

Fuentes de Energía

Capítulo 7: Energía solar. Geometría solar y radiación. Recurso y perfiles productivos

Autores:

- Antonio Lecuona Neumann. Catedrático del Área de Máquinas y Motores Térmicos. Dpto. De Ingeniería Térmica y de Fluidos, [Grupo ITEA](#), [Universidad Carlos III de Madrid](#), Leganés, España.

2020

La información contenida en este documento sirve de propósito exclusivo como apuntes para alumnos en la enseñanza de la asignatura indicada y ha sido obtenida de las mejores fuentes que se han podido encontrar, generalmente de reconocido prestigio. No obstante el/los autor/es no garantizan la exactitud, exhaustividad, actualización o perfección de su contenido. Por ello no será/n responsable/s de cualquier error, omisión o daño causado por el uso de la información contenida, no tratando con este documento prestar ninguna clase de servicio profesional o técnico; antes bien, se ofrece como simple guía general de apoyo a la docencia. En caso de detectar algún error, rogamos nos lo comunique e intentaremos corregirlo. Puede contener material con copyright © por lo que su reproducción puede no estar permitida.

Introducción al capítulo 7: Energía solar. Geometría solar y radiación. Recurso y perfiles productivos

La energía solar debe comenzar por el propio sol, su trayectoria aparente (altura y acimut) en el cielo, lo cual es predecible y cuánto es la irradiancia G esperable en un día claro o con nubes (o cual no es predecible, pero si estadísticamente estimable) para cualquier lugar del planeta y a cualquier hora oficial por la interacción con la atmósfera, para lo que es necesario calcular la hora solar. En este capítulo no trata de averiguar los eventos de ocultamiento del sol por nubes por su carácter meteorológico. Antes bien da a conocer los principios y características de la energía solar. Para ello se comienza descomponiendo la radiación solar en directa, difusa y reflejada, a efectos de cálculos ingenieriles. Ello permite valorar el recurso solar instantáneo o medio, el perfil productivo, y cómo puede ser aprovechado, principalmente por la tecnología solar térmica y la fotovoltaica.

Las estaciones solares miden la irradiancia sobre el plano horizontal continuamente, por lo que el uso de esa información requiere proyectar sobre el área de apertura con una orientación arbitraria G_T . Para limitar la información se mide la irradiación I en una hora, o en un día H , o en un mes $\bar{H}$, o en un año H_y , se efectúan estudios estadísticos y se proporciona el índice de claridad k_T .

Se presenta la correlación más simple, de Hottel, para días despejados, dando el máximo esperado, y otras para días arbitrarios, que dan la fracción de difusa considerando el índice de claridad medido k_T .

A través de ejercicios resueltos:

Se comenta la pérdida de la fracción difusa que supone usar concentración óptica.

El área de apertura puede ser de orientación fija o seguir al sol, total o parcialmente para maximiza la captación minimizando la incidencia. Se comentan las distintas posibilidades, ventajas e inconvenientes. Se puede llegar a la conclusión que un colector fijo debe estar mirando al ecuador e inclinado aproximadamente la latitud del lugar.

El espectro de la radiación térmica depende de la temperatura del cuerpo, lo cual hace que los captadores radien mayoritariamente en el infrarrojo, mientras que el sol radia mucho más y sobre todo en el visible. Se comentan aspectos de la radiación térmica y la opción de disponer de recubrimientos ópticamente selectivos.

La materia se compone del núcleo expositivo, lo complementan temas recordatorios y de ampliación (en su caso señalados como *ex cursus*), cuestiones de autoevaluación y ejercicios resueltos y propuestos sin resolver.

Índice

- 7.1.- La energía solar y usos.
- 7.2.- Geografía del recurso solar.
- 7.3.- Irradiancia sobre la superficie terrestre.
- 7.4.- Movimiento aparente del sol.
- 7.5.- Geometría y radiación solar.
- 7.6.- Correlaciones para la producción.
- 7.7.- Bibliografía.
- 7.8.- Cuestiones de autoevaluación.
- 7.9.- Actividades propuestas.
- 7.10.- Temas de ampliación
- 7.11.- Nomenclatura

Objetivos: Dar a conocer las bases en las que se sustenta la anergía solar, sus características, recursos y manera de aprovecharla eficazmente y cuantificar sus efectos. Su imprevisibilidad por la ocultación de las nubes requiere un estudio estadístico, cuyos rudimentos se pueden obtener con el estudio de este capítulo.

7.1.- La energía solar y usos.

La radiación solar es energía electromagnética desde el infrarrojo (IR), pasando por el visible (VIS) y hasta el ultravioleta (UV). En total, la constante solar $G_{sc} = 1.367 \text{ W/m}^2$ de media incide en la Tierra desde el Sol fuera de la atmósfera (extraterrestre), Actividad 7.3. Parte de ella llega a la superficie, parte es absorbida y parte se devuelve al espacio exterior.

Resulta irremediable, por lo que la **energía solar pasiva** busca captarla (en invierno) o rechazarla (en verano) para procurar condiciones ambientales favorables, sin usar máquinas. La arquitectura bioclimática hace uso de estos principios.

La **energía solar activa** busca captar esta energía y tras convertirla ofrecerla a los usuarios (salvo el uso directo en iluminación interior). Por su aprovechamiento principal (ver Tema de ampliación II), es:

- Térmica: la radiación se degrada a energía térmica de:
 - Baja temperatura a $T < 80 \text{ °C}$
 - Media temperatura a $T < 250 \text{ °C}$
 - Alta temperatura, incluso $T > 1.000 \text{ °C}$.
 - Fotovoltaica
- } Necesitan concentración óptica
- Ciertas estructuras semiconductoras (células) con los electrodos adecuados permiten convertir bandas de la radiación solar en corriente continua con una eficiencia del 5% al 40%, dependiendo de su tecnología (y coste asociado).

7.2.- Geografía del recurso solar.

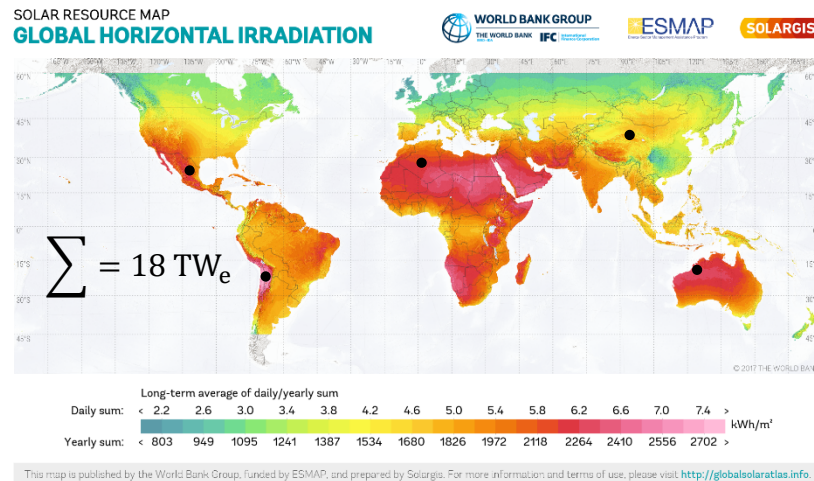


Figura 7.1.- Irradiancia total sobre el plano horizontal en 1 día y en 1 año, en kWh/m². Los discos negros muestran el área necesaria de captación para proveer el consumo primario mundial de electricidad con células de un 8% de eficiencia media. Fuente: CC BY 4.0

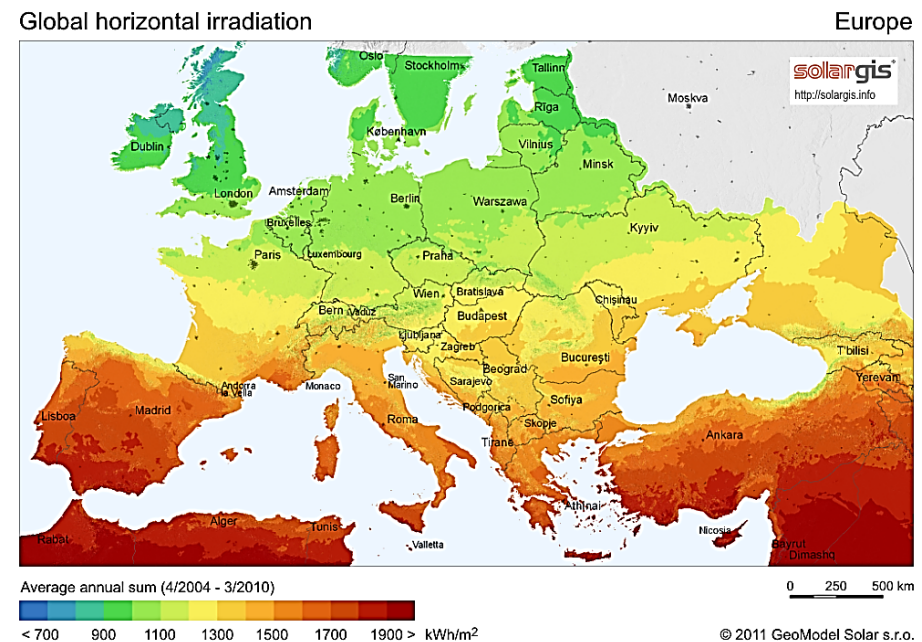
Figura 7.2.- Irradiación. España es el país europeo con más recurso solar. Fuente: SolarGIS © 2011 GeoModel Solar s.r.o. CC BY 4.0 →

NOTA: Las zonas desérticas a ambos lados del ecuador se benefician de unos rayos solares bastante verticales y además de una transparencia atmosférica mayor que en la zona ecuatorial.

Recursos

- Solo hasta $\cong 70\%$ de la irradiancia incidente al planeta normal a la dirección de propagación G_{sc} puede llegar a la superficie en un día claro, por la absorción y dispersión de la atmósfera, ver, $\rightarrow G_n \cong 0,7 G_{sc} \cong 1.000 \text{ W m}^{-2}$.
- El cinturón más productivo "cinturón solar", por efecto coseno, y excluye la zona ecuatorial por alta nubosidad,.

Ejercicio 7.1: Equivalencia entre las magnitudes de ambos mapas: $200 \text{ W/m}^2 \times 365 \text{ d/año} \times 24 \text{ h/d} = 1.752 \text{ kWh/(m}^2 \text{ año)}$



7.3.- Irradiancia sobre la superficie terrestre.

Los rayos fuera de la atmósfera son cuasi paralelos ($\varphi_s = 0,5^\circ$ de divergencia). Interaccionan con:

- I. Las partículas en suspensión (polvo, cristales y gotas de agua), desvían el conjunto del espectro en todas direcciones (no homogéneamente), dispersión. Las moléculas de aire hacen lo mismo pero preferentemente en las longitudes de onda cortas. Devuelven algo al espacio exterior.
- II. Algunos gases del aire (H_2O , CO_2 ...) que absorben en ciertas bandas del espectro.

A su vez I y II emiten en todas direcciones en el IR, por su propia temperatura [Fig. 7.10.1](#).

Lo remanente (entre un 10% y un 80%) llega a la superficie, la cual refleja y re-emite también en el [IR](#) por su moderada temperatura. El resultado es que la incidencia en la superficie terrestre es un [espectro solar modificado](#). Para la intensidad o **irradiancia** total [W/m^2] G , si a) no importa la dirección se suman las componentes incidentes de cualquier dirección y b) si no importa el espectro; se puede simplificar como la suma de:

- **Directa:** G_b remanente de la original [colimada](#) del sol. Su dirección depende del instante, la longitud y la latitud del lugar. En un día despejado puede ser el 90% de la total.
- **Difusa:** G_d resultado de las interacciones. En primera aproximación se puede considerar isótropa (omnidireccional). No es concentrable ópticamente pues se refleja o refracta también en todas direcciones. En un día cubierto puede llegar a ser el 90% de la total. A su vez puede descomponerse en:

- Procedente de la bóveda celeste.
- Procedente del suelo g^*

$$G = \overbrace{G_b}^{\text{Directa}} + \overbrace{G_d}_{G_{d,s} + G_{d,g}}^{\text{Difusa}} \quad (7.1)$$

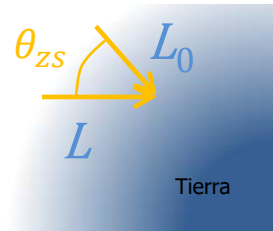
Al no poner subíndices, es sobre el plano horizontal. Se ha añadido $_s$ a la difusa celeste sobre el suelo, para desambiguar

- Ambas componentes dependen de la orientación del área de apertura.

7.3.- Irradiancia sobre la superficie terrestre.

Información espectral de la radiación solar:

La irradiancia extraterrestre equivale aproximadamente a la radiación de un cuerpo negro a unos 5.500- 6.000 K, **Actividad 7.3**. Por efecto de la atmósfera se modifica y reduce al llegar a la superficie, tanto más cuanto más largo es el recorrido L por la atmósfera terrestre comparado con el recorrido con el sol sobre la vertical L_0 . El espectro para la difusa es distinto que para la directa.



A una cierta altura:

$$AM = \frac{L}{L_0} \Big|_{\text{para igual atmósfera}} \approx (\cos \theta_{zs})^{-1}$$

Depende de:

1. Hora del día.
2. Época del año.
3. Altitud z sobre el n. m.
4. Partículas y contaminantes

Pero existen estándares, p. e.

AM 1.5. Mejor cálculo.

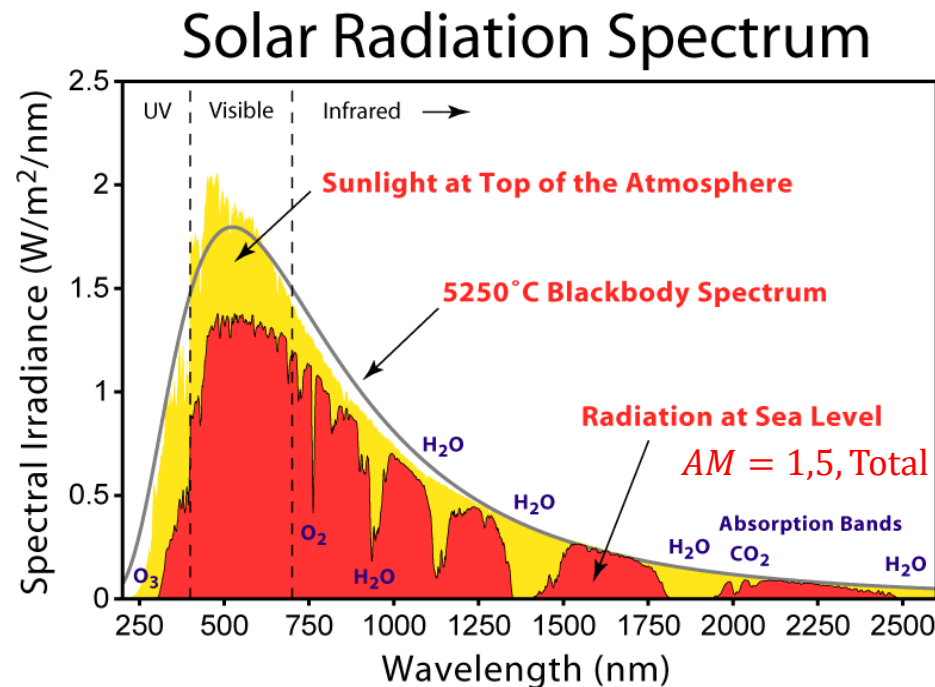


Figura 7.3.- Comparación entre los espectros de la radiación solar teórica de un cuerpo negro, extraterrestre y en la superficie con $AM = 1,5$, indicando las bandas de absorción de los gases atmosféricos.

Fuente: Solar Spectrum.png, CC BY-SA 3.0

http://en.wikipedia.org/wiki/Air_mass_%28solar_energy%29

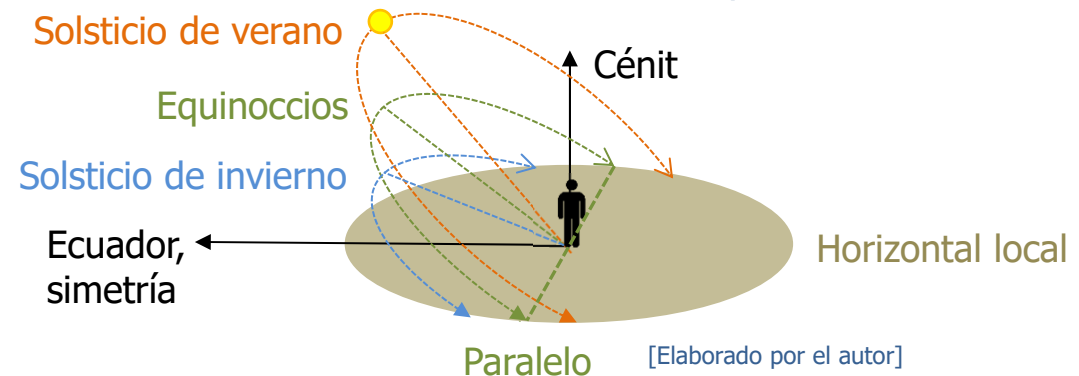
7.4.- Movimiento aparente del Sol. (por defecto, hemisferio norte).

El sol sale **cerca del** este y se pone **cerca del** oeste, como consecuencia del giro uniforme de la Tierra alrededor de su eje de orientación fija, que tiene una duración aproximadamente constante del día solar medio de 24 horas, correspondiente a una vuelta completa.

Debido:

- A la inclinación del eje de la Tierra c. r. a su órbita, la posición de salida y puesta del sol no es constante a lo largo del año y el tiempo que media entre salida y puesta no es constante tampoco. A este tiempo se le denomina también **día** en contraposición con la noche.
- Al convenio establecido para los relojes, que funcionan independientemente del sol y supuestamente avanzan de forma uniforme en el tiempo, la hora del orto y del ocaso a lo largo del año no es constante.
- El sol describe un arco en su trayectoria aparente, que a lo largo del año son discos planos paralelos entre sí. Luego, su ángulo de elevación máxima (culminación) no es constante a lo largo del año. Esta elevación máxima es tanto menor cuanto mas cerca se está de los polos.

Efecto de la declinación solar máxima. Sentido de movimiento en el hemisferio norte flecha hueca, y rellena en el hemisferio sur (en ambos casos se mira al ecuador). El Sol siempre sale por el E y se pone por el O. Para Madrid.

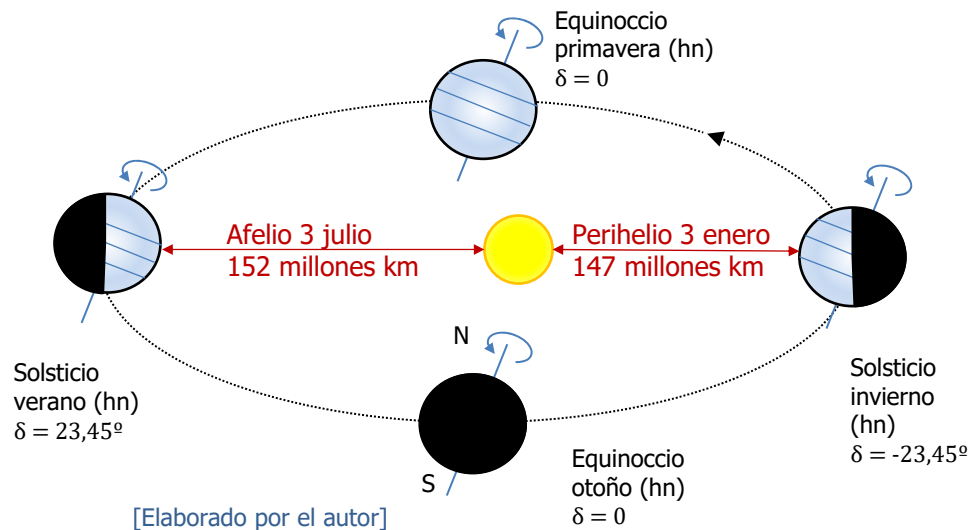


Para explicar estos fenómenos es necesario entender el movimiento relativo entre la Tierra y el sol, así como el convenio de horario y calendario.

7.4.- Movimiento aparente del Sol (cont.). (por defecto, hemisferio norte).

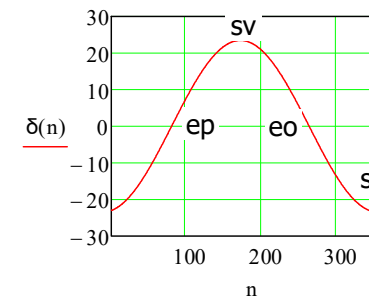
- Se introducen los parámetros y conceptos suficientes para cálculos de tipo ingenieril

Declinación (δ): Ángulo que forman la dirección de los rayos solares y el ecuador; este ángulo varía durante el año entre $\delta_{m\acute{a}x} = \pm 23,45^\circ$. > 0 en verano en el hemisferio norte (hn) y < 0 en el sur (hs). n es el día del año, de 1 a 365 (año no bisiesto). Ejemplos: $365-284 = 81$ es el día del equinoccio de primavera (ep), aunque en realidad estos años ocurre a una cierta hora del día 79, $\delta = 0$. $\delta = 23,45^\circ$ corresponde al solsticio de verano (sv). Se debe a la inclinación $\cong$ fija del eje de la Tierra c. r. a su trayectoria plana.



$$\delta \cong 23,45^\circ \sin \left(360^\circ \frac{284 + n}{365} \right) \quad (7.3)$$

Se indican el ecuador y los trópicos de Cáncer y de Capricornio. Son paralelos, donde en el solsticio de verano el sol está en su cénit.



Ejercicio 7.2: Calcule el día n que corresponde al equinoccio de otoño y al solsticio de invierno en el hemisferio norte. Sitúe en el calendario dd/mm las cuatro efemérides.

Solución:

Solsticios: Ec. 7.3 $\rightarrow \delta_{m\acute{a}x} \rightarrow () = \pm 90^\circ$: verano, $n = 5 \times 365 / 4 - 284 = 172,25 =$ día (20 ó 21)/06 e invierno, $n = 365 - 284 = 354,75 =$ redondeando es el día 21/12, aunque puede ser el 22 ciertos años.

Equinoccios $\rightarrow \delta = 0 \rightarrow () = \pi \times 360^\circ$: invierno, $n = 81 = (20 \text{ ó } 21)/03$ y verano, $n = 3 \times 365 / 2 - 284 = 263,5 =$ día (22 ó 23)/09

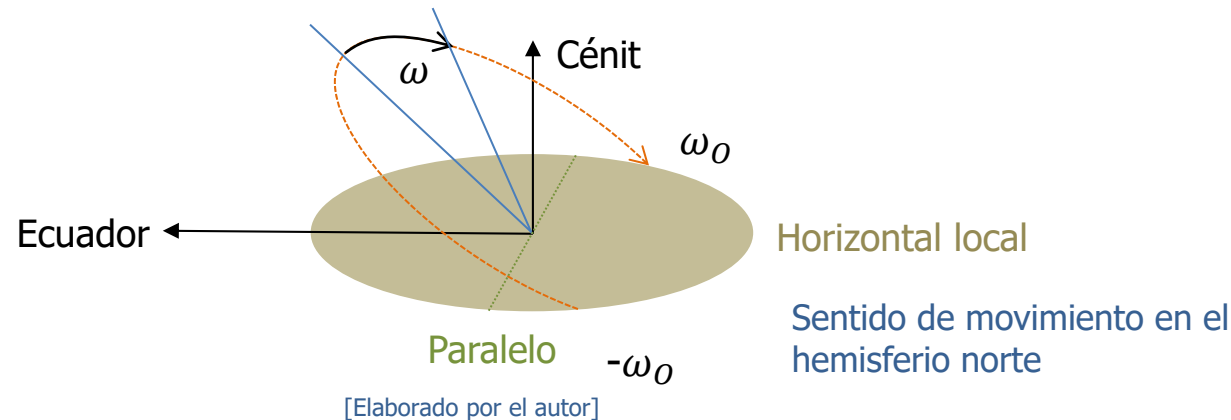
7.4.- Movimiento aparente del Sol (cont.). (por defecto, hemisferio norte).

Bases de cálculo de la geometría solar

Tiempo solar verdadero o aparente (t_{sv}): Debido al movimiento del sol, = 12 h en el cénit (meridiano). +1 día al retornar al cénit al día siguiente, lo que define el día solar verdadero, que no es constante a lo largo del año por la elipticidad de la órbita terrestre, por la inclinación de su eje y porque el año dura 365,25 días, véase [ecuación del tiempo](#).

Ángulo horario (ω): Desplazamiento angular del [Sol](#) sobre el plano de su trayectoria en el cielo. $\omega \doteq 0$ en el [cénit](#) o [culminación](#) y $\omega > 0$ para la tarde. Cada hora corresponde aproximadamente a 15° ($360^\circ/24$ horas del día civil o [día solar medio](#) o <http://es.wikipedia.org/wiki/A%C3%B1o>).

$$\omega = 360^\circ \frac{\text{tiempo solar verdadero } (t_{sv}) - 12 \text{ h}_{t_{sv}}}{24 \text{ h}_{t_{sv}}}$$



La posición sobre el planeta se determina a través de:

Latitud (ϕ): Ángulo a lo largo del meridiano desde el ecuador hasta el punto geográfico. Puede ser latitud norte > 0 o sur < 0 . $= 0$ ecuador.

Longitud (θ): Ángulo de un plano que pasa por el eje de la Tierra y por el observatorio de Greenwich, $\theta = 0$, con el que pasa por el lugar deseado, positivo hacia el Este. A lo largo del paralelo que pasa por el lugar.

---- t_{sv} y ω SON DISTINTOS PARA CADA LONGITUD GEOGRÁFICA θ ----

7.5.- Geometría y radiación solar. (por defecto, hemisferio norte).

Ángulo cenital (θ_{zs}): Ángulo que forman los rayos del sol (s) con la vertical del lugar, el cénit (z):

$$\theta_{zs} = \arccos[\cos\delta\cos\phi\cos\omega + \sin\delta\sin\phi] = \theta_s \Big|_{\beta=0} \begin{cases} < 90^\circ \\ = 90^\circ \text{ orto y ocaso} \rightarrow \omega_o = \mp \arccos|-\tan\phi\tan\delta| \\ \text{Si } > 90^\circ, \text{ es de noche} \end{cases}$$

Altura solar ($\gamma_s = \frac{\pi}{2} - \theta_{zs}$). Ángulo solar respecto al plano horizontal, > 0 sobre el horizonte.

Acimut solar (ψ_s). Ángulo que forma la proyección de sol sobre el plano horizontal con la dirección sur. Al mediodía solar su valor es 0, por la mañana < 0 .

$$\psi_s = \text{sign}(\omega) \left| \arccos \left(\frac{\cos\theta_{zs} \sin\phi - \sin\delta}{\sin\theta_{zs} \cos\phi} \right) \right|$$

Sobre el plano horizontal local, dirección del sol en hemisferio norte (hn).

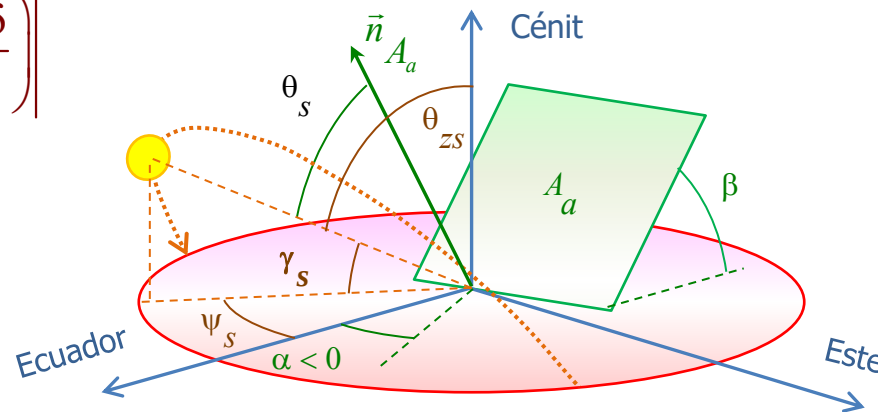


Figura 7.5

[Elaborado por el autor]

Orientación del área de apertura A_a :

Inclinación (β). Ángulo con el plano horizontal. > 0 hacia el ecuador.

Acimut (α): Ángulo que forma la perpendicular a la superficie hacia el sol $\vec{n}_{A_a}$ con la dirección del ecuador en el plano horizontal. Igual sentido que ψ_s .

7.5.- Geometría y radiación solar.

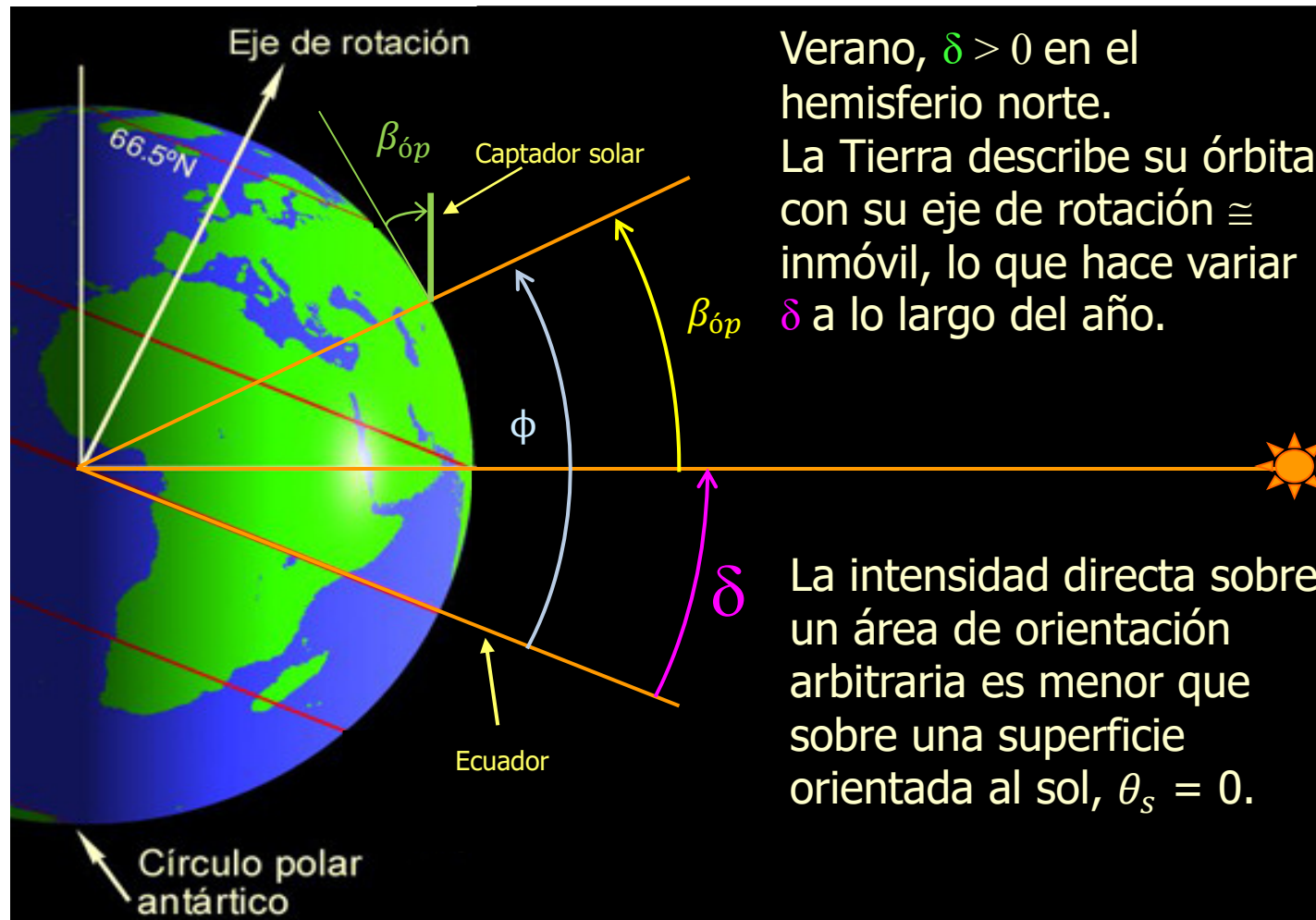


Figura 7.6.
Esquema al mediodía solar, $\omega = 0$.

[Elaborado por el autor]

Al variar δ lentamente a lo largo del año, para orientar al sol en el plano meridiano, β_{op} habría de variar lentamente también para maximizar captación. Sin embargo, para orientar fuera del mediodía: α y β tienen que variar a lo largo del día; a) α casi 180° de Este a Oeste, véase la Fig. 7.5; b) β_{op} desde 90° en el orto (amanecer) y en el ocaso, pasando por su valor a mediodía óptimo $\beta_{óp,\omega=0} = \phi - \delta\langle n \rangle$

7.5.- Geometría y radiación solar.

La **hora oficial** se ha convenido tomarla constante en determinadas franjas de **longitud** geográfica referidas a un meridiano θ_{ref} , para ver θ_{ref} aquí: [husos horarios](#), (el de [Greenwich](#) en España $\theta_{ref} \equiv 0$) pero al variar la **longitud**, θ cambia la orientación del sol de forma continua. Para determinar la **hora solar o tiempo solar verdadero**:

$$tsv = \text{hora solar verdadera} = \underbrace{\text{hora oficial}}_{to} + \underbrace{\frac{240 \text{ s} \times ^\circ^{-1}}{\frac{24 \text{ h}}{360^\circ} = \frac{1 \text{ h}}{15^\circ}}}_{\substack{0 < \theta < 360^\circ \\ \text{hacia el Este} \\ \text{ó } < 0 \text{ hacia el Oeste}}} \times (\theta - \theta_{ref}) + \underbrace{E}_{|E| < 15 \text{ min}} - A < 24 \text{ h}$$

(7.7)

E es la [ecuación del tiempo](#), que corrige por movimiento aparente no constante del Sol, aproximadamente:

$$E = 13,752 \text{ s} [0,075 + 1,868 \cos(B) - 32,077 \sin(B) - 14,615 \cos(2B) - 40,89 \sin(2B)] ; B = (n - 1) \frac{360^\circ}{365}$$

En España [se adelanta oficialmente](#) $A = 1$ hora de reloj en invierno (**fin mes 10**) y 2 en verano (**fin mes 3**).

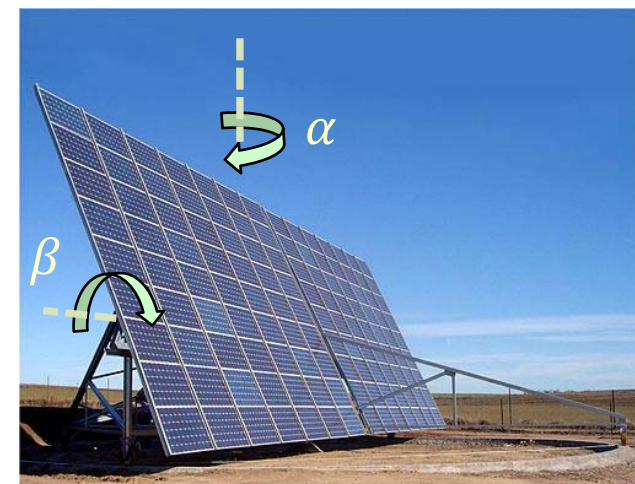
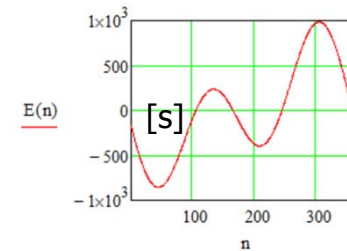
El **ángulo de incidencia** sobre la superficie de apertura A_a , con respecto a su normal $\vec{n}_{A_a}$ resulta ser:

$$\cos \theta_s = \sin \delta (\sin \phi \cos \beta - \cos \phi \sin \beta \cos \alpha) + \cos \delta [\cos \phi \cos \beta \cos \omega + \sin \beta (\sin \phi \cos \alpha \cos \omega + \sin \alpha \sin \omega)]$$

Si es < 0 ó $> 90^\circ$ incide por detrás $\Rightarrow G_b = 0$ porque los colectores solo tienen una cara (7.9)

La incidencia es combinación de las incidencias en elevación y acimut. Los sistemas de captación de orientación fija solo pueden exponer óptimamente el área de apertura $\theta_s = 0$ en determinadas ocasiones, p. e. al mediodía si $\beta = |\phi - \delta|$ y $\alpha = 0$. Los [seguidores solares](#) la orientan, u orientan y/o desplazan espejos o lentes, para disminuir θ_s . Incluso llegan a anularlo de forma continua, con mayor o menor precisión. Modifican α y/o β .

Seguidor solar de dos ejes (acimut α y elevación $90^\circ - \beta$). Fuente: Dominio público, http://es.wikipedia.org/wiki/Seguidor_solar



7.5.- Geometría y radiación solar.

La **irradiancia extraterrestre** (G_o) del sol varía ligeramente por la elipticidad de la trayectoria de la

Tierra: $G_{o,n} = G_{sc} \left[1 + 0,033 \cos \left(\frac{360^\circ (n-3)}{365} \right) \right]$ Sobre una superficie normal a la dirección de propagación (n).
 $\swarrow$
 1.367 W/m^2 ϵ_o

La intensidad o irradiancia que llega a la superficie (sin subíndice) se ve reducida por la interacción con la atmósfera, especialmente justo después del **orto** y junto antes del **ocaso** por tener que atravesar mas longitud de los rayos en la atmósfera (L) y por la interacción con el suelo. Su predicción resulta imposible por la variabilidad meteorológica, pero hay modelos de aproximación, véase más adelante, Pág. 15 y 19.

Las mediciones de irradiancia solar se efectúan generalmente sobre la superficie horizontal, pues no se conoce el propósito del usuario, proporcionando la componente total G por medio de **piranómetros**, y la difusa G_d (en realidad $G_{d,s}$) en el mejor de los casos. Otra posibilidad es la medición por satélite, analizando imágenes de la superficie iluminada, cubriendo amplias zonas por fotografía, pero con mayor error.

Los captadores no necesariamente son horizontales, por lo que es necesario transformar la irradiancia sobre el plano horizontal a la **irradiancia normal a un plano inclinado (tilted)** T . Para ello se necesita incluir cuanto "ve" el captador con **factores de forma** y un **modelo de cielo**. El más simple considera radiación difusa isotrópica y suelo horizontal, **ver**:

$$G_T = G_b R_b + G_d \left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + \underbrace{\left(\frac{G_b + G_d}{G} \right)}_{G_{d,g}} \rho_g \left(\frac{1 - \cos \beta}{2} \right) \quad (7.10)$$

Factor de forma difusa del cielo, véase Cap. 8

Factor de forma reflejada por suelo, véase Cap. 8

- ρ_g es la reflectividad del suelo, $\approx 0,2$ normal y $\approx 0,7$ para nieve fresca.
- G_d es la difusa del cielo, obviándose s .
- Válido para una sola cara activa

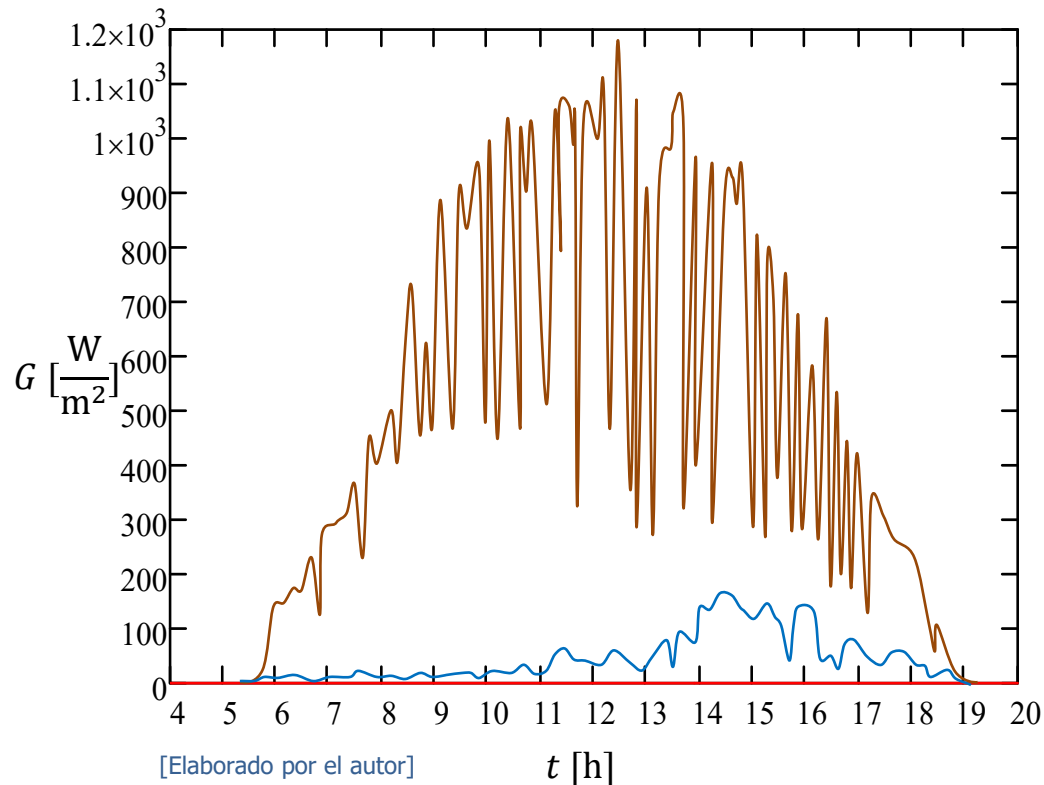
La relación entre directa sobre el plano inclinado T y sobre el plano horizontal, donde n indica normal al sol, es, anulable si es < 0 pues es irradiancia sobre la cara trasera. Esto se indica con $()^+$:

$$R_b = \frac{G_{b,T}}{G_b} = \underbrace{\left(\frac{G_{b,n}}{G_{b,n}} \right)}_{=1} \left(\frac{\cos \theta_s}{\cos \theta_{zs}} \right)^+ \quad (7.10bis)$$

Esta ecuación es coherente con el hecho de que las mediciones habituales y las correlaciones disponibles son generalmente de la **irradiancia** o de la irradiación sobre el plano horizontal.

7.5.- Geometría y radiación solar.

Figura 7.8.- Radiación solar total sobre el plano horizontal en dos días reales



Se observa:

Día soleado con intervalos nubosos:

- Una envolvente próxima a la de día despejado, especialmente al amanecer y atardecer.
- Picos que corresponden a irradiancias G incluso cercanas a la extraterrestre ($> 1.367 \text{ W/m}^2$) por tenerse un periodo soleado con nubes próximas que reflejan hacia la superficie, sumándose a la directa y no es difusa sino circunsolar.
- Caídas y subidas rápidas e intensas por paso de nubes espesas y aisladas. Para evitarlo en modelos se integra en un tiempo $\Delta t =$ 1 hora, 1 día, 1 mes o 1 año;
 $I, \text{ ó } H, \text{ ó } \bar{H}, \text{ ó } H_y = \int_t^{t+\Delta t} G dt:$

• Día muy cubierto:

- Hay mucha menos irradiancia por ser un día cubierto, especialmente por la mañana.

Ejercicio 7.3: Superponer en este gráfico la irradiancia de un día despejado en ese lugar. Para ello calcular ω_o y su correspondencia en hora oficial y calcular G , así como sus proporciones de directa y difusa para un día despejado, p. e. según [Hottel](#), a lo largo del día; o al menos al mediodía solar.

7.5.- Geometría y radiación solar.

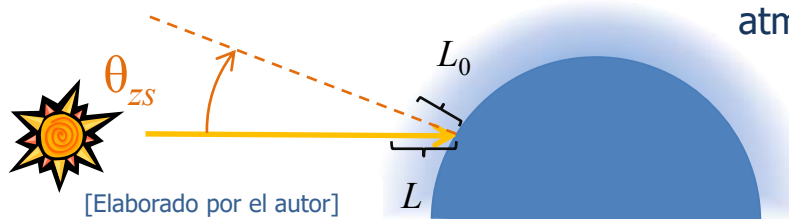
Irradiación solar total sobre el plano horizontal

Para tener en cuenta la pérdida desde el espacio exterior (G_o) hasta la superficie se define el índice de claridad, genéricamente k_T , que puede ser instantáneo. La k_T **no** es de "Tilted". Para reducir oscilaciones se efectúa sobre la **irradiación** o **insolación** $I = \int_t^{t+\Delta t} G dt$. Se denota como I para una hora u otro periodo; pero convencionalmente H para un día, $\bar{H}$ para un mes y H_y anual (year); **sobre el plano horizontal**, por ser la medición mas frecuente con piranómetro.

$$\text{Genéricamente: } k_T = \frac{G}{G_o}; k_T = \frac{I}{I_o}; \text{ En particular: } K_T = \frac{H}{H_o}; \bar{K}_T = \frac{\bar{H}}{\bar{H}_o}; K_{T,y} = \frac{H_y}{H_{o,y}} \quad I_o = G_{o,n} \int_t^{t+\Delta t} \cos \theta_{zs} dt \quad (7.11)$$

El **índice de claridad** k_T **es una media estadística experimental**. Indica la calidad solar del lugar. Está relacionado:

1. Con la masa de aire AM (absorción del aire) por ser mayor el recorrido en la atmósfera comparado con el mínimo, que corresponde a sol en su culminación ($\theta_{zs} = 0$); lo cual es puramente **astronómico**, variando a lo largo del día y del año. La figura ilustra este concepto en el caso particular de un plano meridiano, $\omega = 0$.
2. Con la naturaleza y densidad de las nubes, así como del polvo, lo cual es **meteorológico**.



Considerando la atmósfera plana:

$$AM = \frac{L}{L_0} \cong \frac{1}{\cos \theta_{zs}}$$

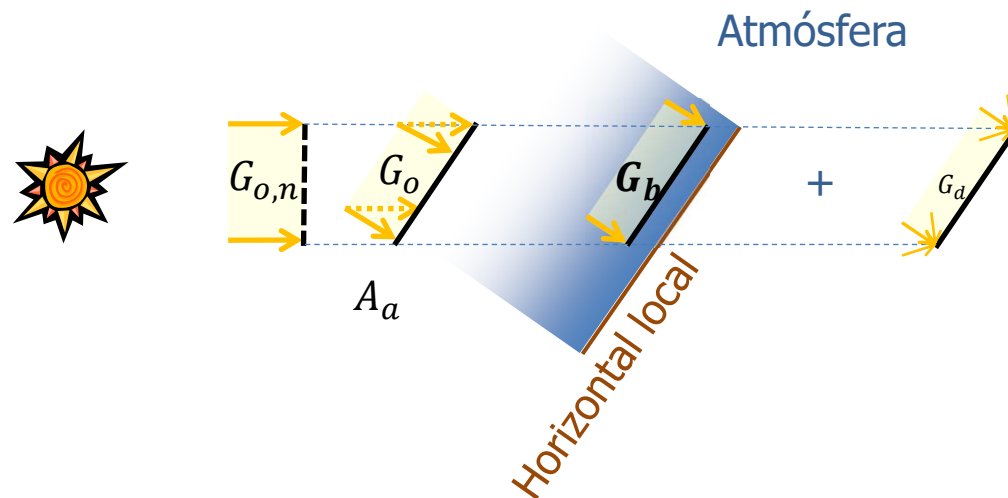
Pero cuando $\theta_{zs} = 90^\circ$ $AM \neq \infty$ por ser la atmósfera esférica.

Considerando la atmósfera esférica [7]:

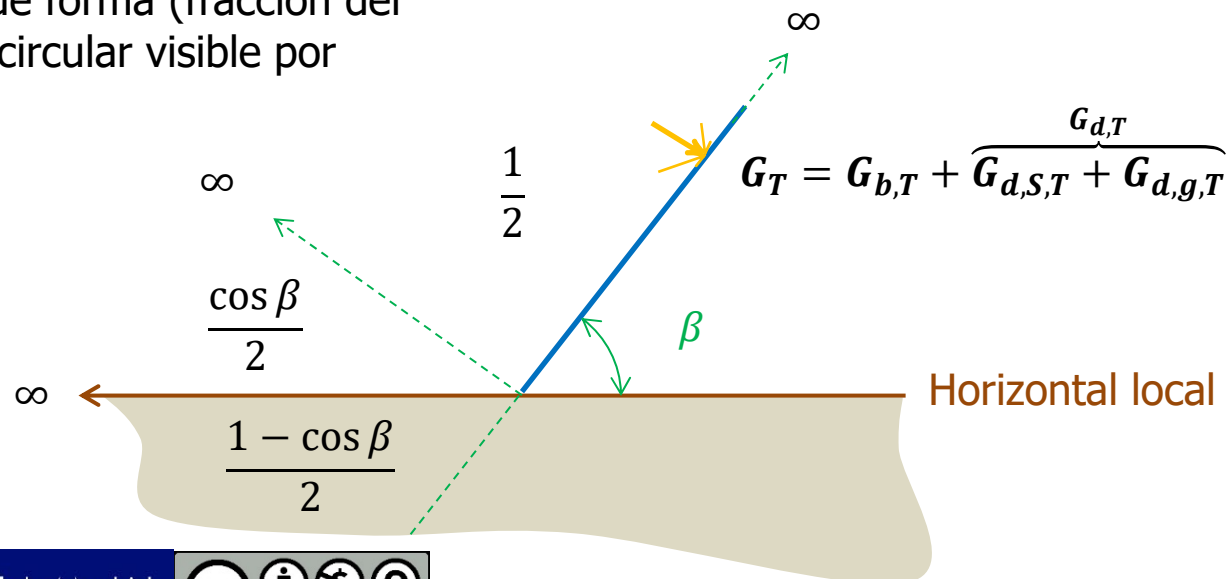
$$AM = \frac{L}{L_0} \cong \frac{1}{\cos \theta_{zs} + 0,50572 \left(\frac{96,08 - \theta_{zs}}{0} \right)^{-1,6364}}$$

7.5.- Geometría y radiación solar.

Irradiación solar total sobre el plano horizontal



Factores de forma (fracción del arco semicircular visible por una cara)



7.6.- Correlaciones para la producción.

Una aplicación del concepto de AM es el modelo de [Hottel](#), Ec. (7.12). Considera que la irradiancia se extingue exponencialmente con AM de acuerdo a la [Ley de Beer-Lambert](#). Al efecto, lo siguiente:

Si no se dispone de G_b y de G_d procedentes de mediciones, se puede recurrir a estimaciones; que son instantáneas; o medias horarias, diarias, mensuales y anuales, en este caso I . Las instantáneas típicamente solo son para días despejados, dada la fuerte variabilidad instantánea por el paso de nubes, [ejemplo](#).

Correlación de Hottel

Una correlación simple, **válida para días despejados** está basada en transmitancias atmosférica τ de la directa y de la difusa, válida para visibilidad de 23 km, alturas $z < 2,5$ km y en este caso es para instantánea ([1] Duffie & Beckman). Obsérvese que predice $G_d = 0$ en el orto y en el ocaso, lo cual no es exacto:

$$G_b = G_{o,n} \cos \theta_{zs} \tau_b ; \tau_b = a_0 + a_1 \exp\left(\frac{-k}{\cos \theta_{zs}}\right) \quad \left\{ \begin{array}{l} a_0 = r_0 \left[0,4237 - 0,008216 \left(6,0 - \frac{z}{\text{km}} \right)^2 \right] \\ a_1 = r_1 \left[0,5055 + 0,00595 \left(6,5 - \frac{z}{\text{km}} \right)^2 \right] \\ k = r_k \left[0,271 + 0,01858 \left(2,5 - \frac{z}{\text{km}} \right)^2 \right] \end{array} \right. \quad (7.12)$$

$$G_d = \underbrace{G_{o,n} \cos \theta_{zs}}_{G_o} \tau_d ; \tau_d = 0,271 - 0,294 \tau_b$$

Tipo de clima	r_0	r_1	r_k
Tropical	0,95	0,98	1,02
Verano lat. media	0,97	0,99	1,02
Verano subártico	0,99	0,99	1,01
Invierno lat. media	1,03	1,01	1,00

Ejemplo: Madrid solsticio invierno, $z = 0,655$ km: $r_k = 1,0 \rightarrow k = 0,305$; $a_0 = 0,405$; $a_1 = 0,546$; mediodía solar y $n = 355$: $\theta_{zs} = 40^\circ + 23,45^\circ = 63,45^\circ \rightarrow \tau_b = 0,681$; $\tau_d = 0,071 \rightarrow G_{o,n} = 1.411 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$; $G_b = 429 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$; $G_d = 45 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \rightarrow G = 474 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$; en 1 hora $I \cong 474 \frac{\text{W h}}{\text{m}^2} \rightarrow$ para ese día y hora solamente, $k_T = \frac{474}{1.411 \cos(63.45^\circ)} = 0,75$

- Si se dispone solamente de datos mensuales, existen técnicas estadísticas para generar series temporales horarias para días arbitrarios, p. e. [6].

La radiación incidente puede ser bloqueada de forma lejana (montañas, etc.) o de forma cercana (árboles, edificios, etc.), generando sombras. Por ello un perfil del horizonte visto desde el punto de interés es necesario para poder calcular la producción solar en un sitio determinado. P. e. [PVGIS](#).

7.6.- Correlaciones para la producción (cont.).

Fecha: Apellidos, nombre:

Grupo:

Ejercicio 7.4: Estimar la potencia calorífica de un colector solar de 2 m² de apertura y con eficiencia de conversión de radiación solar total a calor del 50 % que está inclinado 40 ° con respecto a la horizontal y mirando al sur, tomando como representativo el 15 de septiembre, en un día despejado en Leganés, Madrid a las 12:00. Para ello se sugiere rellenar el siguiente impreso: (No olvide consignar cálculos que quepan)

$\beta =$ $\alpha =$ $\phi =$ $\theta =$ $A_a =$ $n =$

$\theta_{ref} =$ $B =$ $z =$ $\delta =$

$E =$

$tsv =$

$\omega =$

$\theta_s =$

$\theta_{zs} =$

$R_b =$

$G_{o,n} =$

$a_0 =$

$a_1 =$

$k =$

$\tau_b =$

$\tau_d =$

$\rho_g =$

$G_b =$

$G_d =$

$G =$

$G_T =$

$\dot{Q} =$

7.6.- Correlaciones para la producción (cont.).

Ejercicio 7.4: Estimar la potencia térmica de un colector solar de 2 m² de apertura y con eficiencia de conversión de radiación solar total a calor del 50 % que está inclinado 40 ° con respecto a la horizontal y mirando al sur, tomando como representativo el 14 de julio a las 12:00, en un día despejado en Leganés, Madrid. Para ello se sugiere rellenar el siguiente impreso: (No olvide consignar cálculos en el lugar reservado)

$$\begin{aligned}
 \beta &= 40^\circ = 0,7 & \alpha &= 0^\circ & \phi &= 40,33^\circ = 0,704 & \theta &= -3,77^\circ & A_a &= 2\text{m}^2 & n &= 3 \times 31 + 28 + 2 \times 30 + 15 = 196 \\
 \theta_{ref} &= 0^\circ & B &= (n-1) \frac{360}{365} = 192,3^\circ = 1,68 \text{ rad} & z &= 0,665 \text{ km} & \delta &= 23,45^\circ \sin \left(360^\circ \frac{284+n}{365} \right) = 21,5^\circ = 0,375 \\
 E &= 13,752 \text{ s} [0,075 + 1,868 \cos(B) - 32,077 \sin(B) - 14,615 \cos(2B) - 40,89 \sin(2B)] = -347 \text{ s} \\
 t_{sv} &= t_o + 240 \frac{\text{s}}{\circ} \underbrace{\left(\theta - \theta_{ref} \right)}_{>0 \text{ hacia el este}} + E - A = 12 \text{ h} + 240 \frac{\text{s}}{\circ} (-3,777^\circ - 0^\circ) - 347 \text{ s} - 2 \text{ h} = 9,652 \text{ h} & \omega &= 360^\circ \frac{t_{sv} - 12}{24} = -35,2^\circ = -0,615 \\
 \theta_s &= \arccos \left\{ \sin \delta (\sin \phi \cos \beta - \cos \phi \sin \beta \cos \alpha) + \cos \delta \left[\cos \phi \cos \beta \cos \omega + \sin \beta (\sin \phi \cos \alpha \cos \omega + \sin \alpha \sin \omega) \right] \right\} = 40,4^\circ = 0,704 \\
 \theta_{zs} &= \theta_s \big|_{\beta=0} = \arccos (\sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos \omega) = 35,22^\circ = 0,615 & R_b &= \frac{\cos \theta_s}{\cos \theta_{zs}} = 0,934 \\
 G_{o,n} &= 1,367 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \left[1 + 0,033 \cos \left(\frac{360^\circ \times 196}{365} \right) \right] = 1,323 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} & a_0 &= r_0 \left[0,4237 - 0,008216 \left(6,0 - \frac{A}{\text{km}} \right)^2 \right] = 0,1842 \\
 a_1 &= 0,99 \left[0,5055 + 0,00595 \left(6,5 - \frac{A}{\text{km}} \right)^2 \right] = 0,70 & k &= 1,02 \left[0,271 + 0,01858 \left(2,5 - \frac{A}{\text{km}} \right)^2 \right] = 0,34 & \tau_b &= a_0 + a_1 \exp \left(\frac{-k}{\cos \theta_{zs}} \right) = 0,646 \\
 \tau_d &= 0,271 - 0,294 \tau_b = 0,0811 & \rho_g &= 0,2 & G_b &= G_{o,n} \cos \theta_{zs} \tau_b = 698 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} & G_d &= G_{o,n} \cos \theta_{zs} \tau_d = 87,7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \\
 G &= G_b + G_d = 786 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} & G_T &= G_{o,n} \cos \theta_s \tau_b + G_d \underbrace{\left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right)}_{0,883} + G \rho_g \underbrace{\left(\frac{1 - \cos \beta}{2} \right)}_{0,117} = 749 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} & \dot{Q} &= G_T A_c \eta = \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \times 2 \text{ m}^2 \times 0,5 = 749 \text{ W}
 \end{aligned}$$

7.6.- Correlaciones para la producción (cont.).

Ejercicio 7.4: Estimar la potencia térmica de un colector solar de 2 m² de apertura y con eficiencia de conversión de radiación solar total a calor del 50 % que está inclinado 40 ° con respecto a la horizontal y mirando al sur, tomando como representativo el 15 septiembre a las 12:00, en un día despejado en Leganés, Madrid. Para ello se sugiere rellenar el siguiente impreso: (No olvide consignar cálculos en el lugar reservado)

$$\begin{aligned}
 \beta &= 40^\circ = 0,7 & \alpha &= 0^\circ & \phi &= 40,33^\circ = 0,704 & \theta &= -3,77^\circ & A_a &= 2\text{m}^2 & n &= 4 \times 31 + 28 + 3 \times 30 + 16 = 258 \\
 \theta_{ref} &= 0^\circ & B &= (n - 1) \frac{360}{365} = 253,5^\circ = 2,21 \text{ rad} & z &= 0,665 \text{ km} & \delta &= 23,45^\circ \sin \left(360^\circ \frac{284 + n}{365} \right) = 2,22^\circ = 0,0193 \\
 E &= 13,752 \text{ s} [0,075 + 1,868 \cos(B) - 32,077 \sin(B) - 14,615 \cos(2B) - 40,89 \sin(2B)] = 279 \text{ s} \\
 t_{sv} &= t_o + 240 \frac{\text{s}}{\circ} \underbrace{\left(\theta - \theta_{ref} \right)}_{>0 \text{ hacia el este}} + E - A = 12 \text{ h} + 240 \frac{\text{s}}{\circ} (-3,77^\circ - 0^\circ) + 356,4 \text{ s} - 2 \text{ h} = 9,83 \text{ h} & \omega &= 360^\circ \frac{t_{sv} - 12}{24} = -32,6^\circ = -0,564 \\
 \theta_s &= \arccos \left\{ \sin \delta (\sin \phi \cos \beta - \cos \phi \sin \beta \cos \alpha) + \cos \delta [\cos \phi \cos \beta \cos \omega + \sin \beta (\sin \phi \cos \alpha \cos \omega + \sin \alpha \sin \omega)] \right\} = 32,7^\circ = 0,564 \\
 \theta_{zs} &= \theta_s \Big|_{\beta=0} = \arccos (\sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos \omega) = 48,2^\circ = 0,838 & R_b &= \frac{\cos \theta_s}{\cos \theta_{zs}} = 1,263 \\
 G_{o,n} &= 1,367 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \left[1 + 0,033 \cos \left(\frac{360^\circ \times 258}{365} \right) \right] = 1,355 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} & a_0 &= r_0 \left[0,4237 - 0,008216 \left(6,0 - \frac{A}{\text{km}} \right)^2 \right] = 0,1842 \\
 a_1 &= 0,99 \left[0,5055 + 0,00595 \left(6,5 - \frac{A}{\text{km}} \right)^2 \right] = 0,70 & k &= 1,02 \left[0,271 + 0,01858 \left(2,5 - \frac{A}{\text{km}} \right)^2 \right] = 0,34 & \tau_b &= a_0 + a_1 \exp \left(\frac{-k}{\cos \theta_{zs}} \right) = 0,604 \\
 \tau_d &= 0,271 - 0,294 \tau_b = 0,0931 & \rho_g &= 0,2 & G_b &= G_{o,n} \cos \theta_{zs} \tau_b = 547 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} & G_d &= G_{o,n} \cos \theta_{zs} \tau_d = 84,2 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \\
 G &= G_b + G_d = 631 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} & G_T &= G_{o,n} \cos \theta_s \tau_b + G_d \underbrace{\left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right)}_{0,883} + G \rho_g \underbrace{\left(\frac{1 - \cos \beta}{2} \right)}_{0,117} = 771 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} & \dot{Q} &= G_T A_c \eta = \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \times 2 \text{ m}^2 \times 0,5 = 771 \text{ W}
 \end{aligned}$$

7.6.- Correlaciones para la producción (cont.).

Correlaciones para la fracción difusa de la total, medida o estimada.

Mayormente usadas para transformar la insolación (irradiación) medida sobre un plano horizontal a la superficie inclinada y poder usar la Ec. 7.10. El índice de claridad k_T se dará directamente o se habrá calculado con la Ec. 7.11 usando mediciones meteorológicas locales de I , H ó $\bar{H}$, según el caso. Al aumentar el índice de claridad, disminuye la proporción de difusa.

Horaria: p. e. la de Erbs et al. (1982) en [1].

Errores horarios del +/- 50% o más, ver →

$$\frac{I_d}{I} = \begin{cases} 1,0 - 0,09k_T & k_T \leq 0,02 \\ 0,9511 - 0,1604k_T + 4,388k_T^2 - 16,638k_T^3 + 12,336k_T^4 & 0,022 < k_T \leq 0,80 \\ 0,165 & k_T > 0,8 \end{cases}$$

Diaria: La correlación primera fue de Liu & Jordan (1960) [1] pero ha sido mejorada posteriormente. Un estudio reciente [5] sobre datos de la zona mediterránea proporciona →

$$\frac{H_d}{H} = \begin{cases} 0,952 & K_T \leq 0,13 \\ 0,868 + 1,335K_T - 5,782K_T^2 + 3,721K_T^3 & 0,13 < K_T \leq 0,8 \\ 0,141 & K_T > 0,8 \end{cases}$$

Mensual: Suelen incluir una dependencia de la época del año a través de ω_o . La correlación de Collares-Pereira & Rabl (1979) [1] es recomendable; con ω_o en grados:

$$\frac{\bar{H}_d}{\bar{H}} = 0,775 + 0,00606(|\omega_o| - 90^\circ) - [0,505 + 0,00455(|\omega_o| - 90^\circ)] \cos(115^\circ \bar{K}_T - 103^\circ)$$

- ☞ Obsérvese que la proporción de difusa globalmente decrece al aumentar el índice de claridad, así en un periodo muy claro, $k_T = 0,8$; con $I = 1.000 \frac{W}{m^2}$ sería $I_d = 165 \frac{W}{m^2}$ e $I_b = 835 \frac{W}{m^2}$. La proporción de difusa es mayor que la instantánea para un día claro, por efecto de periodos que no lo son.

Es posible obtener secuencias temporales horarias de las diarias y diarias de las mensuales y mensuales de las anuales haciendo uso de distribuciones estadísticas.

La irradiancia o la irradiación (integral en el tiempo) directa normal en la superficie terrestre $G_{b,n}$ se la denomina en inglés DNI (Direct Normal Irradiation).

7.6.- Correlaciones para la producción (cont.).

Ejercicio 7.5: La página web [PVGIS](#) muestra para Madrid la siguiente información mensual basada en mediciones. Se pide comparar el dato de la fracción de difusa con el uso de la correlación de Collares-Pereira & Rabl [1].

Mes	$\bar{H}$ Wh/(m ² día)	$\bar{H}_d/\bar{H}$	$\bar{H}_o$ Wh/(m ² día)	$\bar{K}_T$	Ocaso: ω_o °	$\bar{H}_d/\bar{H}$
Ene	2.000	0,50	4.091	0,489	70,7	0,428
Feb	2.730	0,49	5.548	0,492	78,3	0,426
Mar	4.480	0,39	7.642	0,586	88,3	0,364
Abr	5.170	0,45	9.677	0,534	98,6	0,398
May	6.580	0,41	11.080	0,594	107,3	0,361
Jun	7.240	0,36	11.630	0,622	111,6	0,345
Jul	7.320	0,33	11.290	0,648	109,3	0,332
Ago	6.410	0,35	10.100	0,635	101,6	0,338
Sep	4.970	0,37	8.220	0,605	91,5	0,354
Oct	3.360	0,44	6.100	0,551	81,2	0,386
Nov	2.150	0,50	4.415	0,487	72,6	0,43
Dic	1.640	0,56	3694	0,444	68,4	0,462
Año	4.510	0,40	7.790	--	--	0,385

Hipótesis:

- Se toma el día 15 de cada mes como representativo, $G_{o,n}$ en W/m² y por día, resultando:

$$\bar{H}_o = G_{o,n} \underbrace{\frac{180^\circ}{\pi}}_{\substack{\text{Grados} \\ \text{a rad.}}} \frac{[^\circ/\text{día}]}{15^\circ/\text{h}} \underbrace{\int_{-\omega_o[\text{rad}]}^{\omega_o[\text{rad}]} \cos \theta_{zs} d\omega}_{2 \sin \omega_o \langle n \rangle}$$

Comentarios:

- La correlación predice menos componente de difusa que la base de datos en invierno (especialmente enero y febrero) y en verano aproximadamente igual. Media anual ligeramente menor.

7.6.- Correlaciones para la producción (cont.).

Ejercicio 7.6: A la vista de los resultados obtenidos comente cuanto incremento en eficiencia de conversión a energía útil es necesario tener en los sistemas que concentren la radiación solar ópticamente, para poder competir en términos de eficiencia con los que no la concentran. Tenga en cuenta que los sistemas de concentración no pueden concentrar la componente difusa al provenir ésta de todas direcciones, en primera aproximación.

Solución: Puede verse que anualmente y en Madrid la media de la fracción de difusa es de aproximadamente el 40%, luego esto sugiere que los sistemas de concentración habrían de tener una eficiencia un 40% superior que los que no lo son, para poder competir en términos energéticos. Habría tenerse en cuenta que la óptica de concentración acarrea unas pérdidas ópticas de la que los sistemas de no concentración carecen. La eficiencia óptica η_o de la concentración ronda el 70% en los sistemas refractivos, como las [lentes Fresnel](#), llegando al 80% en los sistemas reflectivos más eficientes, no mejor a causa de su ensuciamiento. Por ello se estima que ha de disponerse de una ventaja en torno al 50% para competir. El necesario seguimiento del sol logra reducir el ángulo de incidencia. Esto se logra especialmente en los de canal parabólico, lo que permite acercarse a esta cifra.

Otra consideración a tener en cuenta es que para alcanzar las temperaturas elevadas necesarias para una eficiente conversión de energía térmica a trabajo es necesario concentrar, para así reducir el área de pérdidas térmicas. Luego, la concentración óptica es necesaria. También puede justificarse la elevada eficiencia y precio de células fotovoltaicas [multi-unión](#).

Finalmente, los resultados indican la conveniencia de elegir regiones donde la fracción de difusa sea menor que en Madrid; por ejemplo, situados algo más cerca de los trópicos, en lugares elevados y con baja nubosidad. En definitiva, lugares desérticos.

7.7.- Bibliografía

- [1] Duffie J. A., Beckman W. A. Solar Engineering Thermal Processes. 3rd Ed. John Wiley, 2006.
- [2] Cañada J. Manual De Energía Solar Térmica: Diseño y Calculo de Instalaciones. Ed. Universidad Politécnica de Valencia. Servicio de publicaciones, 2008, ISBN 9788483633373.
- [3] Madrid A. Curso de Energía Solar (Fotovoltaica, Térmica Y Termoeléctrica). Ed. Antonio Madrid Vicente, 2009, ISBN 9788496709041.
- [4] Censolar. La Energía Solar. Aplicaciones Prácticas. Ed. Progensa, 2^a edición, 1996.
- [5] Egido M, Lorenzo E, Sol. Energy Mater. Sol. Cells 26, 51–69 (1992).
- [6] R. J. Aguiar, M. Collares-Pereira. TAG : a Time-dependent, Autoregressive, Gaussian Model for Generating Synthetic Hourly Radiation. Solar Energy Vol. 49, No 3, pp 167-174, 1992.
- [7] Kasten F, Young AT. Revised optical air mass tables and approximation formula. Applied Optics [Internet]. 1989 ;28:4735–4738. Available from: <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-28-22-4735>

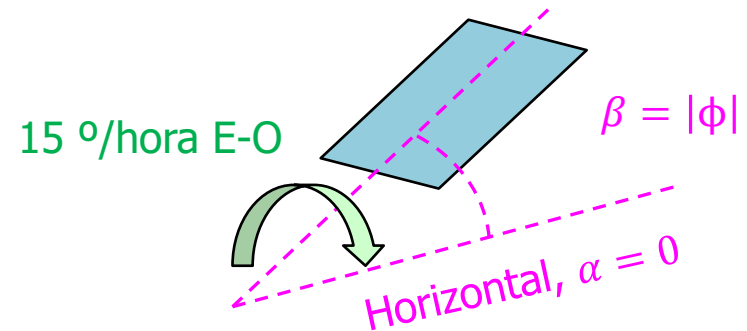
7.8.- Cuestiones de autoevaluación

7.1	La intensidad directa sobre una superficie plana se reduce si su normal no está alineada con el sol	SI
7.2	La intensidad difusa proveniente del cielo sobre una superficie plana depende de su orientación	SI, ver Ec. (7.10)
7.3	La intensidad difusa proveniente del suelo sobre una superficie plana depende de su orientación	SI, ver Ec. (7.10)
7.4	La intensidad solar extraterrestre varía un 33% a lo largo del año	NO
7.5	Hay un único equinoccio a lo largo del año	NO
7.6	En el ecuador es donde mayor irradiancia en media anual se recibe	NO
7.7	La irradiancia se mide con piranómetros . No conviene medir con ellos cerca de edificios para evitar sombras y reflexiones	SI
7.8	La Tierra gira alrededor de su eje dando una vuelta completa en aproximadamente 24 horas. Este eje es perpendicular a la órbita terrestre.	NO
7.9	El meridiano de Greenwich pasa por España, justo sobre él, a las 14:00 h de reloj en el verano el sol se encuentra en el cénit.	SI, salvo <i>E</i>
7.10	Un captador solar plano montado sobre un eje polar (eje paralelo al eje de giro de la Tierra $\beta = \phi$) solo tiene que girar, conteniendo ese eje, para hacer la incidencia de los rayos solares θ_s nula a lo largo de todo el año.	NO, efecto de δ ver.
7.11	Es bien conocido que hay más irradiancia en verano que en invierno (hemisferio norte). Ello justifica que la inclinación fija para maximizar la captación anual de un colector orientado al sur sea ligeramente inferior a la latitud local	SI
7.12	En la irradiancia solar extraterrestre no hay componente difusa	SI
7.13	En los equinoccios el sol sale exactamente por el este y se pone exactamente por el oeste	SI

7.9.- Actividades propuestas.

Actividad 7.1: Considere el montaje de seguimiento de eje polar. Se construye un eje paralelo al [eje de giro de la Tierra](#) para una latitud ϕ , con la intención de que el seguimiento de acimut quede reducido al giro $\cong$ uniforme de la Tierra de $15^\circ/\text{hora}$. Exponga brevemente y soporte con ecuaciones cómo ha de orientarse un panel sobre este eje en elevación para que capte el máximo *maximorum* de energía solar a lo largo del año.

Solución: Para conseguir la captación máxima, la incidencia ha de ser nula, o al menos mínima. Con eje polar (N-S), $\alpha_{\text{eje}} = 0$, $\beta_{\text{eje}} = |\phi|$, se anula la incidencia en acimut dando un giro uniforme del panel alrededor de él con velocidad angular $15^\circ/\text{h}$, de ángulo $2\omega_0$, siguiendo al sol en un día, [Fig. 7.5](#) en la [Pág. 9](#). Una **primera aproximación**, al inclinar el eje la latitud, consiste en instalar el panel con su apertura plana paralela al eje de giro; queda así paralela a la horizontal en el ecuador. La incidencia resulta $\theta_s = |\delta|$. En [\[1\]](#), p. 22 puede encontrarse el caso de eje polar en su primera aproximación.



Pero esta apertura no es la normal al sol, debido a la inclinación del eje de la tierra con respecto a la normal a su órbita (salvo en los equinoccios); falta pues compensar la declinación solar δ , si bien para colectores sin concentración óptica puede ser suficiente. Una **segunda aproximación** es inclinar el panel sobre el eje de giro un ángulo igual y opuesto a la declinación, véase la [Pág. 10](#), $\zeta = -\delta$. δ es lentamente variable, por ser su periodo anual, pudiendo realizarse el ajuste de ζ una vez al día, o cada varios días, incluso manualmente. La ganancia es exigua.

Ha de observarse que al separarse del mediodía, esta segunda aproximación no es exacta, pues el sol sale y se pone con un acimut que no es exactamente δ , pero bastante aproximado. [Ver caso de Madrid](#). Sin embargo, puede ser lo suficientemente buena para colectores sin concentración, o baja. La ganancia cerca del orto y del ocaso suele ser pequeña por la alta extinción de la luz solar y por la alta probabilidad de nubes. Si se corrigiera, ganancia es casi inapreciable.

7.9.- Actividades propuestas.

Actividad 7.2: Los [captadores cilindro-parabólicos](#) con seguidor o de [canal parabólico](#), se suelen disponer con su eje horizontal en dirección norte-sur. Obtenga la ley de orientación de su área de apertura a lo largo del día para maximizar la captación de energía; analice la dependencia del ángulo que forma el eje de giro con la horizontal β_{eje} y determine si hay algún valor de este parámetro que resulte privilegiado. Se sugiere consultar al respecto, p. e. [\[1\]](#).

Solución: En [\[1\]](#), Pág. 21 la inclinación de la apertura sobre la horizontal β , dada por el giro alrededor del eje horizontal N-S, $\beta_{eje} = 0$, resulta de la condición analítica:

$$\tan\beta = \tan\theta_{zs} \left| \cos \left(\overbrace{\left\{ -90^\circ \right\}}^{\alpha} - \psi_s \right) \right|; \text{ para } \begin{cases} \text{mañana, } \psi_s < 0 \\ \text{tarde, } \psi_s > 0 \end{cases}$$

Siguiendo la misma referencia, la incidencia toma como expresión:

$$\cos\theta_s = (\cos^2\theta_{zs} - \cos^2\delta \sin^2\omega)^{1/2}$$

No se encuentran relaciones analíticas para inclinación arbitraria del eje.

Con un eje de giro paralelo al eje de rotación de la tierra, $\beta_{eje} = |\phi|$. En este caso, si el giro alrededor del eje sigue al sol, resulta de velocidad uniforme, véase [Actividad propuesta 7.1](#).

Entonces $\cos\theta_s = \cos\delta \rightarrow \theta_s = |\delta|$, ángulo moderado que resulta válido para captadores planos sin concentración, o CCPs, bien térmicos o fotovoltaicos. Para captadores de concentración es necesario anular este ángulo con un movimiento extra, significando ello dos ejes de seguimiento.

7.9.- Actividades propuestas.

Actividad 7.3: Formule las expresiones teóricas de la emisión térmica de un cuerpo negro (absorbe todo y emite el máximo), como modelo del sol y deduzca la constante solar y la divergencia de los solares. Represente su espectro y estime la temperatura aproximada de un cuerpo negro en el vacío y uniformemente iluminado solo por el sol. Realice observaciones y llegue a formular el intercambio radiativo de un cuerpo real con el ambiente usando una emisividad media a su temperatura.

Solución: La superficie de un [cuerpo negro](#) en equilibrio térmico a la temperatura T emite con un espectro que viene dado por la ecuación de [Planck](#) por unidad de longitud de onda λ , o [irradiancia espectral](#) [W m^{-3}].

$$E(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 (e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1)} \begin{cases} C_1 = 2\pi hc^2 = 3,742 \times 10^{-16} \text{ W m}^2 \\ C_2 = \frac{hc}{k} = 1,4385 \times 10^{-2} \text{ K m} \end{cases}$$

A mayor T se emite más y a menores longitudes de onda. La integral espectral proporciona el **poder emisor** $\int_0^\infty E(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4$ [W m^{-2}], resultando la [constante de Stefan-Boltzmann](#): $\sigma = \frac{2\pi^5 R^4}{15h^3 c^2 N_A^4} = 5,6704 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$.

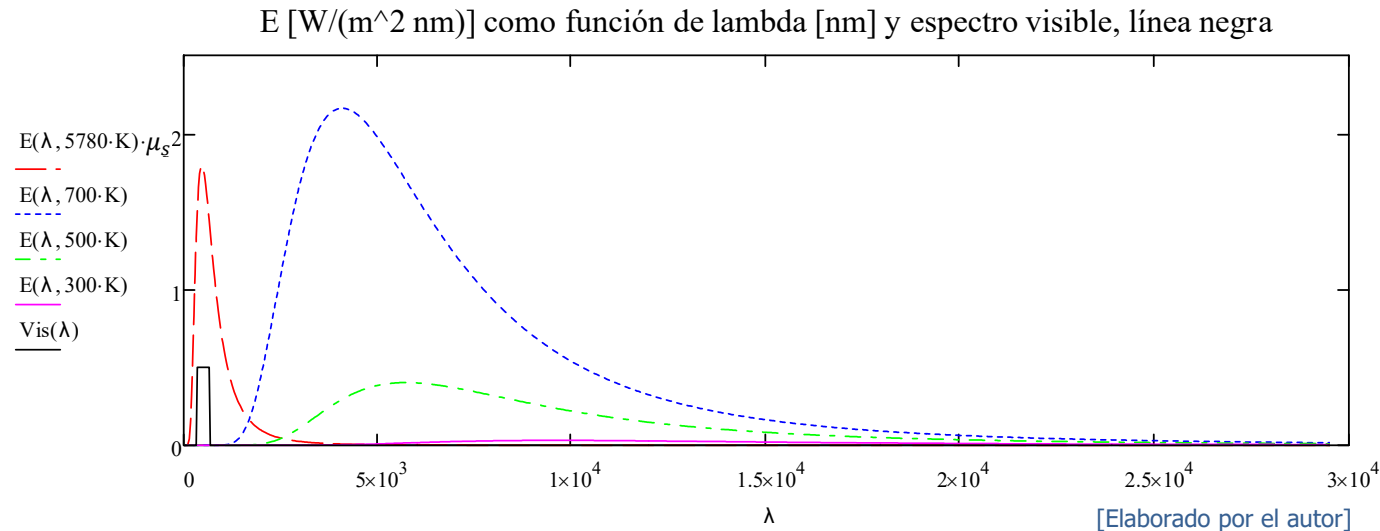
Aproximadamente, esta intensidad es emitida por la [fotosfera](#) solar de diámetro aproximado $D_s = 1,391 \times 10^9 \text{ m}$ y recibida en la Tierra, situada a una distancia media de $r = 1,495 \times 10^{11} \text{ m}$, por lo tanto con una fracción de la intensidad emitida $\mu_s = \left(\frac{D_s}{2r}\right)^2 = 2,166 \times 10^{-5}$. Esto permite estimar la irradiancia extraterrestre, o [constante solar](#), asumiendo un valor de $T_s \cong 5.780 \text{ K}$:

$$G_{sc} = \mu_s \sigma T_s^4 = 2,166 \times 10^{-5} \times 5,6704 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4} (5.780 \text{ K})^4 = 1.371 \text{ W m}^{-2}$$

El disco solar ocupa en el cielo un ángulo total $\varphi_s = \text{atan}\left(\frac{D_s}{r}\right) = 0,53^\circ$.

7.9.- Actividades propuestas.

Actividad 7.3 (cont.): Los espectros de emisión de cuerpos negros a distintas temperaturas, incluida la del sol, en ese caso corregido con μ_s , y $T \approx$ la ambiente en la Tierra, son los siguientes:



Puede observarse:

- La emisión del sol es mayormente en el espectro visible (señalado como VIS) de 390 a 700 nm.
- La emisión de cuerpos negros a temperaturas típicas alcanzables bajo el sol no es visible, por ser mayormente infrarroja (IR).
- El área bajo la curva a 700 K es mayor que la del sol, luego es difícil alcanzar esta temperatura sin concentración óptica, pero pudiera ser algo parecida a la bajo la curva de 500 K = 227 °C.
- Despreciando la irradiancia de los cuerpos hacia el sol, el **equilibrio radiativo** (balance de energía) en el espacio exterior de un cuerpo negro uniformemente soleado (una placa plana adiabática por un lado y orientada al sol) estaría a una temperatura T_{eq} tal que el área bajo su curva fuera igual que bajo la del sol multiplicada por γ_s , luego unos 400 K. Más precisamente $A\sigma T_{eq}^4 = A\mu_s\sigma T_s^4 \rightarrow T_{eq} = T_s\mu_s^{1/4} = 394 \text{ K} = 121 \text{ °C}$.
- Dentro de la atmósfera habría que considerar su efecto sobre los rayos solares (absorción, transmisión, re-radiación) hasta llegar al suelo, la irradiancia de la superficie terrestre g , la convección del aire y posible conducción de calor, además de tenerse que considerar que el cuerpo no fuera negro.

7.9.- Actividades propuestas.

Actividad 7.3 (cont.): Puede observarse (cont.):

- Si se dispusiera de un material que dejase pasar las pequeñas longitudes de onda (UV y VIS) y no dejara pasar la re-radiación del cuerpo, se podría envolver con él lográndose un efecto de diodo térmico, con el resultado de una temperatura de **equilibrio radiativo** mayor. Es una componente del efecto invernadero artificial.

Un material como éste se denomina **selectivo en transmisión** y muchos vidrios lo ofrecen de forma natural. El punto de corte debería estar en unos 200 nm, según la figura anterior. Idealmente ofrecería una transmisividad cercana al 100% en UV y VIS y cercana al 0% en el IR.

Este efecto se refuerza haciendo la envolvente estanca para evitar que el aire calentado (o enfriado) escape. O mejor aún, evacuando el espacio intermedio para evitar la convección interna. Así el vidrio alcanza una temperatura menor que el cuerpo, perdiendo menos calor por convección externa.

- Los cuerpos reales radian con una emisividad a cada longitud de onda $\varepsilon_\lambda \leq 1$. Depende del material, de su acabado superficial y de la temperatura. Los cuerpos teóricos denominados [grises](#) tienen igual $\varepsilon < 1 \forall \lambda$, véase [Fig. 8.3](#).
- La [ley de Kirchhoff](#) indica que a una misma temperatura $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$. Es decir que la emisividad es igual a la absorbancia a la misma longitud de onda.
- Se suelen usar emisividades y absorbancias globales para todo o para una banda del espectro e incluso en esa misma banda $\alpha = \varepsilon$. Para un colector solar se suele usar la absorbancia media al espectro solar $\alpha_s \neq \varepsilon_{IR}$, distinta a la emisividad correspondiente a su espectro de emisión, en el IR lejano (Far Infrared FIR), p. e. [Ejercicio 8.1](#).
- Como todas las superficies radian, el calor neto intercambiado debe considerar que área del espacio ocupa cada una de ellas a través de [factores de forma](#) o de visión, complicándose el cálculo. Un caso particular es cuando un objeto está rodeado completamente por una superficie grande a temperatura homogénea T_a (p. e. el ambiente). En ese caso la emisividad del ambiente no aparece (ver detalles en libros de radiación), quedando el intercambio radiativo (calor neto intercambiado) función exclusiva de la emisividad del cuerpo: $\dot{Q} = \varepsilon A \sigma (T^4 - T_a^4)$.

7.9.- Actividades propuestas.

Actividad 7.3 (cont.): Puede observarse (cont.):

- La radiación recibida del sol corresponde a aproximadamente un cuerpo negro a $T \approx 5.870 \text{ K}$. Para evitar cálculos engorrosos se opta por directamente usar una irradiancia G , despreciándose por diminuta la radiación el cuerpo hacia el sol. Sin embargo, existe un entorno radiativo que es el medio ambiente que rodea el cuerpo dentro de la atmósfera terrestre.

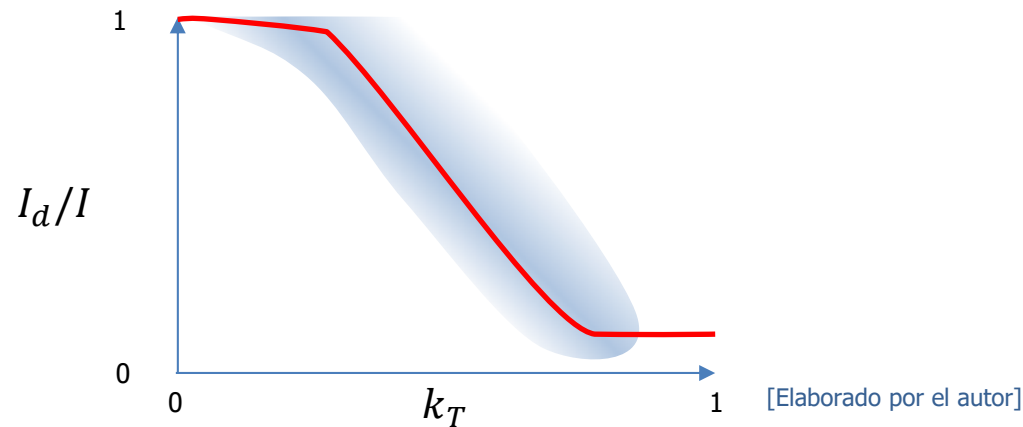
Actividad 7.4: Analizando la siguiente fotografía, correspondiente a una instalación en la zona norte de Madrid, opine sobre si los paneles FV fijos están bien orientados (acimut y elevación) al sol o no. Pista: observe las sombras. Caso de existir deficiencias en la orientación contribuya con las posibles causas de ello.

Solución:

Estamos al sur de la sierra pues al norte de ella Madrid apenas tiene territorio. A la espalda se tiene el Sureste, poco después del orto, pues los rayos son bastante horizontales. Se trata de invierno, al verse la sierra nevada al fondo, por lo tanto, Noroeste. No puede tenerse a la espalda el Noroeste, cerca del ocaso, pues no se vería la sierra al fondo. Luego, los paneles están mirando al suroeste, no tan bien orientados, pero por la forma de la azotea, no tan mal. Están poco inclinados maximizando la producción en verano y minimizando las cargas de viento. Si estuviéramos al norte de la sierra de Guadarrama no se podría ver hacia el noroeste la sierra de Guadarrama.



7.9.- Actividades propuestas.



Probabilidad de la fracción de irradiación difusa **horaria** medida sobre el plano horizontal, y correlación con el índice de claridad **horario**, de [1]. La forma para la diaria y mensual es similar, pero diferente. Es cercana a 1 en días cubiertos e inferior al 20% en días despejados.

Actividad 7.5: Calcule G_d/G con la correlación de Hottel para el equinoccio en el ecuador, a nivel del mar, y a mediodía solar (máximo alcanzable) y de ello calcule k_T instantáneo. Compare con los valores medidos de las figuras de arriba.

Solución: Ec. 7.12.

$n = 80$; $\phi = 0^\circ$; $\omega = 0^\circ$; $z=0$ m. Aplicando estos valores, resulta:

$$G_b = 1.039 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}; G_d = 68 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}; \frac{G_d}{G} = \frac{68}{68+1.039} = 0,061, \text{ menor que los de las figuras, salvo algún dato experimental.}$$

$$k_T = \frac{G}{G_o} = \frac{G}{G_{o,n} \cos(\theta_{zs})} = \frac{1.107}{1.368 \times 1.0} = 0,803, \text{ menor que para las medidas experimentales de la figura izquierda, cuando por reflexión en nubes cercanas al sol puede darse en algún instante valores superiores a lo esperado de } G \cong 1.000 \text{ W/m}^2 \text{ e incluso superiores a } G_{o,n}, \text{ ver un caso.}$$

7.9.- Actividades propuestas. [Volver](#)

Actividad 7.6: Calcule el tiempo solar verdadero y en Leganés el 5 de Julio a las 12 de la mañana.

Solución: La longitud de Leganés es $\theta = -3.7635^\circ$. La fecha corresponde a horario de verano, $A = 2$ h.

$$B = (n - 1) \frac{360^\circ}{365} = (31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 30 + 5 - 1) \frac{360^\circ}{365} = 182,47^\circ \text{ fracción de año de } 360^\circ.$$

$$E = 13,752 \text{ s} [0,075 + 1,868 \cos(B) - 32,077 \sin(B) - 14,615 \cos(2B) - 40,89 \sin(2B)] = -254,25 \text{ s}$$

$$tsv = 12 \text{ h} + \underbrace{240 \text{ s} \times ^\circ^{-1}(-3,7635^\circ - 0^\circ)}_{-15,05 \text{ min}} - 254,25 \text{ s} - 2 \text{ h} = 9,6785 \text{ h} = 09 \text{ h}: 40 \text{ min}: 43 \text{ s}$$

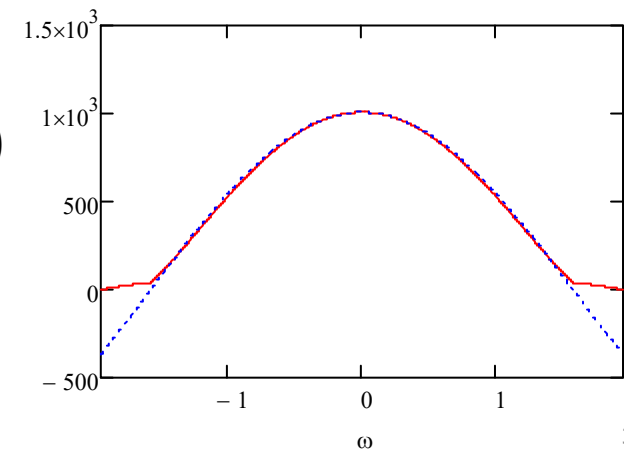
Actividad 7.7: Calcule La irradiancia instantánea sobre un colector fijo, mirando al sur, en Madrid y con inclinación igual a la latitud, en el solsticio de verano y día descubierto.

Solución: $\theta = 40^\circ = \beta$; $\alpha = 0^\circ$; $n = 172$; $z = 665 \text{ m}$; $\delta = \delta_{\max} = 23.45^\circ$; $\rho_g = 0,2$. Recurriendo a la correlación de Hottel, se obtiene para el mediodía solar: $G_{o,n} = 1.323 \text{ W m}^{-2}$; $\theta_{zs} = 16,55^\circ$; $\theta = 23,45^\circ$ $\omega_o = 111,35^\circ$; $G_b = 974 \text{ W m}^{-2}$; $G_d = 57 \text{ W m}^{-2}$; $G = 1.031 \text{ W m}^{-2}$; $G_T = 1.007 \text{ W m}^{-2}$;

El gráfico muestra la evolución entre orto y ocaso, habiéndose anulado $G_{b,T}$ cerca de ambos por resultar negativa, indicando ello que incide por detrás.

También muestra un coseno de amplitud igual a la del mediodía, resultando muy aproximado. Resulta una irradiación sobre el colector de $H = 7,63 \text{ kW h m}^{-2}$ (comparar con la media anual). Si se opta por la inclinación óptima, la ganancia es minúscula.

$$\frac{G_T(n_p, \phi_p, \omega, z_p, \beta_p, \alpha_p)}{1007 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cos(\omega)}$$



7.10.- Tema de ampliación I (*ex cursus*) [Volver](#)

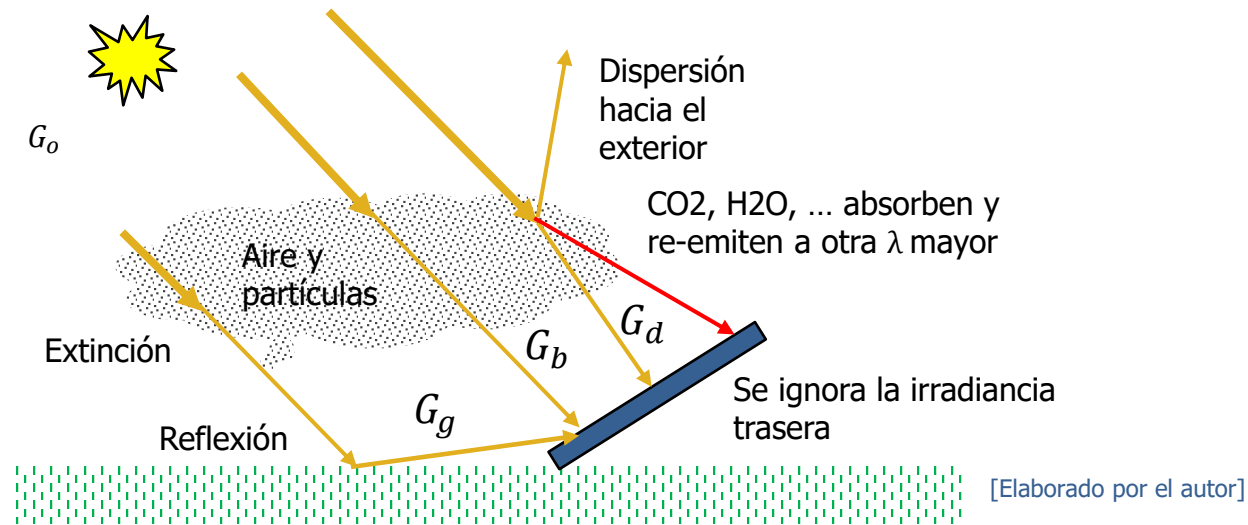
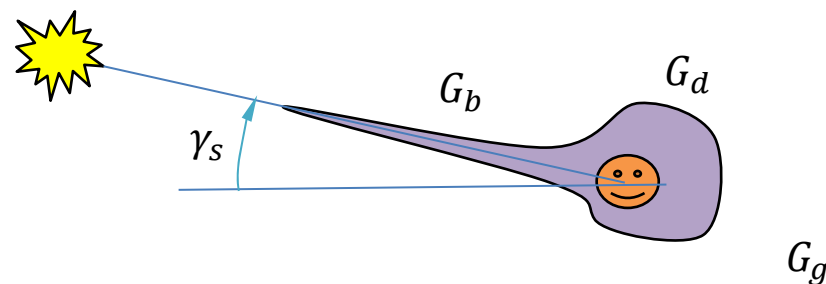


Fig. 7.10.1.- Ilustración del concepto de Air Mass y de separación entre radiación directa y difusa. (a) (Marion et al. 1992). Imágenes de NREL. Best Practices Handbook for the Collection and Use of Solar

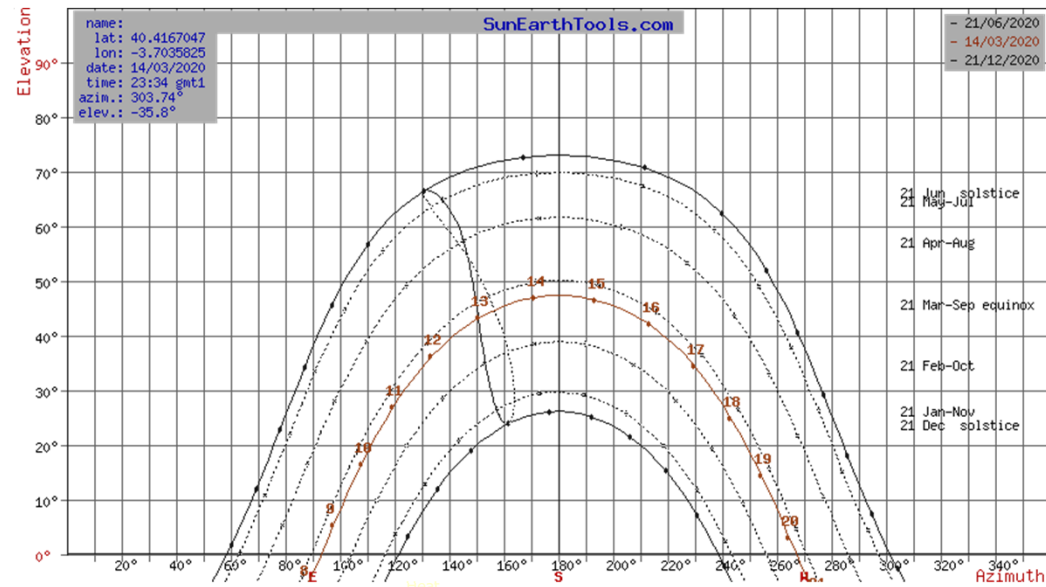
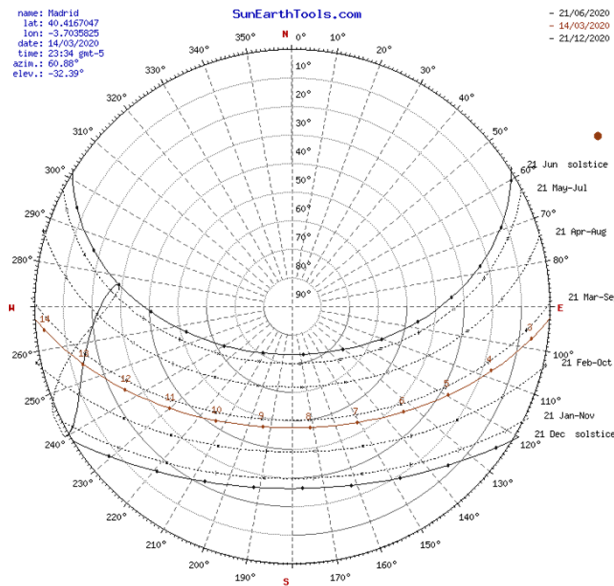
Resource Data for Solar Energy Applications: Second Edition. 2017. Manajit Sengupta, Aron Habte, Christian Gueymard. This report is available at no cost from the National Renewable Energy Laboratory (NREL) at www.nrel.gov/publications. Contract No. DE-AC36-08GO28308.

Resultado genérico de la irradiancia en un instante soleado al variar la elevación de observación γ_s en un plano vertical que pase por el sol y por el observador



7.10.- Tema de ampliación III (*ex cursus*)

Acimut solar ψ_s y trayectoria solar en Madrid (ψ_s, γ_s) a lo largo del año y de la hora solar



Acimut y elevación solar de dos formas diferentes (gráfico polar en planta y gráfico cartesiano en elevación) indicando en amarillo la trayectoria del sol en el día consultado.

Fuente: Sun earth tools, CC BY-SA <https://www.sunearthtools.com/> accedido el 13/03/2020. En esta página web se pueden obtener cartas solares (estereográficas) entrando las coordenadas del sitio.

Actividad propuesta 7.8: ¿Es necesario especificar la longitud geográfica para estos diagramas si se usa el *tsv*? Identifique las declinaciones solares máximas en los solsticios, $\gamma_{s,\omega=0}$ y en ψ_{s,ω_0} .

Respuesta y razonamiento:

7.11.- Nomenclatura

LATINAS

A : Adelanto horario
 a : Parámetro
 A_a : Área de apertura
 AM : Longitud de camino óptico en la atmósfera
 B : Parámetro diario
 C : Constantes
 D : Diámetro
 E : Ecuación del tiempo
 G : Irradiancia
 H : Irradiación
 I : Irradiación
 K_T : Índice de claridad
 k : Turbidez
 k_T : Índice de claridad
 L : Longitud de camino óptico en la atmósfera
 L_0 : Longitud de camino óptico mínimo
 n : Día del año
 $\vec{n}_{A_a}$: Vector normal al área de apertura
 R_b : Relación entre directa inclinada y directa horizontal
 r : Parámetro
 T : Temperatura
 t : Tiempo
 to : Tiempo oficial
 tsv : Tiempo solar verdadero
 z : Altura geográfica

GRIEGAS

α : Ángulo de acimut del colector. Absorbancia.
 β : Ángulo de inclinación del colector hacia el ecuador
 δ : Ángulo de declinación solar
 ε : Perturbación a la constante solar. Emisividad.
 μ : Fracción de la potencia solar captada por la Tierra
 φ : Ángulo de divergencia
 ω : Ángulo horario del sol
 λ : Longitud de onda
 θ : Ángulo de longitud geográfica

θ_s : Ángulo de incidencia sobre el colector
 θ_z : Ángulo cenital
 ϕ : Ángulo de latitud geográfica
 γ_s : Ángulo de altura solar
 ψ_s : Ángulo de acimut solar
 ρ : Reflejancia
 σ : Constante de Maxwell-Boltzmann
 τ : Transmitancia

SUBÍNDICES

b : Directa (beam)
 cs : Constante solar
 d : Difusa
 g : Del suelo
 h : Horario
 n : Normal al sol
 o : Orto (alba) y ocaso
 o : Extraterrestre
 ref : meridiano de referencia para la hora
 s : Celeste (Sky)
 s : Solar
 T : Sobre plano inclinado
 y : Anual (yearly)

ACRÓNIMOS

DNI: Direct Normal Irradiance or irradiation
E: Este
e: equinoccio
FV: Fotovoltaico
hn: Hemisferio norte
hs: Hemisferio sur
IR: Infrarrojo
i: invierno
O: Oeste
S: Sur
s: solsticio
UV: Ultravioleta
VIS: Visible
v: verano