es decir, la media muestral) calcula la varianza de dicho estimador aplicando la fórmula convencional del estimador de la varianza de la media muestral

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - m)^2$$

con $n = 3$. ¿Será s^2 un estimador sesgado de $V(m)$? ¿Será un estimador consistente? Justifique su respuesta.

2. Sean las variables aleatorias Y_1 e Y_2 tales que

$$\begin{aligned} E(Y_1) &= \mu, E(Y_2) = 2\mu \\ V(Y_1) &= 3, V(Y_2) = 4 \\ C(Y_1, Y_2) &= 2 \end{aligned}$$

Suponga que dispone de una observación para cada una de estas variables.

- (a) Obtenga el estimador lineal e insesgado de mínima varianza de μ .
 (b) Obtenga el estimador MCO de μ y compare su esperanza y su varianza con las del estimador anterior.

3. El archivo GEW1 incluye observaciones anuales de dos empresas, General Electric (GE) y Westinghouse (WE) para el período 1935-1954. Consideremos las siguientes variables: $V1$ = años (que toma los valores $1, \dots, 20$), $V2$ = inversión de GE, $V3$ = serie retardada del valor de mercado de GE, $V4$ = serie retardada del volumen de capital de GE, $V5$ = inversión de WE, $V6$ = serie retardada del valor de mercado de WE, $V7$ = serie retardada del volumen de capital de WE. Las variables $V2, \dots, V7$ vienen expresadas en millones de dólares de 1947. Elaboremos un modelo simple sobre la formación de capital de una empresa, relacionando su inversión anual con el valor de mercado de la empresa. Sea Y = Inversión de la empresa y X = Valor de mercado de la empresa en el año anterior. Supongamos que

$$E(Y|X) = \alpha + \beta X.$$

(a) Para la empresa General Electric:

- (i) Estime el modelo de regresión simple y comente los resultados.
- (ii) Genere una variable que contenga los residuos de la regresión anterior e_t así como los residuos retardados un período e_{t-1} . Contraste la existencia de autocorrelación serial mediante la estimación MCO de la proyección lineal

$$e_t = \theta_0 + \theta_1 e_{t-1} + v_t.$$

¿Qué puede concluir acerca de la existencia de autocorrelación en los errores de la relación entre inversión y valor de mercado de la empresa? ¿Coinciden las conclusiones con el valor del contraste de Durbin-Watson que aparecía en el apartado anterior?

- (iii) ¿Afectan sus conclusiones al cálculo de los errores estándar que aparecen en la estimación del modelo de regresión del apartado (i)? En caso afirmativo, realice la estimación utilizando errores estándar apropiados.

(b) Repita el análisis para la empresa Westinghouse.

4. Al efectuar la regresión lineal MC con una muestra de 100 observaciones trimestrales de las series temporales Y = ventas, X_1 = gastos en publicidad, y X_2 = gastos en investigación y desarrollo se obtuvieron los siguientes resultados:

$$\hat{Y} = \begin{array}{ccc} 1.70 & +1.25X_1 & +1.00X_2 \\ (0.77) & (0.50) & (0.30) \end{array} \quad R^2 = 0.73$$

$$\text{Durbin -Watson } d = 0.80$$

El investigador concluyó que los gastos en publicidad tenían, al nivel del 5%, un efecto significativo sobre las ventas. A la vista de la información disponible, ¿está de acuerdo con esta conclusión? Justifique su respuesta. (Pista: ¿Cuál es la relación aproximada entre el estadístico de Durbin-Watson y un estimador del coeficiente de autocorrelación de primer orden?).

5. El archivo TIM1 contiene datos anuales de series temporales de los Estados Unidos, para el período 1959-1996 de las siguientes variables: $V1$ = año, $V2$ = PIB real (en miles de millones

de dólares de 1992), $V3$ = Deflactor de precios del *PIB* (índice = 100 en 1992), $V4$ = cantidad de dinero según *M1* (en miles de millones de dólares corrientes), $V5$ = consumo real (en miles de millones de dólares de 1992), $V6$ = tipo de interés de las Letras del Tesoro a 3 meses (en % anual), $V7$ = tasa de desempleo (en %), y $V8$ = cantidad de dinero según *M2* (en miles de millones de dólares corrientes).

Adoptaremos *M1* (que incluye las monedas y billetes en circulación y los depósitos bancarios) como definición de la cantidad de dinero, y tomaremos Y = logaritmo de la cantidad real de dinero = $\ln(100V4/V3)$, X_1 = logaritmo del *PIB* real = $\ln(V2)$, X_2 = tipo de interés de las Letras del Tesoro = $V6$. Suponemos que el modelo de regresión clásico es válido para $E(Y|X_1, X_2) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$.

- (a) Suponga que podemos aplicar el modelo de regresión clásico a $E(Y|X_1, X_2) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$. Estime esta función de esperanza condicional por medio de una regresión lineal mínimo-cuadrática.
- (b) Probablemente, su programa de ordenador presentará también el estadístico de Durbin-Watson, d . Calcule $1 - d/2$, el estimador de la autocorrelación de primer orden que se obtiene a través del estadístico de Durbin-Watson.
- (c) Tome los residuos de la regresión de la demanda de dinero, e_t , y regréselos contra sus valores desfasados, e_{t-1} (incluya una constante). Habrá 37 observaciones de esta regresión residual. Llame r a la pendiente de esta autorregresión residual. ¿Está el valor de r próximo al de $1 - d/2$? ¿Está la constante próxima a cero? (De ser así, explique por qué). ¿Cuál es el resultado del contraste de autocorrelación de primer orden?
- (d) Realice un contraste de ausencia de autocorrelación de orden igual o inferior a 2.
- (e) Repita la estimación del modelo de interés utilizando errores estándar robustos a autocorrelación de Newey-West.