

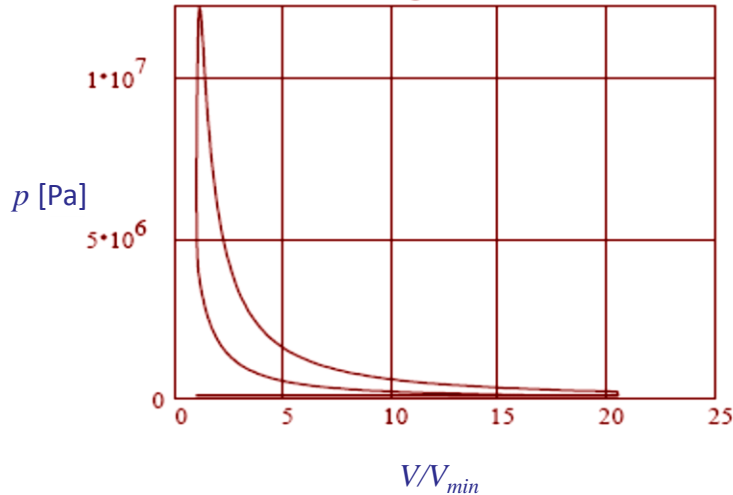


# Motores de Combustión Interna

Autor: Antonio Lecuona Neumann, catedrático del Departamento de Ingeniería Térmica y de Fluidos,  
Universidad Carlos III de Madrid

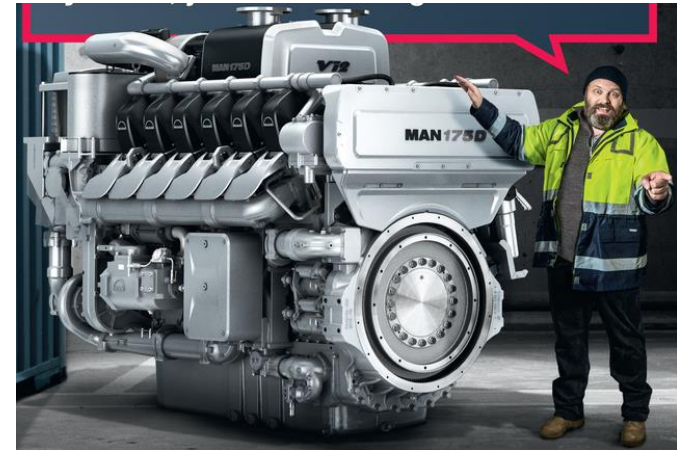
## Capítulo 3: Ciclo teórico de dos composiciones

Diagrama P-V



Fuente: Modelo de ciclo de combustión progresiva de un [MEC](#) de alta relación de compresión, mostrando la forma real global.

## Ejemplos y actividades propuestas



Fuente: Motor Diésel MAN 175D de 2.220 kW para propulsión marina: remolcadores, yates, pequeños cargueros, .... Fuente: <http://175d.man.eu/> accedida Marzo 2015

- MEC es Motor de Encendido por Compresión o MIE, Motor de Ignición Espontánea.
- MEP es motor de Encendido Provocado o MIF, Motor de Ignición Forzada.

La información contenida en este trabajo sirve de propósito exclusivo para la enseñanza y la de procedencia externa ha sido obtenida de las mejores fuentes que se han podido encontrar, generalmente de reconocido prestigio. No obstante los autores no garantizan la exactitud o perfección de su contenido. Por ello, no será/n responsable/s de cualquier error, omisión o daño causado por el uso de la información contenida, no tratando con este documento prestar ninguna clase de servicio profesional o técnico; antes bien, se ofrece como simple guía general de apoyo a la docencia. Cualquier indicación de error u omisión será bienvenida. El contenido del documento pudiera estar sujeto a derechos de autor o de propiedad industrial o intelectual, por lo que su reproducción total o parcial queda prohibida. Se reservan todos los derechos. Los enlaces de Internet son optativos y de carácter meramente orientativo y los autores no se responsabilizan de su contenido o actualización.

## 3.2.- Cálculo del ciclo [Volver](#)

**Ejercicio 3.0.-** La autoignición en la que se basa la combustión en MIE (MEC) o Diésel exige una temperatura de los gases de al menos unos 500 °C, sin otra ayuda. Sin embargo, para el arranque en frío, especialmente para bajas temperaturas ambiente, se dispone de [bujías de calentamiento](#) local en la cámara de combustión y/u otros métodos [adicionales](#). Prescindiendo de su efecto, determinar la relación de compresión mínima necesaria, como función de la temperatura ambiente y concretar para  $t_{atm} = -20$  °C.

**Solución:** Según la [Ec. \(3.9\)](#):

$$\left. \begin{array}{l} r_c = \left( \frac{T_2}{T_1'} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \\ T_1' \approx T_{atm} = (t_{atm} + 273,16)K \\ T_{2,min} = (500 + 273,16)K \\ \gamma \approx 1,35 \\ t_{atm} = -20 \text{ °C} \end{array} \right\} \Rightarrow r_{c,min} = \left( \frac{773,16}{\frac{t_{atm}}{\text{°C}} + 273,16} \right)^{2,86} \Rightarrow r_{c,min} = 24,4$$

El alto valor resultante indica la necesidad de [bujías de calentamiento](#), aunque supongan un estorbo para la combustión una vez desactivadas. [Más](#). Con su uso se puede elegir  $r_c$  con otros criterios.

NOTA: se ha elegido un valor un poco bajo de  $\gamma$  del aire, por las pérdidas de calor a las paredes frías, que no corresponde al valor de  $\gamma$  medio del gas, sino a un exponente [politrópico](#), véase [ejercicio](#). En los procesos politrópicos se sustituye  $\gamma$  de las isentrópicas por un valor  $n$  constante que tenga en cuenta irreversibilidades (que ocasionan una transformación de energía cinética en térmica dentro del sistema termodinámico) y/o transferencias de calor de forma global desde el exterior.

## 3.6.- Simplificaciones (cont.) [Volver](#)

**Ejercicio 3.1.-** La compatibilidad con el combustible (Ec. 3.55) nos permite calcular un valor máximo posible  $r_{p,max}$ . Con dosado estequiométrico para maximizar la liberación de calor, y según el [Anexo I](#),  $F_d = 0 \Rightarrow m_p R_{g,p} = m R_g; F = F_i, \gamma = \gamma_{p,c}$ :

I.- Obtenga la expresión resultante.

**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecs. (3.55)} \\ \text{y (3.I.1)} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{R_g T_1' r_c^{\gamma-1} (r_p - 1)}{\gamma - 1} = \frac{F(1-f)}{1 + F + EGR_a} \eta_{c,v} J_c L_{i,v} \Rightarrow r_p = 1 + (\gamma - 1) \overbrace{\frac{F(1-f)}{[1 + F + EGR_a] r_c^{\gamma-1}} \eta_{c,v} J_c L_{i,v}}^{:= q_{lc} \text{ Ec. (3.55)}} \frac{1}{R_g T_1'} \ll 1$$

II.- Asuma valores típicos para un MEP, pues  $r_c$  es menor:  $T_1' = 300 \text{ K}; r_c = 9; \gamma = 1,25; F = F_e \cong 0,067; f = 0, EGR = 0; L_{i,v} \cong 42 \text{ kJ/g}; \eta_{c,v} = 0,95; J_c = 0,9$ .

**Solución:**

$$r_{p,max} \approx 1 + (\gamma - 1) \frac{F_e \eta_c J_c L_{i,v}}{R_{g,a} T_1' r_c^{\gamma-1}} = 4,4$$

Comentario: En la realidad no llega a 4 por: combustión progresiva, cinética química y fuga de gases por los [segmentos](#) de estanqueidad (aros), no tenidos en cuenta en el modelo, y por imprecisión de los parámetros considerados en el cálculo.

## 3.6.- Simplificaciones (cont.) [Volver](#)

**Ejercicio 3.2.-** Expresar la presión media teórica  $pmt$  para este caso simplificado como función de los parámetros independientes del motor.

**Solución:** recurriendo a la Ec. (3.52) con las simplificaciones indicadas, resulta:

$$\frac{pmt}{p_1} = \frac{1}{\gamma-1} \frac{r_c^\gamma}{r_c-1} \underbrace{\left(1 - \frac{1}{r_c^{\gamma-1}}\right)}_{\eta_{T,VC,Otto}} (r_p - 1) = \frac{1}{\gamma-1} \frac{r_c^\gamma}{r_c-1} (r_p - 1) \eta_{T,v,Otto}$$

Compatibil. del combus., Ec. (3.55) }  $\frac{R_g T_1 r_c^{\gamma-1} (r_p - 1)}{\gamma - 1} = \frac{F(1-f)}{1 + F + EGR_a} \eta_c J_c L_{i,v}$

$m_p = m$  por ser  $F = F_i$ ; Ec. (3.1.1) }  $\rightarrow \frac{pmt}{p'_{ad}} = \pi_{re} \frac{r_c}{r_c-1} \frac{F(1-f)}{1 + F + EGR_a} \frac{L_{i,v} \eta_c J_c}{R_g T_1} \eta_{T,v,Otto}$

Ec. (3.55)  $\quad := q_{ic}$   
Ec (3.6 5)  
 $\ll 1$  salvo para  
 $r'_{ad} \ll 1$

La  $pmt$ , que puede tomarse como indicadora de la carga del motor, resulta ser:

1. Proporcional a la presión de admisión dentro del cilindro  $\rightarrow$  válvulas grandes y sobrealimentación.
2. Proporcional a la relación de presiones por efectos de inercia en el colector de admisión  $\pi_{re}$
3. Casi proporcional al dosado  $F \rightarrow$  control de la carga en MEC.
4. Efecto reductor de  $f$  y  $EGR \rightarrow$  reducirlos a plena carga.
5. Inversamente proporcional a  $T_1$ ,  $\rightarrow$  evitar calentamientos y posefriamiento en sobrealimentación.
6. Proporcional a  $\eta_T \rightarrow$  enriquecer excesivamente no conviene.

Estas conclusiones son cualitativamente válidas para el ciclo general.

## 3.6.- Simplificaciones (cont.)

**Ejercicio 3.3.-** Se desea comparar de forma simplificada un motor convencional dotado de aspiración natural ( $_{an}$ ), sin compresor, con un motor de los recientemente introducidos en el mercado, con ciclo Miller ( $_{M}$ ). Esto es, aspirando aire desde una presión elevada originada por un compresor ( $p_M = \pi p_{atm}$ ) también con temperatura atmosférica  $T_{atm}$ , gracias a un interenfriador perfecto. Compare usando un ciclo ideal de igual relación de compresión geométrica volumétrica  $r_e$  que el convencional y con bajo coeficiente de llenado  $a_M$ , como resultado de un *RCA* agrandado, cerrando con  $V_{1,M}$ . Al efecto se considera que el volumen unitario máximo es el mismo en ambos ciclos  $V_1 = V_{max}$  y que el ciclo de aspiración natural se puede representar con  $a_a = 1$ . Asuma procesos de admisión a  $p = cte.$  y sin degradaciones ni efectos inerciales, despreciando la presencia de residuales y con gicp. A los efectos comparativos se considera que ambos ciclos reciben la misma masa  $m$ , pues el objetivo es dar la misma potencia. Se pide:

I.- Disponen ambos ciclo de igual cilindrada?

**Solución:** Si, por tener igual volumen máximo y mínimo, al compartir  $r_e$ .

II.- Relación entre los volúmenes al *RCA*.

**Solución:**

III.- Coeficiente de llenado y relación de compresión efectiva del ciclo Miller, aplicando a  $r_e = 11; \pi = 2$ .

**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} p_{atm} V_{max} = m R_g T_{atm} \\ p_M V_{1,M} = m R_g T_{atm} \\ p_M / p_{atm} = \pi \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{V_{1,M}}{V_{max}} = \frac{1}{\pi} < 1$$

IV.- Presión y temperatura en PMS en ambos casos, asumiendo  $T_{atm} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$  y  $p_{atm} = 1 \text{ bar}$ . Asuma  $\gamma = 1,4$ .

**Solución:**

$$a_M = \frac{V_{1'} - V_2}{V_1 - V_2} = \frac{r_e \pi^{-1} - 1}{r_e - 1} = \frac{11/2 - 1}{11 - 1} = 0,45 \quad r_{c,M} = 1 + a_M (r_e - 1) = 1 + \frac{r_e \pi^{-1} - 1}{r - 1} (r_e - 1) = r_e \pi^{-1} = 11/2 = 5,5$$

$$p_{2,a} = p_{atm} r_e^\gamma = 28,7 \text{ bar}; \quad t_{2,a} = T_{atm} r_e^{\gamma-1} - 273,16 \text{ }^\circ\text{C} = 504 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$p_{2,M} = p_{atm} \pi \left( \frac{r_e}{\pi} \right)^\gamma = 21,7 \text{ bar}; \quad t_{2,M} = T_{atm} \left( \frac{r_e}{\pi} \right)^{\gamma-1} - 273,16 \text{ }^\circ\text{C} = 316 \text{ }^\circ\text{C}$$

## 3.6.- Simplificaciones (cont.) [Volver](#)

### Ejercicio 3.3 (cont.)- Se pide:

V.- Explique las posibles ventajas de este ciclo Miller elegido para comparar con el convencional propuesto, a efectos de la detonación en un MEP (MIF) y la formación de  $\text{NO}_x$ .

**Solución:** Al obtenerse similar presión y menor temperatura de fin de compresión en el ciclo Miller, el riesgo de detonación es previsiblemente menor, si la combustión se realiza con igual dosado, pues las temperaturas durante el desarrollo de la combustión serán menores y las presiones presumiblemente menores. Por los mismos motivos, la formación de  $\text{NO}_x$  será previsiblemente menor, si se actúa a igual dosado y ser la formación de  $\text{NO}_x$  muy sensible a aumentos de temperatura durante la combustión.

VI.- Compare razonadamente los rendimientos de ambos ciclos y apóyese para ello en un ciclo estándar de aire.

**Solución:** En un diagrama p-V con  $r'_{ad} = 1$  el trabajo de compresión del ciclo Miller es menor pues ocurre entre dos temperaturas más próximas y al ser isentrópico es igual al cambio de energía interna, la cual es función exclusiva de la temperatura para gicp, asumiendo igual masa y  $\gamma$ . Si se tiene en cuenta el trabajo de compresión externo, también es menor el trabajo conjunto, pues asumiendo isentropía global, salvo en el interenfriamiento, éste reduce el trabajo dentro del cilindro, mientras que el tramo fuera de él consume el mismo trabajo.

El volumen de fin de compresión es igual en ambos casos y la presión ligeramente inferior en el ciclo Miller. El volumen de fin de combustión será el mismo asumiendo la misma  $r_v$  y la presión máxima dependerá de  $r_p$ . Con distintas relaciones de compresión igual dosado del mismo combustible e igual temperatura de comienzo de combustión, la  $r_p$  de ambos ciclos no es igual, a resultas de la Ec. (3.55). Luego la expansión ocurre entre los mismos volúmenes pero con presión de inicio no común, luego la presión de fin de expansión no es común tampoco, despreciando efectos de variación de masa y de propiedades. Se deduce de ello que no podemos comparar fácilmente el trabajo de expansión en ambos casos. Simplificando por asumir ciclo estándar con  $r_v = 1$ , el rendimiento del ciclo resulta ser, Ec. (3.62):

## 3.6.- Simplificaciones (cont.) [Volver](#)

**Ejercicio 3.3 (cont.)**.- Se pide:

VI.- **Solución (cont.)**, Ec. (3.62):

$$\dot{A} : \begin{cases} = 1 & \text{si } r_c = r_e \\ < 1 & \text{si } r_c < r_e \end{cases}$$

$$\eta_{T,v,Atkinson} = 1 - \frac{1}{r_c^{\gamma-1}} \frac{\overbrace{\frac{r_e}{r_c} \left[ r_p \left( \frac{r_c}{r_e} \right)^\gamma - 1 \right] + \gamma \left( \frac{r_e}{r_c} - 1 \right)}^{\text{Ciclo Otto estándar de aire}}}{r_p - 1} = \begin{cases} a : \eta_{T,v,Otto} = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} \\ M : \eta_{T,v,Atkinson} = 1 - \frac{1}{r_c^{\gamma-1}} \frac{\pi \left[ r_p \pi^{-\gamma} - 1 \right] + \gamma (\pi - 1)}{\underbrace{r_p - 1}_{< \text{para } r_p \text{ lo suficientemente alto}}} \end{cases}$$

Luego para  $r_p > 1$  y superior a un cierto valor, que resulta ser dentro de lo posible ( $< 4$ ) y con combustibles normales, el ciclo Miller rinde más. Este valor resulta de hacer  $A = 1$  y es  $r_{p,min} = \frac{\pi - \gamma(\pi - 1) - 1}{\pi^{1-\gamma} - 1} = 1,23$  para  $\gamma = 1,3$ .

### 3.7.- Proceso de renovación de la carga [Volver](#)

**I. Ejercicio 3.3bis.-** Obtener las expresiones de  $r_{e,op}$ ,  $f$ , y  $T_r$  simplificadas por asumir igual composición en el ciclo, sin bucle de bombeo, sin aumento de masa y escape adiabático. Aplicar el resultado a un MEP. Obtener cómo influye  $F$  en este caso simplificado.

**Solución:**

$$\text{Ec. (3.61): } \left. \begin{aligned} r_{e,op} &= r_v \left( r_c^\gamma r_p r'_{ad} \pi_{re} \right)^{\frac{1}{\gamma_p}} \\ \gamma &= \gamma_p; \quad r'_{ad} \pi_{re} = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow r_{e,op} = r_c r_p^{\frac{1}{\gamma}} r_v; \text{ se separa de } r_c \text{ si se añade combustible.}$$

$$\text{Ec. (3.70)} \left. \begin{aligned} \text{Adicionalmente: } m_p = m; \quad \upsilon = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f = \frac{1}{r_{e,op}}$$

$$\text{Ec. (3.71): } \left. \begin{aligned} \frac{T_r}{T_{1'}} &= \upsilon \frac{r_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma_r}} r_p^{\frac{1}{\gamma_r}} r_e}{(r'_{ad} \pi_{re})^{1-\frac{1}{\gamma_r}}} \left( \frac{r_v}{r_e} \right)^{\frac{\gamma_p}{\gamma_r}} \frac{R_g}{R_{g,p}} \frac{m}{m_p} \\ \upsilon = 1; \quad \gamma &= \gamma_p = \gamma_r; \quad r'_{ad} \pi_{re} = 1; \quad \frac{R_g}{R_{g,p}} \frac{m}{m_p} = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{T_r}{T_{1'}} = r_p^{\frac{1}{\gamma}} r_v; \text{ se separa de } T_{1'} \text{ si se añade combustible.}$$

**Obsevación:** Ninguna de las tres depende de  $r_e$ . Particularizando para unos valores representativos para  $F_R = 1$  y  $\phi = 1$ :  $r_c = 10$ ;  $r_p = 2,7$ ;  $r_v = 1,3$ ;  $\gamma = 1,3$ ;  $T_{1'} = 300$  K:

$$r_{e,op} = 27,9; f = 0,0358; T_r = 2,79T_{1'} = 837 \text{ K} = 564 \text{ }^\circ\text{C}$$



### 3.7.- Proceso de renovación de la carga [Volver](#)

#### I. Ejercicio 3.3bis (cont.)

**Solución:** haciendo uso de la compatibilidad con el combustible, Ec.(3.55) y la Ec. (3.1.7), como indica el Ejercicio 3.2, para sustituir una  $r_p$  sin límite, por ser un MEP con  $r_v = 1$ , se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} \frac{R_g T_1' r_c^{\gamma-1} (r_p - 1)}{\gamma - 1} &= \frac{F(1-f)}{1+F+EGR_a} \eta_c J_c L_{i,v} \\ r_{e,op} &= r_c r_p^{\frac{1}{\gamma}} r_v ; r_v = 1 \end{aligned} \right\} \rightarrow r_{e,op} = f^{-1} = r_c \left( 1 + \frac{F \left( \begin{smallmatrix} \ll 1 \\ 1-f \end{smallmatrix} \right)}{1+F+EGR_a} \eta_c J_c L_{i,v} \frac{\gamma-1}{R_g T_1' r_c^{\gamma-1}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \approx r_c \left( 1 + \frac{F}{1+EGR_a} \eta_c J_c L_{i,v} \frac{\gamma-1}{R_g T_{ad} r_c^{\gamma-1}} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

Puede observarse que ceteris paribus  $r_{e,op}$  y  $f^{-1}$  crecen casi linealmente con  $F$  y con  $r_c$ . El efecto de  $F$  en  $T_1'$  es apreciable, pero escaso, como indica la [Sección II](#) de este apartado.

### 3.7.- Proceso de renovación de la carga (cont.) [Volver](#)

- **Ejercicio 3.3tri.** Estimar  $t_{1'}$  con los siguientes datos:  $t'_{ad} = 37 \text{ °C}$ ;  $r_c = 9$ ;  $r'_{ad} = 0,92$ ;  $\pi_{re} = 1$ ;  $r_p = 2$ ;  $r_v = 2$ ;  $\gamma = 1,37$ ;  $\gamma_f = \gamma_{1'} = 1,39$ ;  $\gamma_p = \gamma_r = 1,3$ ;  $v = 0,9$  y  $m_p/m = 1$  por tratarse de un MEP con  $i = 1$ .

**Solución:** aplicando directamente la Ec. [\(3.72bis\)](#):

$$T_{1'} = T'_{ad, re} \frac{\left( 1 - \frac{\overbrace{1}^{f=0,03431}}{0,9 \times 2 (9^{1,37} \times 0,92 \times 2)^{1/1,3}} \right)^{1,39}}{\underbrace{1 + (1,39 - 1) \left( 1 - \frac{1}{9} \right)}_{1,346} - \underbrace{\frac{1,39 - 1}{1,3 - 1} \frac{1}{9 \times 0,92}}_{0,157}} = T'_{ad, re} 1,128 \Rightarrow t_{1'} = 310,16 \text{ K} \times 1,128 - 273,16 = 76,8 \text{ °C}$$

Obsérvese que, aunque se multiplica a la temperatura absoluta  $T'_{ad}$  por un factor próximo a la unidad, el calentamiento por los residuales es sustancial, viéndose una diferencia con  $t'_{ad}$  sustancial.

### 3.7.- Proceso de renovación de la carga (cont.) [Volver](#)

- **Ejercicio 3.4.** Obtener la expresión para  $T_{1'}$  que resulta de asumir igual composición de residuales y de frescos; además igual temperatura y además igual presión;  $\pi_{re} = 1$ .

**Solución:** hay varias maneras de abordar el problema. Una de ellas es partir de la Ec. (3.72bis) y particularizar para propiedades uniformes, quedando:

$$T_{1'} = T'_{ad, re} \frac{\left( 1 - \frac{1}{v r_v r_c (r'_{ad} \pi_{re} r_p)^{1/\gamma}} \right)^\gamma}{\gamma - (\gamma - 1) \frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_c r'_{ad} \pi_{re}}} \quad (3.72tri)$$

Si además asumimos igual temperatura de residuales y de frescos, la reversibilidad del ciclo nos permite considerar este caso hipotético asumiendo  $r_p = r_v = 1$ ;  $v = 1$ , lo que implica asumir  $r_c = r_e$ , pues caso contrario, los residuales estarían más fríos. Queda:

$$T_{1'} = T'_{ad, re} \frac{1 - \frac{1}{r_c (r'_{ad} \pi_{re})^{1/\gamma}}}{1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{1}{r_c} - \frac{1}{\gamma r_c r'_{ad}}} \quad (3.72cua)$$

No es la unidad porque los residuales pueden estar a presión distinta que los frescos y se comprimen o expanden isentrópicamente al ser abierta la válvula, y tras esto son mezclados con ellos.

Si finalmente consideramos igual presión, es  $\pi_{re} = r'_{ad} = 1$ , quedando  $T_{1'} = T'_{ad}$ , como cabría esperar.

### 3.7.- Proceso de renovación de la carga (cont.) [Volver](#)

- **Ejercicio 3.4 (cont.).**

**Solución:** Otra manera de llegar a la expresión para igual composición es determinar  $f$  aplicando la ecuación de estado en los puntos 7 y 1':

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{m_r}{m} \\ p'_{es} V_{min} &= m_r R_{g,r} T_r \\ p'_{1'} V_{1'} &= m R_{g,1'} T_{1'} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f = \frac{1}{r'_{ad} \pi_{re} r_c} \frac{R_{g,1'} T_{1'}}{R_{g,r} T_r} \quad (3.72qui)$$

Asumiendo igual composición e introduciendo este resultado en la Ec. (3.72bis), resulta:

$$T_{1'} = T'_{ad} \frac{\left(1 - \frac{1}{r_c r'_{ad}} \frac{T_{1'}}{T_r}\right) \gamma}{\gamma - (\gamma - 1) \frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_c r'_{ad} \pi_{re}}} \quad (3.72six)$$

No tenemos ahora la restricción de tener que ser  $r_c = r_e$ , pudiendo elegirse libremente  $T_r$ :

$$\left. \begin{aligned} T_r = T_{1'} \Rightarrow T_{1'} &= T'_{ad} \frac{1 - \frac{1}{r_c r'_{ad}}}{1 - \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \frac{1}{r_c} - \frac{1}{\gamma r_c r'_{ad} \pi_{re}}} \Rightarrow T_{1'} = T'_{ad} \\ r'_{ad} &= \pi_{re} = 1 \end{aligned} \right\}$$

Si asumimos una expansión o compresión isentrópica de los residuales, la temperatura a la que tienen que estar para igualar  $T_{1'}$ , tras la igualación de presiones, es  $T_r = T_{1'} (r'_{ad} \pi_{re})^{\frac{1}{\gamma} - 1}$ , recuperándose la Ec. (3.72cua).

### 3.7.- Proceso de renovación de la carga (cont.) [Volver](#)

**Ejercicio 3.5.** Sea un motor de 4 tiempos, con los siguientes datos:

$q$	$N$	$\eta_{v,e}$	$\rho_{ad}$	$n$	$F$	$L_i$	$\eta_{T,g}$	$\eta_d$	$\eta_{m,ef,n}$
$300 \text{ cm}^3$	3	0,85	$2 \text{ kg/m}^3$	4.500 rpm	1/15	42 MJ/kg	0,4	0,9	0,9

Se pide calcular rendimientos indicado y efectivo, potencia, pme y par efectivos.

**Solución:**

Rendimiento indicado,  $\eta_i = \eta_{T,g}\eta_d = 0,4 \times 0,9 = 0,36$

Rendimiento efectivo,  $\eta_e = \eta_{T,g}\eta_d\eta_{m,n} = 0,4 \times 0,9 \times 0,9 = 0,324$

Potencia efectiva,

$$W_{ef} = qN\eta_{v,e}\rho_{ad}\frac{n}{2}FL_i\eta_e$$

$$W_{ef} = 0,3 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \times 3 \times 0,85 \times 2 \frac{\text{kg}_a}{\text{m}^3} \frac{4.500}{2 \text{ m} \times 60 \frac{\text{s}}{\text{m}}} \frac{1 \text{ kg}_{\text{comb}}}{15 \text{ kg}_a} 42 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}_{\text{comb}}} 0,324 = 52 \text{ kW}$$

Presión media efectiva, basada en la potencia efectiva

$$pme_{ef} = \frac{W_{ef}}{qN\frac{n}{2}} = \eta_{v,e}\rho_{ad}FL_i\eta_e$$

$$pme_{ef} = 0,85 \times 2 \frac{\text{kg}_a}{\text{m}^3} \frac{1 \text{ kg}_{\text{comb}}}{15 \text{ kg}_a} 42 \frac{\text{MNm}}{\text{kg}_{\text{comb}}} 0,324 = 15,4 \text{ bar}$$

Par motor (medio) efectivo,

$$C_m = \frac{W_{ef}}{2\pi n} = qN\eta_{v,e}\rho_{ad}\frac{1}{2 \times 2 \times \pi}FL_i\eta_e$$

$$C_m = 0,3 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \times 3 \times 0,85 \times 2 \frac{\text{kg}_a}{\text{m}^3} \frac{1}{4\pi} \frac{1 \text{ kg}_{\text{comb}}}{15 \text{ kg}_a} 42 \frac{\text{MNm}}{\text{kg}_{\text{comb}}} 0,324 = 341 \text{ Nm}$$

### 3.7.- Proceso de renovación de la carga (cont.) [Volver](#)

**Ejercicio 3.6.** Sea un motor de 4 tiempos, con los siguientes datos:

$q$	$N$	$\eta_{v,e}$	$\eta_{v,e}$	$n$	$F$	$L_i$	$\eta_{T,g}$	$\eta_d$	$\eta_{m,ef,n}$
300 cm <sup>3</sup>	3	0,85	2 kg/m <sup>3</sup>	4.500 rpm	1/15	42 MJ/kg	0,4	0,9	0,9

Se pide calcular el gasto de aire y de combustible, potencia térmica y calor residual total.

**Solución**

$$\text{Gasto de aire: } \dot{m}_a = qN\eta_{v,e}\eta_{v,e}\frac{n}{2} = 0,3 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \times 3 \times 0,85 \times 2 \frac{\text{kg}_a}{\text{m}^3} \frac{4.500}{2 \text{ m} \times 60 \frac{\text{s}}{\text{m}}} = 57,4 \frac{\text{g}_a}{\text{s}}$$

$$\text{Gasto de combustible: } \dot{m}_{comb} = F\dot{m}_a = 57,4 \frac{\text{g}_a}{\text{s}} \frac{1 \text{ kg}_{comb}}{15 \text{ kg}_a} = 3,83 \frac{\text{g}_{comb}}{\text{s}}$$

Potencia térmica:

$$\dot{Q}_{comb} = \dot{m}_{comb}L_i = 3,83 \frac{\text{g}_{comb}}{\text{s}} 42 \frac{\text{kJ}}{\text{g}_{comb}} = 161 \text{ kW}$$

Potencia calorífica residual, contando con los resultados del [Ejercicio 3.5.](#)

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{comb} - W_{ef} = 161 \text{ kW} - 52 \text{ kW} = 109 \text{ kW}$$

### 3.7.- Proceso de renovación de la carga (cont.) [Volver](#)

**Ejercicio 3.7.** Sea un MEP de 4 tiempos a plena carga, con los siguientes datos:

$q$	$N$	$T_{ad}$	$P_{ad}$	$\pi_{vad}$	$\pi_{re}$	$r'_{ad}$	$r_c$	$r_e$	$F_i$	$F_d$	$L_i$
300 cm <sup>3</sup>	3	50 °C	2 bar	1,03	1,05	1,07	10	12	0	0,06	42 $\frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$

Se pide estimar el rendimiento volumétrico haciendo uso de la [Ec. 3.75](#).

**Solución**, primero estimamos  $f$  usando valores razonables y la simplificación del [Ej. 3.3bis](#)

$$f^{-1} = r_c \left( 1 - F\eta_c J_c L_i \frac{\gamma - 1}{R_{g,a} T_{ad} r_c^{\gamma-1}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = r_c \left( 1 + \frac{\overbrace{0,06 \times 0,95 \times 0,9 \times 42 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}}_{3,68} \cdot 0,38}{287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 323 \text{ K} \times 10^{0,38}} \right)^{\frac{1}{1,38}} \Rightarrow f = 0,0327$$

Estimando  $T_1$ , según la [Ec. 3.72six](#), reconociendo  $f$  en el numerador y asumiendo  $EGR = 0$  y al ser  $F_i = 0$ ,  $T'_{ad} = T_{ad}$ :

$$T_1' = T_{ad} \pi_{re}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \frac{(1-f)\gamma}{\gamma - (\gamma-1) \frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_c r'_{ad} \pi_{re}}} = \frac{323 \times 1,05^{0,38}}{327,4} \frac{(1-0,0327)1,38}{1,38 - 0,38 \frac{1}{10} - \frac{1}{10 \times 1,07 \times 1,05}} = 349 \text{ K} \Rightarrow t_1' = 75,6 \text{ °C}$$

Rendimiento volumétrico de entrada, asumimos  $PM = PM_f$  por su escasa influencia, al ser  $f \ll 1$ ,  $EGR = 0$  y  $F_i = 0$ :

$$\eta_{v,e} = \frac{T_{ad}}{\underbrace{T_1'}_{0,926}} \frac{\pi_{re}}{\underbrace{\pi_{vad}}_{1,019}} \frac{r_c}{\underbrace{r_e - 1}_{0,909}} \underbrace{(1-f)}_{0,967} = 0,83$$



## D.- Ciclo de dos tiempos de gran tamaño Volver



Fig. (3.III.10).

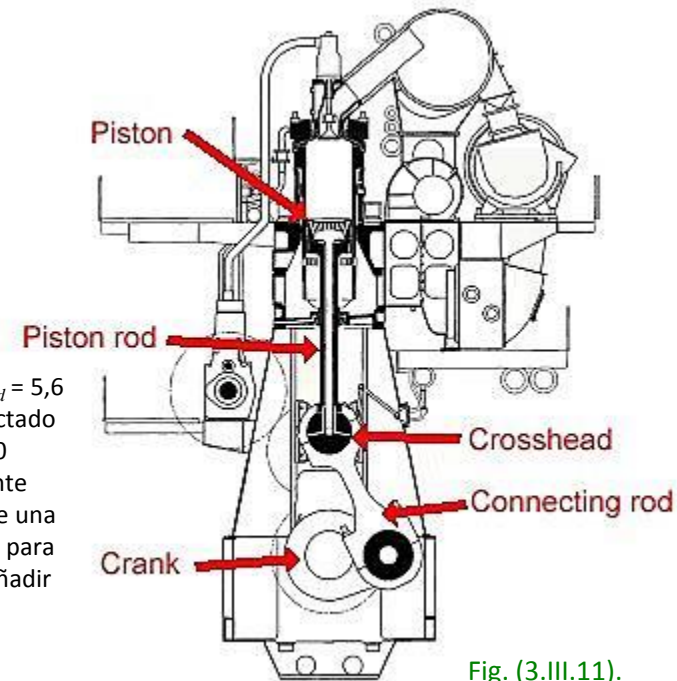


Fig. (3.III.11).

Fig. (3.III.10).- El motor diésel **Wärtsilä RT-flex96C** es de dos tiempos, con biela y cruceta, turboalimentado  $p_{ad} = 5,6$  bar; de 6 a 14 cilindros; 92 a 102 rpm;  $D = 902$  mm;  $l = 2.500$  mm;  $p_{max} = 142$  bar. Quema fuel-oil pesado inyectado directamente con un sistema **common-rail**. Tiene 13,5 metros de alto y 27 metros de largo; pesa más de 2.300 toneladas en su versión más grande de 14 cilindros, desarrollando más de 80 MW (109.000 CV) y recientemente subido a 84,42 MW (114.800 CV), el más potente y casi el más eficiente del mundo, 52%. Mueve directamente una hélice, sin reductor, en el buque Emma Maersk de 397 m de eslora, mostrado. El calor en el escape se emplea para producir un 12% de la potencia al eje en ciclo combinado, con Rankine, como electricidad para servicios y/o añadir potencia al eje. Para los mayores y más rápidos (25 nudos) portacontenedores actuales. Fuente:

<http://almadeherrero.blogspot.com.es/2011/01/wartsila-sulzer-rta96-c.html>

<http://www.cosasexclusivas.com/2008/11/emma-maersk-el-portacontenedores-ms.html> y

<http://gcaptain.com/emma-maersk-engine/> Accedidas marzo 2014.

- Ejercicio propuesto: determine la relación carrera a diámetro así como la velocidad media del émbolo de estos motores y catalóguelo en función de ellos.



## 3.16.- Actividades propuestas [Volver](#)

1. Efectúe el cálculo completo a mano de un ciclo a máxima potencia. Liste la presión, temperatura y  $PM$  de cada punto ciclo para uno de dos motores actuando en c. n. atmosféricas  $15\text{ }^{\circ}\text{C}$  y  $1\text{ atm}$ ,  $RCA = 50^{\circ}$  y  $EGR = 0$ ;  $\lambda = 1,7$ ;  $\Delta T_f = 5\text{ }^{\circ}\text{C}$ ;  $1,7 \Delta T_{es,a} = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; temperatura del líquido refrigerante  $T_{refr} = 95\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; temperatura media de las paredes del cilindro  $250\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Alternativas:

- A. Correspondiente a un motor de automoción de gasolina de aspiración natural con catalizador de tres vías.  $N = 4$ ;  $Q = 1.400\text{ cm}^3$ ;  $r'_{ad} = 0,92$ ;  $r_e = 11$ ;  $l/D = 0,9$ ;  $F_e = 0,06861$  e inyección en colector de admisión,  $y_v = 1$ ,  $p_{max} = 60,8\text{ bar}$ .
- B. Correspondiente a un motor de automoción Diésel de inyección directa, turboalimentado y posenfriado.  $N = 3$ . Con presión de soplado dada por  $\pi_{u,c} = 3$  y  $\eta_{tt,c} = 0,75$ ;  $\eta_{tt,e} = 0,8$ . Asuma una presión máxima de  $p_{max} = 176\text{ bar}$  absoluta y un dosado relativo  $F_R = F_{R,d} = 0,8$ ;  $Q = 1.400\text{ cm}^3$ ;  $r'_{ad} = 1,05$ ;  $r_e = 17$ ;  $l/D = 1,1$ ;  $F_e = 0,06961$ ;  $\varepsilon = 0,8$ .

De datos de catálogo o de la bibliografía, determine el régimen de giro  $n$  apropiado, buscando en Internet imágenes con el término "[power curve](#)". Comprobar  $u$ .

## 3.16.- Actividades propuestas (cont.) [Volver](#)

### Guía para el proceso de cálculo a mano:

#### I.- Preparación del ciclo

1. Cálculos iniciales:  $l, D, u, \alpha, PM_{comb}, F_e$ .
2. Estimación de las degradaciones en conductos de admisión y escape.
  - i. Si no es turbo,  $U = 0$ , de ello calcular  $r'_{ad}$ .
  - ii. Si es turbo,  $U = 1$ , imponer  $r'_{ad} = 1,05$  a  $1,1$  a revisar al imponer el hermanamiento, si hay problemas.
3. Estimación de  $RCA_{virtual} \cong 0 - 0,5RCA$  a par máximo y  $RCA_{virtual} \cong 0,5 - 0,75RCA$  a potencia máxima,  $\phi = 1$ ; para el cálculo de  $\alpha_{virtual}$  y  $r_c$  (que deviene virtual). Estimación de  $\pi_{re}$  para determinar  $P'_1$  a causa de la acción de ondas, [Tema Avanzado 5](#).
4. Usando correlaciones del [Apartado 3.8](#) calcular:  $PM_f, PM_r = PM_p$ . Calcular  $L_{i,v}$  si no es un hidrocarburo convencional.
5. Para motor sobrealimentado o turbo estimar  $\gamma_c$  a la temperatura media entre admisión y salida del compresor, a su vez estimada con  $\gamma_a$  a  $T_{ad}$ . Estimar  $\epsilon$ , que para aire-aire puede ser 0,9 a caudales parciales y 0,7 a plena potencia. Determinar  $T_{4t}$ , que a partir de ese punto se llama temperatura de admisión  $T_{ad}$ .
6. Estimaciones antes del ciclo:
  - i. Estimar  $\tilde{\eta}_c$  y  $J_c$ . Calcular  $\tilde{q}_{lc}$  usando la Ec. (3.84). Con el conjunto  $\tilde{r}_p$ , y  $r_v = 1$  resultante determinar  $r_{e,op}$  con la Ec. (3.61) y asumiendo un valor inicial de  $\tilde{f} = 0,03$  determinar  $m_p/m$  con la Ec. (3.1.2) y de ello determinar un mejor valor de  $f$  con la Ec. (3.70), usando un valor estimativo  $\tilde{v} = 0,9$ . Ello permite calcular  $PM$  y  $\tilde{\gamma}$  con la Ec. (3.83); también permite las estimaciones  $\tilde{\gamma}_{pc}, \tilde{\gamma}_p, \tilde{\gamma}_r$ , con las Ecs. (3.86) a (3.88). La Ec. (3.79) permite calcular  $\tilde{\gamma}_f$  ( $f = 0$ ) y  $\tilde{\gamma}_1$ , asumiendo esta vez para ambos igual temperatura  $T'_{ad,re}$  estimando  $\Delta T_f, \Delta T_i, \Delta T_{EGR}$ , según el [Tema Avanzado 1](#) y  $\pi_{re}$ .
  - ii. Estimación de  $T_1$ , haciendo uso de la Ec. (3.72bis). Cálculo de  $m$  con la Ec. (3.73).



## 3.16.- Actividades propuestas (cont.) [Volver](#)

Guía para el proceso de cálculo a mano:

### II.- Ciclo teórico e indicado

7. Realización del ciclo. Usando ahora la estimación de  $T_1$ , en lugar de  $T'_{ad, re}$ 
  - i. Cálculo de  $\gamma$ , reactantes entre 1' y 2, según se indica en el [Apartado 3.8](#). Cálculo de las variables en 1' y 2.
  - ii. Re-estimación de  $\gamma_{p,c}$  y  $\gamma_p$ , según se indica en el [Apartado 3.8](#).
  - iii. Cálculo de  $r_p$  y  $r_v$  haciendo uso de la [Ec. \(3.55\)](#) haciendo una estimación de  $p_{max}$  razonable, o dato. Cálculo de las variables en los puntos 3, 4 y 5.
  - iv. Cálculo de  $\gamma_r$ . Cálculo de  $T_6$ .
8. Verificación de los valores de  $f$  y  $T_r$ . Repetición del ciclo, si se considera necesario, actualizando estimaciones.
9. Cálculo de  $T_{es}$ , haciendo uso de la [Ec. \(3.42\)](#) simplificada; corregir por  $\Delta T_{es, posc}$  ([Ec. \(3.T.6.1\)](#)) y  $\Delta T_{es, a}$ .
10. Estimación de  $\eta_{m, TC} \cong 0,95$ . Verificación de  $\Phi \leq 1$  para motores turbo ( $U = 1$ ). Cálculo de  $\pi_{tt, e}$ .
11. Cálculo de  $\eta_{v, e}$  con la [Ec. \(3.75\)](#).
12. Cálculo de  $p_{mt}$  y  $\eta_T$ .
13. Estimación de  $\eta_d$ . Cálculo de  $\eta_v$ ,  $p_{mi}$ .
14.  $p_{mfr}$ ,  $\eta_{ef}$ ,  $\eta_{m, n, ef}$  y  $p_{me_{ef}}$  según se indica a continuación.
15. Tras ello se calcula el par y la potencia efectivos, así como el rendimiento mecánico del motor.



## 3.16.- Actividades propuestas (cont.) [Volver](#)

### Guía para el proceso de cálculo a mano:

III.- Pérdidas mecánicas, estimación incluyendo bombeo (bucle de baja  $p_{mi_b}$ ). Se da en presión media equivalente de fricción, para independizarlo del tamaño del motor; a plena carga ( $p_{mi_b} \ll p_{mi}$ ) y motores de aspiración natural, normal o atmosféricos:

$$\text{R. Stone: MIE: } 10 \text{ cm} < D < 14 \text{ cm: } pmfr = \left[ 0,137 + \frac{P_3}{200 \text{ bar}} + 0,162 \left( \frac{u}{\text{m/s}} \right) \right] \mu_{fr} \text{ bar} \quad (3.P.1)$$

$$\text{Bidan: MIF: } n < 6.000 \text{ rpm: } pmfr = \left\{ (0,2 \text{ a } 0,8) \mu_{fr} + 0,189 \left( \frac{n}{1.000 \text{ r.p.m.}} \right) + 0,029 \left( \frac{n}{1.000 \text{ r.p.m.}} \right)^2 \right\} \text{ bar} \quad (3.P.2)$$

Los actuales motores de baja fricción típicamente logran reducir estos valores hasta una fracción  $\mu_{fr} \approx 0,5$  como se indica, en motores especialmente cuidados de automoción. Para no sobre-estimar con los motores con  $r'_{ad} > 1$  y dada la imprecisión de estas correlaciones, se consideran aplicables al ciclo neto ( $_{a+b}$ ). Así, la presión media efectiva, tras incluir la potencia perdida en mecanismos intrínsecos, adquiere por expresión:

$$\text{Ec. (1.49): } pme_{ex} = pmi_a - pmfr = (pmt - pmt_b) \eta_d - pmfr \quad (3.P.3)$$

Los rendimientos indicado global, mecánico (neto) basado en el efectivo, y el efectivo del motor resultan ser, véase [Ec. \(3.77\)](#):

$$\eta_{i,g} = \eta_i \eta_c = \eta_T \eta_d \eta_c \quad \eta_{m,n,ex} \doteq \frac{pme_{ex}}{pmi} \quad \eta_{ex,g} \doteq \frac{pme_{ex} q}{m_{comb} L_i} \quad (3.P.4)$$

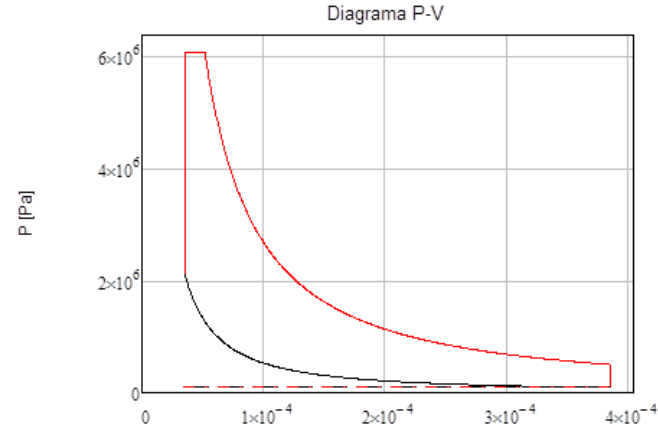




### 3.17.- Ejercicio resuelto, caso 1.A [Volver](#)

Se toma  $n = 5.800$  rpm pues proporciona una  $u$  moderada y coincide aproximadamente con el régimen de potencia máxima de motores de automoción de esta cilindrada.  $\pi_d = 1$ ;  $\pi_{fi} = 1,01$ ;  $\pi_{in} = 1$ ;  $\phi = 1$ ;  $\pi_{vad} = 1,01$ ;  $\pi_{ves} = 1,02$ ;  $\pi_{pu} = 1,02$ ;  $\pi_{se} = 1,01$ . Se toma  $i = 1$ ;  $k = 1,0$  y  $\pi_{re} = 1,05$ . Resulta  $\Delta T_i = -26,4$  K y tras iterar  $\Delta T_{posc} = 45,1$  K :

Punto	$t$ [°C]	$p$ [bar]	$PM$ [g/mol]
$ad$	15,0	1,003	30,43
$adre$	-3,1	1,043	"
1'	28,7	1,043	30,39
2	369	21,4	"
3	1.468	60,8	-
4	2.305	"	29,01
5	1.306	5,01	"
6	842	1,065	"
7	670	"	"
$es$ (6t)	958	1,023	"



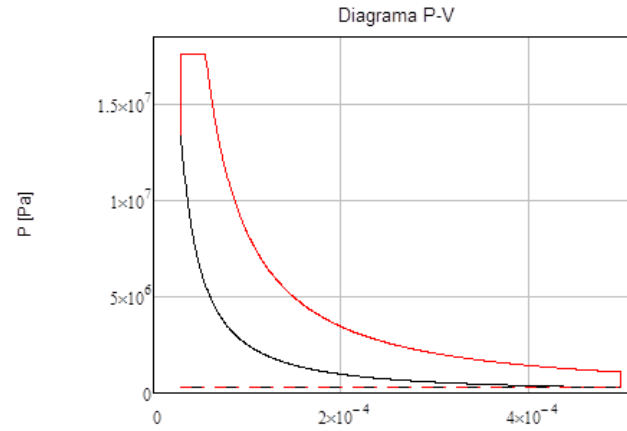
Variable	Valor	Unidades	Variable	Valor	Unidades	Variable	Valor [m3]	Unidades
$l$	71,20	mm	$m$	0,386	g	$pmt$	13,75	bar
$D$	79,11	mm	$m_p$	"	g	$p_{mi}$	13,06	bar
$u$	13,78	m/s	$m_{comb}$	26,45	mg	$\eta_{T,v,g}$	0,457	-
$r_c$	9,65	-	$\eta_{c,v}$	0,98	-	$\eta_d$	0,95	-
$r_c$ (virtual)	11	-	$J_c$	0,90	-	$\eta_{i,v,g}$	0,435	-
$\pi_{pe}$	1,072	-	$r_p$	2,84	-	$\eta_{v,e}$	0,909	-
$f$	0,03	-	$r_v$	1,48	-	$p_{mfr}$	1,36	bar
$\pi_{tt,c}$	1	-	$q_{lc}$	29,27	-	$p_{me_{ef}}$	11,7	bar
$\pi_{tt,e}$	1	-	$\gamma_{p,c}$	1,273	-	$\eta_{m,ef}$	0,896	-
$r'_{ad}$	0,933	-	$\gamma_p$	1,244	-	$\eta_{ef,v,g}$	0,382	-
$\gamma_c$	-	-	$\gamma_r$	1,306	-	$W_{ef}$	79,2	kW
$\gamma_{1'}$	1,351	-	$v$	0,846	-	$C_{m,ef}$	131	N m
$\gamma$	1,333	-	$\Phi$	-	-			

Fig. (3.P.2).

### 3.17.- Ejercicio resuelto, caso 1.B [Volver](#)

Se toma  $n = 4.000$  rpm pues proporciona una  $u$  apropiada y corresponde al régimen de potencia máxima de motores similares.  $\pi_d = 1$ ;  $\pi_{fi} = 1,01$ ;  $\pi_{in} = 1,02$ ;  $\phi = 1$ ;  $\pi_{vad} = 1,01$ ;  $\pi_{ves} = 1,02$ ;  $\pi_{pu} = 1,02$ ;  $\pi_{se} = 1,01$ . Se toma  $k = 0,5$  y  $\pi_{re} = 1,05$ . Resulta tras iterar  $\Delta T_{posc} = 37,9$  K :

Punto	$t$ [°C]	$p$ [bar]	$PM$ [g/mol]
$ad$	42,5	2,95	28,97
$adre$	51,97	3,07	"
1'	75,5	3,07	28,97
2	680	133	"
3	917	175,5	29,104
4	1.978	"	"
5	972	10,8	"
6	638	2,92	"
7	331,8	"	"
$es$	734	3,007	"



Variable	Valor	Unidades	Variable	Valor	Unidades	Variable	Valor	Unidades
$l$	89,59	mm	$m$	1,424	g	$pmt$	30,56	bar
$D$	81,44	mm	$m_p$	1,505	g	$pmi$	29,0	bar
$u$	11,95	m/s	$m_{comb}$	77,2	mg	$\eta_{T,v,g}$	0,491	-
$r_c$	14,84	-	$\eta_{cv}$	0,98	-	$\eta_d$	0,95	-
$r_c$ (virtual)	15,92	-	$J_c$	0,928	-	$\eta_{i,v,g}$	0,467	-
$\pi_{pe}$	1,041	-	$r_p$	1,309	-	$\eta_{v,e}$	0,912	-
$f$	0,025	-	$r_v$	1,391	-	$pmfr$	1,77	bar
$\pi_{tt,c}$	3,0	-	$q_{lc}$	19,98	-	$pme_{ef}$	27,3	bar
$\pi_{tt,e}$	2,74	-	$\gamma_{p,c}$	1,28	-	$\eta_{m,ef}$	0,939	-
$r'_{ad}$	1,00	-	$\gamma_p$	1,27	-	$\eta_{ef,v,g}$	0,429	-
$\gamma_c$	1,386	-	$\gamma_r$	1,314	-	$W_{ef}$	127	kW
$\gamma_{1'}$	1,395	-	$v$	0,923	-	$C_{m,ef}$	304	N m
$\gamma$	1,363	-	$\Phi$	0,633	-	$T_{6t}$	558	°C

Fig. (3.P.3).

### 3.18.- Temas recordatorios (cont.) [Volver](#)

**Ejercicio 3.R.1.** Determine la relación de presiones efectiva  $\pi_{d,ef}$  de una toma dinámica, con  $\pi_d = 1,05$ , (una pérdida de presión de remanso de un 5%) del motor de un vehículo que avanza a  $w = 90$  m/s con respecto a la atmósfera con viento en contra de 10 m/s. Desprecie la energía cinética en el conducto de suministro al motor frente al trabajo de flujo:

**Solución:** Recurriendo a la compresión isentrópica hasta el remansamiento completo a costa de la energía cinética, [Ec. \(3.R.2\)](#), recurriendo al aumento isentrópico de presión de remanso correspondiente, [Ec. \(3.R.3\)](#) y a la definición de  $\pi_d$ , se llega a:

$$\left. \begin{array}{l} \text{gicp; equilibrio en } in \text{ y en } ou \\ q = \tau = 0 \\ s = \text{cte.} \Rightarrow T_{t,s} = T_t \\ \pi_{1t,s} = p_{t,s}/p = (T_{t,s}/T)^{\gamma/(\gamma-1)} \\ \pi_d = \frac{p_{t,s}}{p_t} \geq 1 \end{array} \right\} \rightarrow T_{t,s} = T + w^2/(2c_p) \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow \pi_{d,ef} \doteq \frac{p_{1t}}{p} = \frac{\pi_{1t,s}}{\pi_d} = \frac{1}{\pi_d} \left( 1 + \frac{w^2}{2c_p T} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (3.R.9)$$

**Aplicación numérica:**

$$\pi_{d,ef} = \frac{1}{1,05} \left( 1 + \frac{(100\text{m/s})^2}{2 \times 1.000 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} 300\text{K}} \right)^{1,4/(1,4-1)} = 1,06 \quad (3.R.10)$$

**Valoración:** se gana un 6% con respecto a la presión atmosférica, lo cual resulta de interés en vehículos rápidos.