



Cap. 6.- Ciclos de turbinas de gas.

Ejercicios propuestos



Universidad
Carlos III de Madrid

Escuela Politécnica Superior

Profesores:

Pedro A. Rodríguez Aumente, catedrático de Máquinas y Motores Térmicos

Antonio Lecuona Neumann, catedrático de Máquinas y Motores Térmicos

Rubén Ventas Garzón, profesor visitante lector

Autores:

P.A. Rodríguez

A. Lecuona

R. Ventas

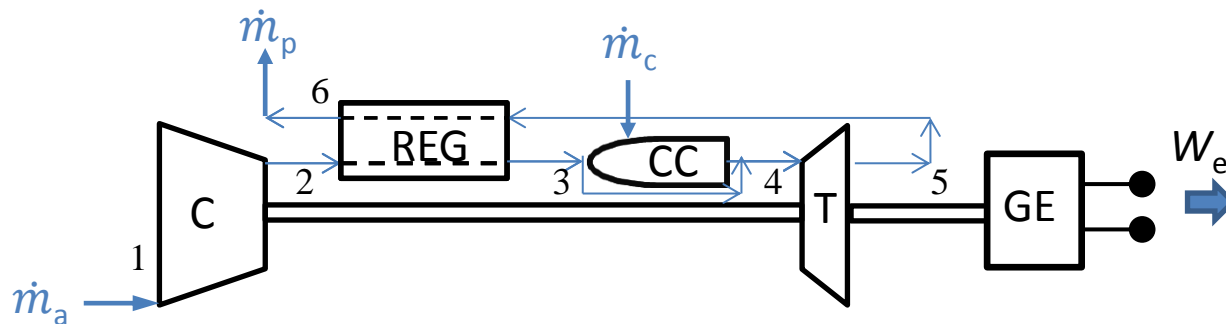


MOTORES DE
COMBUSTIÓN
INTERNA



11.- Ejercicios propuestos [volver](#)

Ejercicio I.- Se pretende describir el comportamiento de una μ TG para aplicaciones de cogeneración. Dicha planta de potencia tiene el siguiente esquema de componentes, típico de un ciclo CBEX:



Para ese propósito se elaborará un modelo termodinámico del cual se calcularán las propiedades termodinámicas de todos los puntos del ciclo, indicados en la figura. A partir de dichos valores se deducirán los de determinados parámetros de actuaciones como la potencia (W_e) y el rendimiento.

Se dispone de los siguientes datos de la planta:

- Relación de presión del compresor de la μ TG: $\Pi_{TG} = 2,5$
- Gasto másico de gases de escape: $\dot{m}_p = 0,3 \text{ kg/s}$
- Temperatura de entrada a la turbina: $T_4 = 1320 \text{ K}$
- Temperatura de los gases de escape: $T_6 = 579 \text{ K}$
- Pérdida de carga en la cámara de combustión: $C_{\Delta pcc} = (p_3 - p_4)/p_3 = 0,02$
- Pérdida de carga en el regenerador (igual en ambos lados): $C_{\Delta preg} = (p_2 - p_3)/p_2 = (p_5 - p_6)/p_5 = 0,03$
- Condiciones ambiente para el aire de admisión de la μ TG: $T_0 = 288 \text{ K}$; $p_0 = 1,013 \text{ bar}$

Propiedades del aire: Para calcular las propiedades del aire en cada condición que se necesite, se empleará el siguiente modelo:

• El aire se considera Gas Ideal:
$$\rho_a(p_a, T_a) := \frac{p_a}{R_{g_a} \cdot T_a}$$

- A su paso por cada componente de la planta se considerarán propiedades constantes, iguales a las calculadas a la entrada del mismo.

CICLOS DE TURBINAS DE GAS

1. Objetivos
2. Nomenclatura
3. Configuraciones, procesos y modelos
4. Ciclos reversibles
5. Rendimiento de componentes
6. Ciclos húmedos
7. Tipos de TGs
8. Operación de TGs
9. Conclusiones
10. Anexos
- 11. Ejercicios**
12. Autoevaluación
13. Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA

11.- Ejercicios propuestos volver

Ejercicio I (cont.)

Propiedades del aire:

- Para calcular el valor del calor específico C_{p_a} [J/(kg·K)] a presión constante se empleará la siguiente expresión, donde la temperatura ha de introducirse en K:

$$C_{p_a}(T_a) := \left[1.926 \cdot 10^{-7} \cdot \left(\frac{T_a}{K} \right)^3 - 6.098 \cdot 10^{-4} \cdot \left(\frac{T_a}{K} \right)^2 + 0.681 \cdot \left(\frac{T_a}{K} \right) + 866.375 \right] \cdot \frac{J}{kg \cdot K}$$

- La constante del gas a usar en la ecuación de estado es: $R_{g_a} = 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
- El cociente de calores específicos del aire $\gamma_a(T_a)$ se calculará como sigue:

$$\gamma_a(T_a) := \frac{C_{p_a}(T_a)}{C_{p_a}(T_a) - R_{g_a}}$$

Propiedades del combustible (Gas Natural):

- Poder calorífico inferior: $L_i = 42 \text{ MJ}/\text{kg}$
- Relación Aire Combustible estequiométrica: $RAC_{eGN} = 14,5$

Propiedades de los productos de la combustión: Para calcular las propiedades de los productos de combustión en cada condición que se necesite, se empleará el siguiente modelo:

- Se consideran Gas Ideal:

$$\rho_p(p_p, T_p) := \frac{p_p}{R_{g_p} \cdot T_p}$$

- A su paso por cada componente de la planta se considerarán propiedades constantes, iguales a las calculadas a la entrada del mismo.

- La constante del gas a usar en la ecuación de estado es: $R_{g_p} = 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

- Su cociente de calores específicos $\gamma_p(T_p)$ se calculará como sigue: $\gamma_p(T_p) := \gamma_a(T_p) - 0.045 \cdot FR_{estim, \mu TG}$

Se requiere para ello una estimación del dosado de operación de la μTG calculado a partir de un valor asimismo estimado de la RAC :

$$RAC_{estim} := 90$$

$$FR_{estim, \mu TG} := \frac{RAC_{eGN}}{RAC_{estim}} = 0.161$$

- Para calcular el valor del calor específico C_{p_p} [J/(kg·K)] a presión constante se empleará la siguiente expresión, donde la temperatura ha de introducirse en [K]:

$$C_{p_p}(T_p) := \frac{\gamma_p(T_p)}{\gamma_p(T_p) - 1} \cdot R_{g_p}$$

Con el propósito de determinar las propiedades del gas a su paso por la mTG para describir en detalle su ciclo de trabajo, proceda como sigue:



CICLOS DE TURBINAS DE GAS

- Objetivos
- Nomenclatura
- Configuraciones, procesos y modelos
- Ciclos reversibles
- Rendimiento de componentes
- Ciclos húmedos
- Tipos de TGs
- Operación de TGs
- Conclusiones
- Anexos
- 11. Ejercicios**
- Autoevaluación
- Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA

11.- Ejercicios propuestos [volver](#)

Ejercicio I (cont.)

1. Determine las propiedades termodinámicas del fluido a la entrada y a la salida de la planta:

Las condiciones de entrada coinciden con las ambiente. No se considera pérdida de carga en la toma:

$$T_1 := T_0 \quad \theta := \frac{T_4}{T_1} = 4.581 \quad p_1 := p_0 \quad \rho_1 := \rho_a(p_1, T_1) \quad \boxed{T_1 = 288.15 \text{ K}} \quad \boxed{p_1 = 1.013 \cdot \text{bar}} \quad \boxed{\rho_1 = 1.225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

Para calcular las condiciones de salida (productos de la combustión) no se considera contrapresión del sistema de evacuación o chimenea de escape:

$$T_6 := T_{\text{esc}} \quad T_6 = 579.15 \text{ K} \quad p_6 := p_0 \quad \rho_6 := \rho_p(p_6, T_6) \quad \boxed{T_6 = 579.15 \text{ K}} \quad \boxed{p_6 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}} \quad \boxed{\rho_6 = 0.609 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

2. Determine las presiones en el resto de puntos del ciclo y la relación de presión de la turbina:

$$p_2 := p_1 \cdot \Pi_{\text{TG}} \quad \boxed{p_2 = 2.532 \times 10^5 \text{ Pa}} \quad p_4 := p_3 \cdot (1 - C_{\Delta p_{\text{cc}}}) \quad \boxed{p_4 = 2.407 \times 10^5 \text{ Pa}} \quad \Pi_t := \frac{p_4}{p_5} \quad \boxed{\Pi_t = 2.305}$$

$$p_3 := p_2 \cdot (1 - C_{\Delta p_{\text{reg}}}) \quad \boxed{p_3 = 2.457 \times 10^5 \text{ Pa}} \quad p_5 := \frac{p_6}{1 - C_{\Delta p_{\text{reg}}}} \quad \boxed{p_5 = 1.044 \times 10^5 \text{ Pa}}$$

Nótese que la relación de presión en la turbina es diferente a la del compresor debido a las pérdidas de carga inherentes a los otros componentes (regenerador y cámara de combustión).

3. Estimando para el compresor y para la turbina de la μTG los siguientes rendimientos politrópicos, calcule los rendimientos isoentrópicos de compresor y de turbina:

$$\eta_{\text{cp}} := 0.8 \quad \eta_{\text{tp}} := 0.7 \quad r_{\text{Tc}} := \Pi_{\text{TG}} \frac{\gamma_a(T_1) - 1}{\gamma_a(T_1)} \quad r_{\text{Tc}} = 1.295 \quad \eta_{\text{c}} := \frac{r_{\text{Tc}} - 1}{\frac{\gamma_a(T_1) - 1}{\Pi_{\text{TG}} \gamma_a(T_1) \eta_{\text{cp}} - 1}} \quad \boxed{\eta_{\text{c}} = 0.773}$$

$$r_{\text{Tt}} := \Pi_t \frac{\gamma_p(T_4) - 1}{\gamma_p(T_4)} \quad r_{\text{Tt}} = 1.228 \quad \eta_{\text{t}} := \frac{1 - \Pi_t}{1 - \frac{1}{r_{\text{Tt}}}} \quad \boxed{\eta_{\text{t}} = 0.721}$$



CICLOS DE TURBINAS DE GAS

1. Objetivos
2. Nomenclatura
3. Configuraciones, procesos y modelos
4. Ciclos reversibles
5. Rendimiento de componentes
6. Ciclos húmedos
7. Tipos de TGs
8. Operación de TGs
9. Conclusiones
10. Anexos
11. Ejercicios
12. Autoevaluación
13. Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA



11.- Ejercicios propuestos [volver](#)

Ejercicio I (cont.)

4. Calcule las propiedades termodinámicas del aire a la salida del compresor:

$$T_2 := T_1 \cdot \left[1 + \frac{(r_{Tc} - 1)}{\eta_c} \right] \quad p_2 := p_1 \cdot \Pi_{TG} \quad \rho_2 := \rho_a(p_2, T_2)$$

$$T_2 = 125.004 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$p_2 = 2.532 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\rho_2 = 2.216 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

5. Determine las propiedades termodinámicas del fluido a la salida de la turbina:

$$T_5 := T_4 \cdot \left[1 - \eta_t \cdot \left(1 - \frac{1}{r_{Tt}} \right) \right] \quad \rho_5 := \rho_p(p_5, T_5)$$

$$T_5 = 869.768 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$p_5 = 1.044 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\rho_5 = 0.318 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

6. Calcule las propiedades termodinámicas del aire a la entrada de la cámara de combustión y la eficiencia del regenerador:

Si se desprecian las pérdidas de calor del regenerador hacia el ambiente, un balance de energía en el mismo proporciona el modo de calcular la temperatura de salida del aire T_3 :

$$T_3 := T_2 + \left(1 + \frac{1}{\text{RAC}_{\text{estim}}} \right) \cdot \frac{C_{pp}(T_5)}{C_{pa}(T_2)} \cdot (T_5 - T_6) = 1.023 \times 10^3 \text{ K} \quad \rho_3 := \rho_a(p_3, T_3)$$

$$T_3 = 749.86 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$p_3 = 2.457 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\rho_3 = 0.837 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Un cálculo simplificado considerando la misma capacidad térmica de flujo para ambos lados del regenerador daría lo siguiente:

$$T_{3\text{simple}} := T_5 - (T_6 - T_2) = 961.922 \text{ K}$$

$$T_{3\text{simple}} = 688.772 \cdot ^\circ\text{C}$$

Como se ve, la diferencia en la temperatura de salida del aire es considerable, por lo que no es conveniente hacer esta simplificación.

CICLOS DE TURBINAS DE GAS

1. Objetivos
2. Nomenclatura
3. Configuraciones, procesos y modelos
4. Ciclos reversibles
5. Rendimiento de componentes
6. Ciclos húmedos
7. Tipos de TGs
8. Operación de TGs
9. Conclusiones
10. Anexos
11. Ejercicios
12. Autoevaluación
13. Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA



11.- Ejercicios propuestos [volver](#)

Ejercicio I (cont.)

De modo que el cálculo de la eficiencia del regenerador debe hacerse como sigue:

$$m_a := m_p \cdot \frac{RAC_{estim}}{RAC_{estim} + 1}$$

$$m_a = 0.297 \frac{kg}{s}$$

$$C_a := m_a \cdot C_{pa} \left(\frac{T_2 + T_3}{2} \right) = 329.78 \cdot \frac{W}{K}$$

$$m_p = 0.3 \frac{kg}{s}$$

$$C_p := m_p \cdot C_{pp} \left(\frac{T_5 + T_6}{2} \right) = 342.496 \cdot \frac{W}{K}$$

$$C_{max} := \max(C_a, C_p)$$

$$C_{min} := \min(C_a, C_p)$$

$$\epsilon_r := \frac{C_a \cdot (T_3 - T_2)}{C_{min} \cdot (T_5 - T_2)} = 0.839$$

$$T_6 - T_2 = 180.996 K$$

$$T_5 - T_3 = 119.908 K$$

7. Calcule las propiedades termodinámicas del fluido a la salida de la cámara de combustión y represente la evolución de todas las propiedades termodinámicas a lo largo del ciclo:

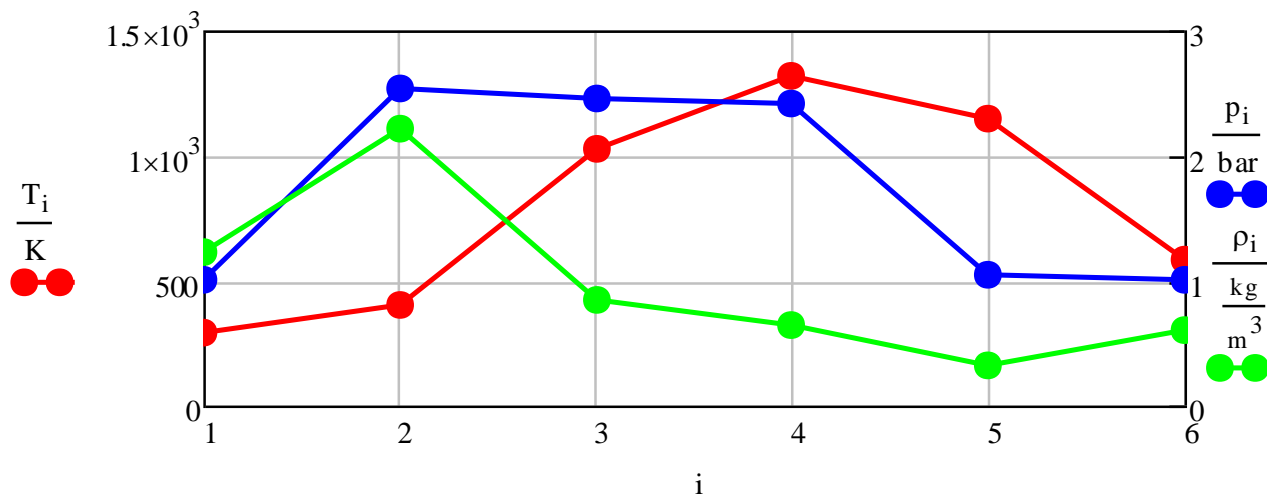
Solamente falta por determinar la densidad a la salida de la cámara de combustión:

$$\rho_4 := \rho_p(p_4, T_4)$$

$$T_4 = 1.047 \times 10^3 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$p_4 = 2.407 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\rho_4 = 0.635 \frac{kg}{m^3}$$



CICLOS DE TURBINAS DE GAS

- Objetivos
- Nomenclatura
- Configuraciones, procesos y modelos
- Ciclos reversibles
- Rendimiento de componentes
- Ciclos húmedos
- Tipos de TGs
- Operación de TGs
- Conclusiones
- Anexos
- 11. Ejercicios**
- Autoevaluación
- Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA

11.- Ejercicios propuestos volver

Ejercicio I (cont.)

8. Calcule el trabajo específico obtenido de la turbina, el suministrado al compresor y el trabajo específico neto de la μ TG, así como la potencia entregada en el eje de la misma:

$$\omega_t := C_{pP} \left(\frac{T_4 + T_5}{2} \right) \cdot (T_4 - T_5)$$

$$\omega_t = 0.205 \cdot \frac{10^6 \cdot \text{J}}{\text{kg}}$$

$$\omega_c := C_{pA} \left(\frac{T_1 + T_2}{2} \right) \cdot (T_2 - T_1)$$

$$\omega_c = 0.114 \cdot \frac{10^6 \cdot \text{J}}{\text{kg}}$$

$$\omega_{nTG} := \omega_t - \frac{RAC_{estim}}{RAC_{estim} + 1} \cdot \omega_c$$

$$\omega_{nTG} = 0.092 \cdot \frac{10^6 \cdot \text{J}}{\text{kg}}$$

$$W_{nTG} := \omega_{nTG} \cdot m_p$$

$$W_{nTG} = 27.741 \cdot \text{kW}$$

9. Si el rendimiento de la combustión es $\eta_{comb} = 0,98$, calcule el consumo de combustible y la RAC (Relación Aire / Combustible) con la que opera la μ TG:

$$q_{cc} := C_{pP} \left(\frac{T_3 + T_4}{2} \right) \cdot (T_4 - T_3)$$

$$q_{cc} = 0.343 \cdot \frac{10^6 \cdot \text{J}}{\text{kg}}$$

$$Q_{cc} := q_{cc} \cdot m_p$$

$$Q_{cc} = 102.959 \cdot \text{kW}$$

$$m_c := \frac{Q_{cc}}{L_i \cdot \eta_{comb}}$$

$$m_c = 2.501 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$RAC_{\mu TG} := \frac{m_p}{m_c} - 1 = 118.932$$

Aunque este valor parece muy elevado, es necesario tener en cuenta el aire de dilución. Al respecto, en [4] se indica lo siguiente: “Debe mantenerse la combustión en el seno de una corriente de aire que se mueve a una velocidad alta del orden de 30 a 60 m/s, requiriéndose un funcionamiento estable a lo largo de un amplio margen de relaciones combustible/aire, desde plena carga a condiciones de marcha en vacío. La relación combustible/aire puede variar desde alrededor de 60:1 hasta 120:1 en turbinas de gas simples y desde 100:1 hasta 200:1 si se utiliza un cambiador de calor. La elevada dilución que estas cifras implican resulta necesaria para satisfacer el primer requisito.” El primer requisito al que se refiere es el siguiente: “El nivel de temperatura de los gases después de la combustión debe ser comparativamente bajo, como conviene a los materiales altamente solicitados de la turbina.”

El dosado relativo que le corresponde a ese valor de RAC es el siguiente:

$$FR_{\mu TG} := \frac{RAC_{eGN}}{RAC_{\mu TG}} = 0.122$$



CICLOS DE TURBINAS DE GAS

1. Objetivos
2. Nomenclatura
3. Configuraciones, procesos y modelos
4. Ciclos reversibles
5. Rendimiento de componentes
6. Ciclos húmedos
7. Tipos de TGs
8. Operación de TGs
9. Conclusiones
10. Anexos
11. Ejercicios
12. Autoevaluación
13. Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA

11.- Ejercicios propuestos [volver](#)

Ejercicio I (cont.)

10. Sabiendo que el rendimiento del generador eléctrico es $\eta_{gen} = 0,95$ calcule el rendimiento de la μ TG, así como potencia y rendimiento eléctricos:

- Rendimiento de la μ TG: $\eta_{\mu TG} := \frac{W_{nTG}}{m_c \cdot L_i}$ $\eta_{\mu TG} = 0.264$
- Potencia eléctrica producida: $W_{e\mu TG} := W_{nTG} \cdot \eta_{gen}$ $W_{e\mu TG} = 26.354 \cdot kW$
- Rendimiento eléctrico: $\eta_{electrico} := \eta_{\mu TG} \cdot \eta_{gen}$ $\eta_{electrico} = 0.251$

A efectos de comprobación de la validez de los cálculos efectuados, compárelos con los siguientes datos, obtenidos del catálogo de una microturbina regenerativa para cogeneración de las mismas características (relación de presión, gasto másico de gases de escape, temperatura de escape y rendimiento del generador eléctrico) que la estudiada aquí:

- Rendimiento de la μ TG (de catálogo): $\eta_{\mu TGcat} = 0.263$
- Potencia eléctrica producida (de catálogo): $W_{e\mu TGcat} := 26 \cdot kW$
- Rendimiento eléctrico (de catálogo): $\eta_{\mu TGcat} = 0.263$



CICLOS DE TURBINAS DE GAS

- Objetivos
- Nomenclatura
- Configuraciones, procesos y modelos
- Ciclos reversibles
- Rendimiento de componentes
- Ciclos húmedos
- Tipos de TGs
- Operación de TGs
- Conclusiones
- Anexos
- 11. Ejercicios**
- Autoevaluación
- Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas

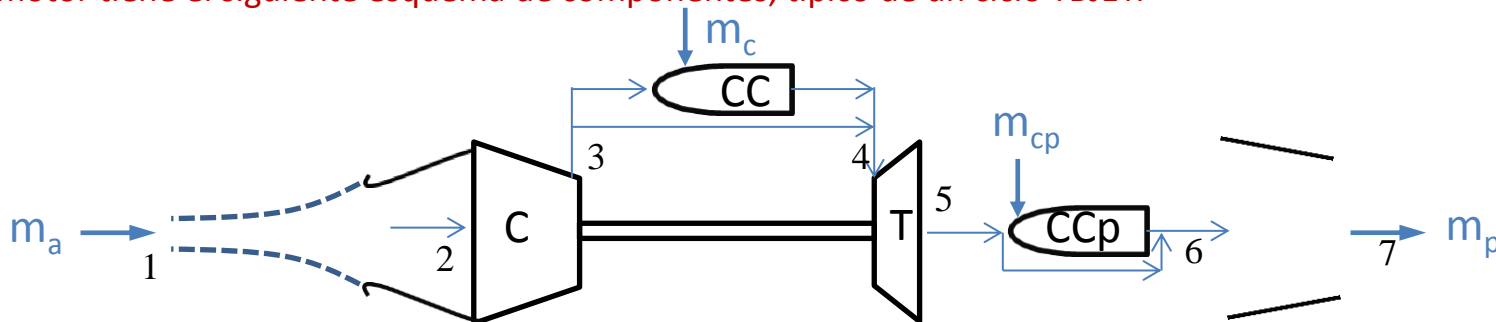


MOTORES DE
COMBUSTIÓN
INTERNA



11.- Ejercicios propuestos [volver](#)

Ejercicio II.- Se pretende describir el comportamiento de un aerorreactor equipado con un sistema de postcombustión para incrementar su empuje, en aplicaciones de propulsión de una aeronave. Dicho motor tiene el siguiente esquema de componentes, típico de un ciclo TBJET:



Para ese propósito se elaborará un modelo termodinámico del cual se calcularán las propiedades termodinámicas, estáticas y de remanso, de todos los puntos del ciclo, indicados en la figura. A partir de dichos valores se deducirán los de determinados parámetros de actuaciones como el empuje y los rendimientos propulsivo, térmico y global.

Se dispone de los siguientes datos del motor:

- Velocidad de vuelo: $V_1 = 200 \text{ m/s}$
- Gasto másico de gases de aire: $\dot{m}_a = 200 \text{ kg/s}$
- Coeficiente de presión de la difusión en la toma (incluye la difusión exterior): $C_{prd} = 0,5$
- Rendimiento de la difusión en la toma (incluye la difusión exterior): $\eta_d = 0,93$
- Relación de presión de remanso del compresor: $\Pi_{tc} = 30$
- Pérdida de carga en la cámara de combustión principal: $C_{\Delta pcc} = (p_3 - p_4)/p_3 = 0,03$
- Rendimiento de la combustión principal: $\eta_{cc} = 0,98$
- Rendimiento mecánico del generador de gases (conjunto compresor – turbina): $\eta_{mgg} = 0,99$
- Temperatura de entrada a la turbina: $T_4 = 1300 \text{ K}$
- Pérdida de carga en la cámara de postcombustión: $C_{\Delta ppc} = (p_5 - p_6)/p_5 = 0,02$
- Temperatura de entrada a la tobera con postcombustión activada: $T_{6p} = 1400 \text{ K}$
- Rendimiento de combustión del postcombustor: $\eta_{ccp} = 0,98$
- Rendimiento de la tobera propulsiva: $\eta_p = 0,95$
- Condiciones ambiente para el aire de admisión al motor, correspondientes a una altura de vuelo de 5000 m en atmósfera estándar: $T_0 = 256 \text{ K}; p_0 = 0,541 \text{ bar}$

CICLOS DE TURBINAS DE GAS

- Objetivos
- Nomenclatura
- Configuraciones, procesos y modelos
- Ciclos reversibles
- Rendimiento de componentes
- Ciclos húmedos
- Tipos de TGs
- Operación de TGs
- Conclusiones
- Anexos
- 11. Ejercicios**
- Autoevaluación
- Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA

11.- Ejercicios propuestos volver

Ejercicio II (cont.)

Propiedades del aire: Para calcular las propiedades del aire en cada condición que se necesite, se empleará el siguiente modelo:

- El aire se considera Gas Ideal: $\rho_a(p_a, T_a) := \frac{p_a}{R_{g_a} \cdot T_a}$

- A su paso por cada componente de la planta se considerarán propiedades constantes, iguales a las calculadas a la entrada del mismo.
- Para calcular el valor del calor específico C_{p_a} [J/(kg·K)] a presión constante se empleará la siguiente expresión, donde la temperatura ha de introducirse en K:

$$C_{p_a}(T_a) := \left[1.926 \cdot 10^{-7} \cdot \left(\frac{T_a}{K} \right)^3 - 6.098 \cdot 10^{-4} \cdot \left(\frac{T_a}{K} \right)^2 + 0.681 \cdot \left(\frac{T_a}{K} \right) + 866.375 \right] \cdot \frac{J}{kg \cdot K}$$

- La constante del gas a usar en la ecuación de estado es: $R_{g_a} = 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
- El cociente de calores específicos del aire $\gamma_a(T_a)$ se calculará como sigue:

$$\gamma_a(T_a) := \frac{C_{p_a}(T_a)}{C_{p_a}(T_a) - R_{g_a}}$$

Propiedades del combustible (Keroseno de aviación tipo Jet A-1):

- Poder calorífico inferior: $L_i = 42,8 \text{ MJ}/\text{kg}$
- Relación Aire Combustible estequiométrica: $RAC_e = 14,5$

Propiedades de los productos de la combustión: Para calcular las propiedades de los productos de combustión en cada condición que se necesite. se empleará el siguiente modelo:

- Se consideran Gas Ideal: $\rho_p(p_p, T_p) := \frac{p_p}{R_{g_p} \cdot T_p}$

- A su paso por cada componente de la planta se considerarán propiedades constantes, iguales a las calculadas a la entrada del mismo.
- La constante del gas a usar en la ecuación de estado es: $R_{g_p} = 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
- Su cociente de calores específicos $\gamma_p(T_p)$ se calculará como sigue: $\gamma_p(T_p) := \gamma_a(T_p) - 0.045 \cdot FR_{estim}$

Se requiere para ello una estimación del dosado de operación del motor calculado a partir de un valor asimismo estimado de la RAC :

$$RAC_{estim} := 70$$

$$FR_{estim} := \frac{RAC_e}{RAC_{estim}} = 0.207$$



CICLOS DE TURBINAS DE GAS

- Objetivos
- Nomenclatura
- Configuraciones, procesos y modelos
- Ciclos reversibles
- Rendimiento de componentes
- Ciclos húmedos
- Tipos de TGs
- Operación de TGs
- Conclusiones
- Anexos
- 11. Ejercicios**
- Autoevaluación
- Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA

11.- Ejercicios propuestos volver

Ejercicio II (cont.)

Propiedades de los productos de la combustión (cont.):

- Para calcular el valor del calor específico C_{p_p} [J/(kg · K)] a presión constante se empleará la siguiente expresión, donde la temperatura ha de introducirse en K:

$$C_{p_p}(T_p) := \frac{\gamma_p(T_p)}{\gamma_p(T_p) - 1} \cdot R_{g_p}$$

A lo largo del ejercicio se emplean repetidamente las siguientes expresiones, que permiten calcular las propiedades de remanso, y otras relacionadas con ellas. En los apartados del ejercicio se muestran de forma abreviada, dándose aquí su definición detallada:

Velocidad del sonido del aire: $a_a(T_a) := \sqrt{\gamma_a(T_a) \cdot R_{g_a} \cdot T_a}$

Número del Mach del flujo de aire: $M_a(V_a, T_a) := \frac{V_a}{a_a(T_a)}$

Variables de remanso del aire:

$$T_{ta}(T_a, V_a) := T_a \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \cdot (\gamma_a(T_a) - 1) \cdot M_a(V_a, T_a)^2 \right]$$

$$P_{ta}(P_a, T_a, V_a) := P_a \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \cdot (\gamma_a(T_a) - 1) \cdot M_a(V_a, T_a)^2 \right]^{\frac{\gamma_a(T_a)}{\gamma_a(T_a) - 1}}$$

$$\rho_{ta}(\rho_a, T_a, V_a) := \rho_a \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \cdot (\gamma_a(T_a) - 1) \cdot M_a(V_a, T_a)^2 \right]^{\frac{1}{\gamma_a(T_a) - 1}}$$

Velocidad del sonido de los productos de la combustión: $a_p(T_p) := \sqrt{\gamma_p(T_p) \cdot R_{g_p} \cdot T_p}$

Número del Mach del flujo de productos de la combustión: $M_p(V_p, T_p) := \frac{V_p}{a_p(T_p)}$

Variables de remanso de los productos de la combustión:

$$T_{tp}(T_p, V_p) := T_p \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \cdot (\gamma_p(T_p) - 1) \cdot M_p(V_p, T_p)^2 \right]$$

$$P_{tp}(P_p, T_p, V_p) := P_p \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \cdot (\gamma_p(T_p) - 1) \cdot M_p(V_p, T_p)^2 \right]^{\frac{\gamma_p(T_p)}{\gamma_p(T_p) - 1}}$$

$$\rho_{tp}(\rho_p, T_p, V_p) := \rho_p \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \cdot (\gamma_p(T_p) - 1) \cdot M_p(V_p, T_p)^2 \right]^{\frac{1}{\gamma_p(T_p) - 1}}$$



CICLOS DE TURBINAS DE GAS

- Objetivos
- Nomenclatura
- Configuraciones, procesos y modelos
- Ciclos reversibles
- Rendimiento de componentes
- Ciclos húmedos
- Tipos de TGs
- Operación de TGs
- Conclusiones
- Anexos
- Ejercicios**
- Autoevaluación
- Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA

11.- Ejercicios propuestos volver

Ejercicio II (cont.)

Con el propósito de determinar las propiedades del gas a su paso por el aerorreactor, para describir en detalle su ciclo de trabajo, proceda como sigue:

1.- Determine las propiedades termodinámicas estáticas y de remanso del fluido, antes de entrar en el aerorreactor, referidas a un sistema de referencia ligado al mismo:

Las variables estáticas de entrada coinciden con las condiciones ambiente:

$$T_1 := T_0 \quad \theta := \frac{T_4}{T_1} = 5.084 \quad p_1 := p_0 \quad \rho_1 := \rho_a(p_1, T_1) \quad a_1 := a_a(T_1)$$

$$T_1 = 255.7 \text{ K}$$

$$p_1 = 0.54 \cdot \text{bar}$$

$$\rho_1 = 0.737 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$a_1 = 320.572 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Las variables de remanso, y las relacionadas con ellas son las siguientes:

$$V_1 = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad M_1 := M_a(V_1, T_1) \quad T_{t_1} := T_{ta}(T_1, V_1) \quad p_{t_1} := p_{ta}(p_1, T_1, V_1) \quad \rho_{t_1} := \rho_{ta}(\rho_1, T_1, V_1)$$

$$T_{t_1} = 275.623 \text{ K}$$

$$p_{t_1} = 0.703 \cdot \text{bar}$$

$$\rho_{t_1} = 0.888 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$V_1 = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$M_1 = 0.624$$

Suponiendo flujo unidimensional en cada sección del motor **se puede estimar** el área de paso de fluido en cada una de ellas:

$$A_1 := \frac{m_a}{\rho_1 \cdot V_1}$$

$$A_1 = 1.358 \text{ m}^2$$



CICLOS DE TURBINAS DE GAS

1. Objetivos
2. Nomenclatura
3. Configuraciones, procesos y modelos
4. Ciclos reversibles
5. Rendimiento de componentes
6. Ciclos húmedos
7. Tipos de TGs
8. Operación de TGs
9. Conclusiones
10. Anexos
- 11. Ejercicios**
12. Autoevaluación
13. Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA

11.- Ejercicios propuestos volver

Ejercicio II (cont.)

2.- Determine las propiedades estáticas y de remanso a la entrada del compresor, así como la velocidad de entrada al mismo:

De la definición del coeficiente de presión del difusor se obtiene la presión estática en dicho punto, e incluyendo la del rendimiento de la difusión, se calcula la presión de remanso a la entrada del compresor. El balance de energía en el difusor da como resultado la conservación de la entalpía de remanso, y con ello la de la correspondiente temperatura de remanso.

La velocidad se obtiene a partir de su relación con el coeficiente de presión ideal, considerando despreciables las variaciones de densidad en el difusor, lo que permite calcular la temperatura estática.

$$p_2 := p_1 + C_{\text{prd}} \cdot p_{t_1} - p_1 \quad p_{t_2} := p_{t_1} - (1 - \eta_d) \cdot p_{t_1} - p_1 \quad T_{t_2} := T_{t_1} \quad C_{\text{prid}} := \frac{C_{\text{prd}}}{\eta_d} = 0.538 \quad V_2 := V_1 \cdot \sqrt{1 - C_{\text{prid}}}$$

Lo que permite calcular la temperatura estática: $T_2 := T_{t_2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{(V_2)^2}{C_{p_a}(T_1)}$

Y con ello el resto de propiedades estáticas y de remanso:

$$\rho_2 := \rho_a(p_2, T_2) \quad a_2 := a_a(T_2) \quad M_2 := M_a(V_2, T_2) \quad \rho_{t_2} := \rho_{ta}(\rho_2, T_2, V_2)$$

$$T_2 = 266.411 \text{ K}$$

$$p_2 = 0.622 \cdot \text{bar}$$

$$\rho_2 = 0.813 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$a_2 = 326.938 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{t_2} = 275.623 \text{ K}$$

$$p_{t_2} = 0.691 \cdot \text{bar}$$

$$\rho_{t_2} = 0.885 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$V_2 = 135.995 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$M_2 = 0.416$$

Y con la hipótesis de flujo unidimensional:

$$A_2 := \frac{m_a}{\rho_2 \cdot V_2}$$

$$A_2 = 1.809 \text{ m}^2$$



CICLOS DE TURBINAS DE GAS

1. Objetivos
2. Nomenclatura
3. Configuraciones, procesos y modelos
4. Ciclos reversibles
5. Rendimiento de componentes
6. Ciclos húmedos
7. Tipos de TGs
8. Operación de TGs
9. Conclusiones
10. Anexos
- 11. Ejercicios**
12. Autoevaluación
13. Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA

11.- Ejercicios propuestos *volver*

Ejercicio II (cont.)

3.- Determine el rendimiento isoentrópico del compresor así como las propiedades estáticas y de remanso a su salida. Considere que la velocidad axial a la salida del compresor se mantiene en un valor similar al de la entrada. Calcule también el trabajo específico del compresor. Considere que el rendimiento politrópico del compresor vale $\eta_{cp} = 0,895$.

$$T_{t3} := T_{t2} \cdot \left[1 + \frac{(r_{Ttc} - 1)}{\eta_c} \right]$$

$$r_{Ttc} := \Pi_{tc}^{\frac{\gamma_a(T_2)-1}{\gamma_a(T_2)}}$$

$$r_{Ttc} = 2.633$$

$$\eta_c := \frac{r_{Ttc} - 1}{\Pi_{tc}^{\frac{\gamma_a(T_2)-1}{\gamma_a(T_2) \cdot \eta_{cp}} - 1}}$$

$$\eta_c = 0.838$$

$$p_{t3} := p_{t2} \cdot \Pi_{tc}$$

$$\rho_{t3} := \rho_a \cdot p_{t3} \cdot T_{t3}$$

$$V_3 := V_2 \quad T_3 := T_{t3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{(V_3)^2}{C_{pa} \left(\frac{T_2 + T_{t3}}{2} \right)}$$

$$a_3 := a_a(T_3) \quad M_3 := M_a(V_3, T_3)$$

$$p_3 := \frac{p_{t3}}{\left[1 + \frac{1}{2} \cdot (\gamma_a(T_3) - 1) \cdot M_a(V_3, T_3)^2 \right]^{\frac{\gamma_a(T_3)}{\gamma_a(T_3) - 1}}}$$

$$\rho_3 := \rho_a(p_3, T_3)$$

$$A_3 := \frac{m_a}{\rho_3 \cdot V_3}$$

$$A_3 = 0.17 \text{ m}^2$$

$$T_3 = 804.6 \text{ K}$$

$$p_3 = 19.93 \cdot \text{bar}$$

$$\rho_3 = 8.631 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$a_3 = 557.221 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{t3} = 813.111 \text{ K}$$

$$p_{t3} = 20.74 \cdot \text{bar}$$

$$\rho_{t3} = 8.888 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$V_3 = 135.995 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$M_3 = 0.244$$

$$\omega_c := C_{pa} \left(\frac{T_2 + T_3}{2} \right) \cdot (T_{t3} - T_{t2})$$

$$\omega_c = 0.584 \cdot \frac{10^6 \cdot \text{J}}{\text{kg}}$$



CICLOS DE TURBINAS DE GAS

1. Objetivos
2. Nomenclatura
3. Configuraciones, procesos y modelos
4. Ciclos reversibles
5. Rendimiento de componentes
6. Ciclos húmedos
7. Tipos de TGs
8. Operación de TGs
9. Conclusiones
10. Anexos
11. Ejercicios
12. Autoevaluación
13. Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA

11.- Ejercicios propuestos volver

Ejercicio II (cont.)

6.- Mediante un balance de energía en el generador de gases (i.e. el conjunto compresor - turbina), determine las condiciones de salida y el trabajo específico de ésta última. Considere que las diferencias de velocidad entre la entrada y la salida de la turbina son pequeñas. Considere un rendimiento politrópico para la turbina de valor $\eta_{tp} = 0,89$

$$W_c := m_a \cdot \omega_c$$

$$W_t := \frac{W_c}{\eta_{mgs}}$$

$$m_p := m_a + m_c$$

$$\omega_t := \frac{W_t}{m_p}$$

$$\omega_t = 0.581 \cdot 10^6 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Si se desprecian variaciones de energía cinética entre la entrada y la salida de la turbina: $v_5 := v_4$

$$T_{t5} := T_{t4} - \frac{\omega_t}{C_{p,p}(T_{t4})}$$

$$T_5 := T_{t5} - \frac{1}{2} \cdot \frac{(v_5)^2}{C_{p,a} \left(\frac{T_4 + T_{t5}}{2} \right)}$$

$$a_5 := a_p(T_5) \quad M_5 := M_p(v_5, T_5)$$

Para calcular la variación de presión en la turbina es necesario conocer su rendimiento. Puede hacerse una estimación del mismo considerando para la misma una relación de presiones igual a la del compresor:

$$\Pi_{tc} = 30 \quad r_{Ttest} := \Pi_{tc} \quad r_{Ttest} = 2.327 \quad \eta_{test} := \frac{1 - \Pi_{tc} \cdot \frac{-\left(\gamma_p \left(\frac{T_4 + T_5}{2}\right) - 1\right) \cdot \eta_{tp}}{\gamma_p \left(\frac{T_4 + T_5}{2}\right)}}{1 - \frac{1}{r_{Ttest}}} \quad \eta_{test} = 0.927$$

Y ahora, a partir de la expresión del trabajo específico de la turbina, puede obtenerse su verdadera relación de presiones:

$$\Pi_{ttest} := \left(1 - \frac{\omega_t}{C_{p,p}(T_{t4}) \cdot \eta_{test} \cdot T_{t4}} \right)^{\frac{-\gamma_p \left(\frac{T_4 + T_5}{2}\right)}{\gamma_p \left(\frac{T_4 + T_5}{2}\right) - 1}} \quad \Pi_{ttest} = 8.151$$



CICLOS DE TURBINAS DE GAS

1. Objetivos
2. Nomenclatura
3. Configuraciones, procesos y modelos
4. Ciclos reversibles
5. Rendimiento de componentes
6. Ciclos húmedos
7. Tipos de TGs
8. Operación de TGs
9. Conclusiones
10. Anexos
11. Ejercicios
12. Autoevaluación
13. Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA

11.- Ejercicios propuestos [volver](#)

Ejercicio II (cont.)

En vista de la diferente relación de presiones de compresor y de turbina, debe recalcularse el rendimiento de la turbina y su relación de presiones:

$$r_{Tt} := \frac{\gamma_p \left(\frac{T_4 + T_5}{2} \right)^{-1}}{\gamma_p \left(\frac{T_4 + T_5}{2} \right)} \quad r_{Tt} = 1.684$$

$$\eta_t := \frac{1 - \Pi_{ttest}}{1 - \frac{1}{r_{Tt}}} \quad \eta_t = 0.914$$

$$\Pi_{tt} := \left(1 - \frac{\omega_t}{C_{pp}(T_4) \cdot \eta_t \cdot T_{t4}} \right) \quad \Pi_{tt} = 8.476$$

$$p_{t5} := \frac{p_{t4}}{\Pi_{tt}}$$

Con lo que ya pueden calcularse el resto de propiedades en la sección de salida de la turbina:

$$p_5 := \frac{p_{t5}}{\left[1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\gamma_p \left(\frac{T_4 + T_5}{2} \right) - 1 \right) \cdot M_p \left(v_5, \frac{T_4 + T_5}{2} \right)^2 \right]} \quad \rho_5 := \rho_p(p_5, T_5) \quad \rho_{t5} := \rho_{tp}(\rho_5, T_5, v_5)$$

$$A_5 := \frac{m_a}{\rho_5 \cdot v_5} \quad A_5 = 0.905 \text{ m}^2$$

$$T_5 = 801.931 \text{ K}$$

$$p_5 = 2.245 \text{ bar}$$

$$\rho_5 = 0.975 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$a_5 = 554.381 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{t5} = 824.585 \text{ K}$$

$$p_{t5} = 2.442 \text{ bar}$$

$$\rho_{t5} = 1.059 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$v_5 = 226.524 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$M_5 = 0.409$$



CICLOS DE TURBINAS DE GAS

1. Objetivos
2. Nomenclatura
3. Configuraciones, procesos y modelos
4. Ciclos reversibles
5. Rendimiento de componentes
6. Ciclos húmedos
7. Tipos de TGs
8. Operación de TGs
9. Conclusiones
10. Anexos
- 11. Ejercicios**
12. Autoevaluación
13. Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA

11.- Ejercicios propuestos [volver](#)

Ejercicio II (cont.)

7.- Considere en primer lugar la operación del aerorreactor en el caso de no operar la postcombustión. Determine las propiedades estáticas y de remanso a la salida de la tobera propulsiva, sabiendo que su área de salida variable está adaptada para esas condiciones de operación (i.e. la presión en la sección de salida coincide con la atmosférica). Calcule también el coeficiente de presión de la tobera propulsiva.

Si no hay postcombustión: $T_6 := T_5$ $p_6 := p_5$ $\rho_6 := \rho_5$ $V_6 := V_5$ $A_6 := \frac{m_a}{\rho_6 \cdot V_6}$

$T_{t6} := T_{t5}$ $p_{t6} := p_{t5}$ $\rho_{t6} := \rho_{t5}$ $a_6 := a_5$ $M_6 := M_5$

$$A_6 = 0.905 \text{ m}^2$$

Adaptando convenientemente el área de salida de la tobera: $p_7 := p_0$

El balance de energía en la tobera permite concluir que se conserva la temperatura de remanso: $T_{t7} := T_{t6}$

Aplicando la definición de η_p pueden calcularse la velocidad y la temperatura estática a la salida:

$$V_7 := \sqrt{2 \cdot C_{pP}(T_6) \cdot \eta_p \cdot T_{t6} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_7}{p_{t6}} \right)^{\frac{\gamma_p(T_6)-1}{\gamma_p(T_6)}} \right]}$$

$$T_7 := T_{t7} - \frac{1}{2} \cdot \frac{(V_7)^2}{C_{pP}(T_6)}$$

Y el resto de propiedades:

$$a_7 := a_p(T_7) \quad M_7 := \frac{V_7}{a_7} \quad \rho_7 := \rho_p(p_7, T_7) \quad \rho_{t7} := \rho_{tp}(p_7, T_7, V_7) \quad p_{t7} := p_{tp}(p_7, T_7, V_7)$$

$$T_7 = 577.622 \text{ K}$$

$$p_7 = 0.54 \cdot \text{bar}$$

$$\rho_7 = 0.326 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$a_7 = 472.476 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_7 = 751.304 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$A_7 := \frac{m_a}{\rho_7 \cdot V_7}$$

$$T_{t7} = 824.585 \text{ K}$$

$$p_{t7} = 2.218 \cdot \text{bar}$$

$$\rho_{t7} = 0.93 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$V_7 = 751.304 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$M_7 = 1.59$$

$$A_7 = 0.816 \text{ m}^2$$

Aplicando la definición de C_{pr_p} : $C_{pr_p} := \frac{p_6 - p_7}{p_{t6} - p_6}$ $C_{pr_p} = 8.645$



CICLOS DE TURBINAS DE GAS

1. Objetivos
2. Nomenclatura
3. Configuraciones, procesos y modelos
4. Ciclos reversibles
5. Rendimiento de componentes
6. Ciclos húmedos
7. Tipos de TGs
8. Operación de TGs
9. Conclusiones
10. Anexos
- 11. Ejercicios**
12. Autoevaluación
13. Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA

11.- Ejercicios propuestos [volver](#)

Ejercicio II (cont.)

Cálculos con tobera convergente bloqueada:

Si $M_7 > 1$ significa que necesitaríamos una tobera convergente-divergente para igualar la presión de salida con la ambiente (tobera adaptada). Cuando el motor dispone de una tobera convergente, la expansión sólo se produce hasta la presión crítica, que corresponde a $M_7 = 1$, procurando, mediante la variación de la sección de salida, que dicha condición se produzca en dicha sección de salida. Éste es el caso del problema que nos ocupa. Para describir lo que sucede, el primer paso es determinar la presión crítica a la salida (ver [Anexo II](#)). Si la tobera fuera reversible, i.e. con rendimiento igual a la unidad, la relación de expansión crítica valdría:

$$C_{expcritideal} := \left(\frac{\gamma_p(T_6) + 1}{2} \right)^{\frac{\gamma_p(T_6)}{\gamma_p(T_6) - 1}} \quad C_{expcritideal} = 1.854 \quad P_{critideal_7} := \frac{P_{t_6}}{C_{expcritideal}} \quad P_{critideal_7} = 1.317 \cdot \text{bar}$$

Las irreversibilidades en la tobera retrasan la criticidad:

$$C_{expcritareal} := \frac{1}{\left[1 - \frac{1}{\eta_p} \cdot \frac{(\gamma_p(T_6) - 1)}{(\gamma_p(T_6) + 1)} \right]^{\frac{\gamma_p(T_6)}{(\gamma_p(T_6) - 1)}}} \quad C_{expcritareal} = 1.92 \quad P_{creal_7} := \frac{P_{t_6}}{C_{expcritareal}} \quad P_{creal_7} = 1.271 \cdot \text{bar}$$

Esta situación requiere recalcular las condiciones de salida, correspondientes a la tobera convergente bloqueada:

$$P_7 := P_{creal_7} \quad T_{t_7} := T_{t_6}$$

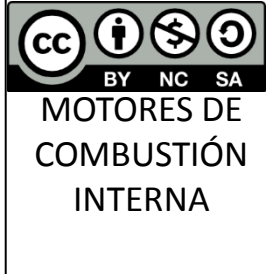
$$V_7 := \sqrt{2 \cdot C_{p_p}(T_6) \cdot \eta_p \cdot T_{t_6} \cdot \left[1 - \left(\frac{P_7}{P_{t_6}} \right)^{\frac{(\gamma_p(T_6) - 1)}{\gamma_p(T_6)}} \right]} \quad T_7 := T_{t_7} - \frac{1}{2} \cdot \frac{(V_7)^2}{C_{p_p} \left(\frac{T_6 + T_{t_6}}{2} \right)}$$



CICLOS DE TURBINAS DE GAS

1. Objetivos
2. Nomenclatura
3. Configuraciones, procesos y modelos
4. Ciclos reversibles
5. Rendimiento de componentes
6. Ciclos húmedos
7. Tipos de TGs
8. Operación de TGs
9. Conclusiones
10. Anexos
- 11. Ejercicios**
12. Autoevaluación
13. Bibliografía

Autores:
 P.A. Rodríguez
 A. Lecuona
 R. Ventas





11.- Ejercicios propuestos [volver](#)

Ejercicio II (cont.)

Y el resto de las propiedades estáticas y de remanso a la salida de la tobera:

$$a_7 := a_p(T_7) \quad M_7 := \frac{V_7}{a_7} \quad \rho_7 := \rho_p(p_7, T_7) \quad \rho_{t_7} := \rho_{tp}(\rho_7, T_7, V_7) \quad P_{t_7} := P_{tp}(p_7, T_7, V_7)$$

$$T_7 = 706.264 \text{ K}$$

$$p_7 = 1.271 \cdot \text{bar}$$

$$\rho_7 = 0.627 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$a_7 = 520.967 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_7 = 520.23 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{t_7} = 824.585 \text{ K}$$

$$p_{t_7} = 2.356 \cdot \text{bar}$$

$$\rho_{t_7} = 0.994 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$V_7 = 520.23 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$M_7 = 0.999$$

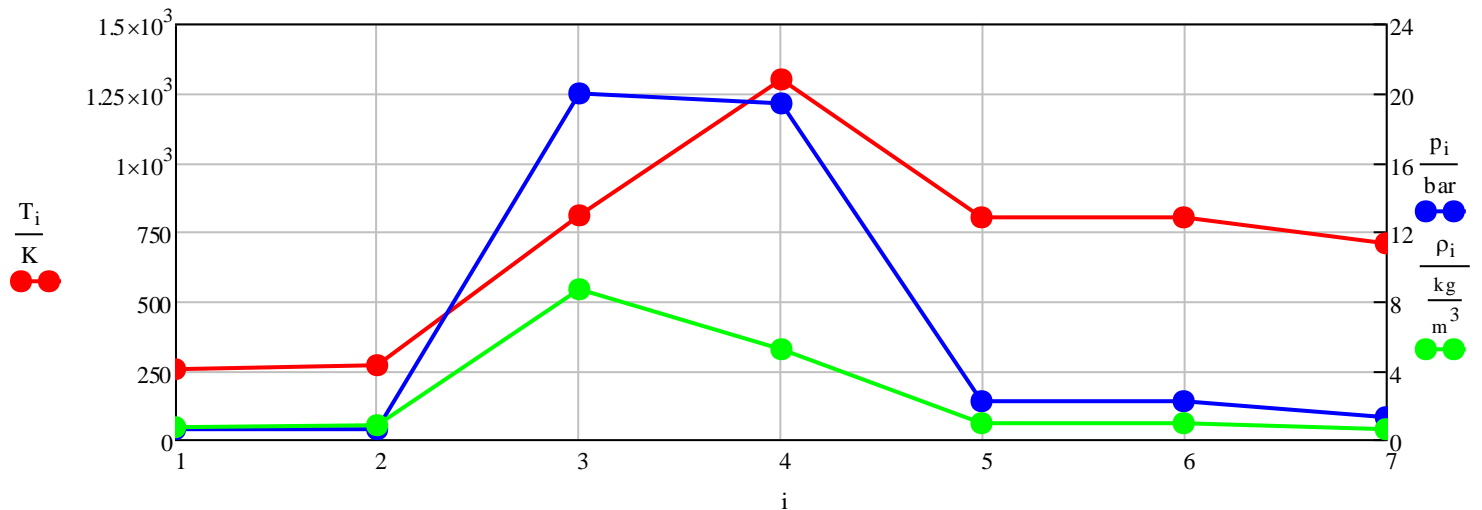
$$C_{pr_{pc}} := \frac{p_6 - p_7}{P_{t_6} - p_6}$$

$$C_{pr_{pc}} = 4.937$$

$$A_7 := \frac{m_p}{\rho_7 \cdot V_7}$$

$$A_7 = 0.621 \text{ m}^2$$

8.- Represente gráficamente las propiedades estáticas y de remanso del ciclo completo para el motor operando sin postcombustión.



CICLOS DE TURBINAS DE GAS

- Objetivos
- Nomenclatura
- Configuraciones, procesos y modelos
- Ciclos reversibles
- Rendimiento de componentes
- Ciclos húmedos
- Tipos de TGs
- Operación de TGs
- Conclusiones
- Anexos
- 11. Ejercicios**
- Autoevaluación
- Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA



11.- Ejercicios propuestos [volver](#)

Ejercicio II (cont.)

8.- Represente gráficamente las propiedades estáticas y de remanso del ciclo completo para el motor operando sin postcombustión.

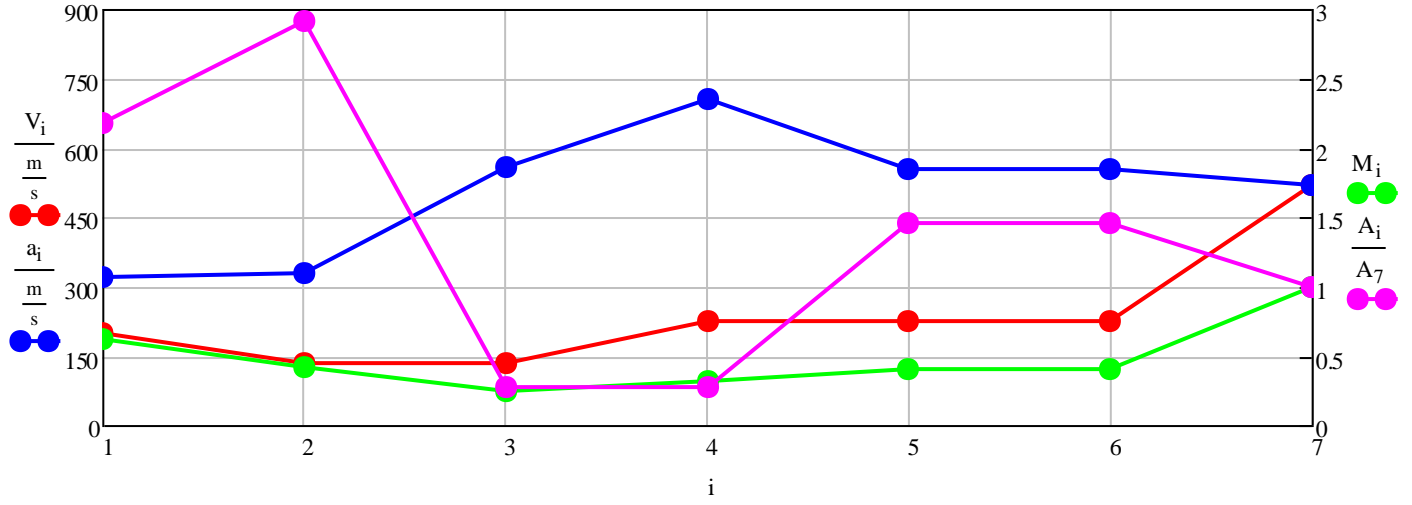
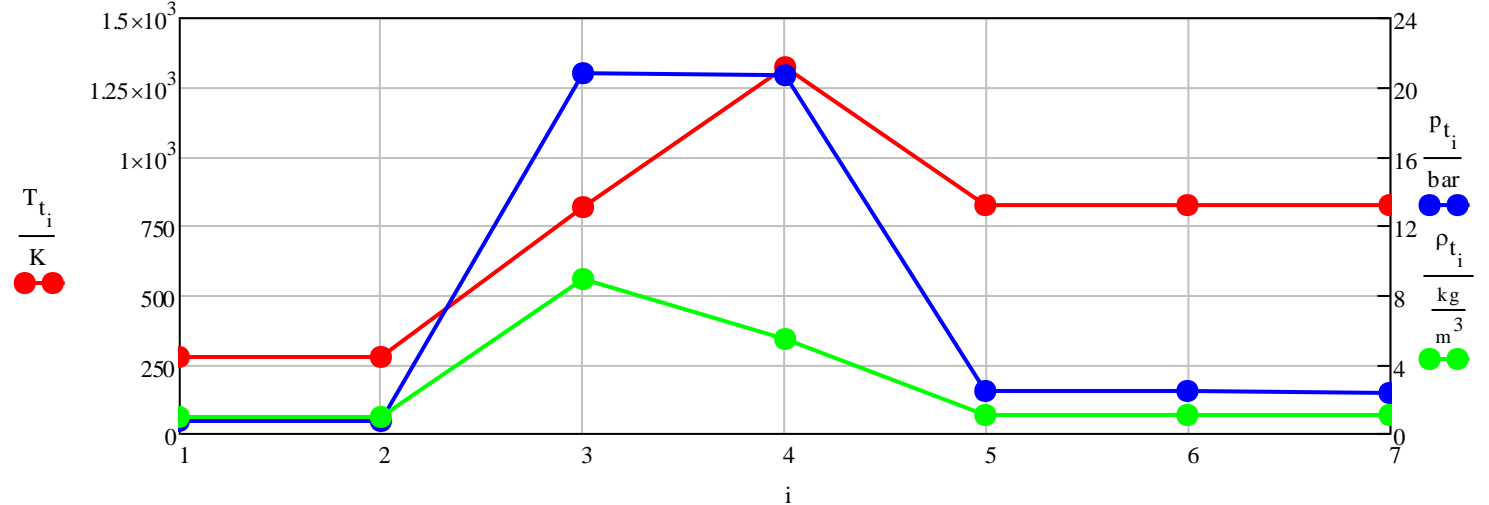
CICLOS DE TURBINAS DE GAS

1. Objetivos
2. Nomenclatura
3. Configuraciones, procesos y modelos
4. Ciclos reversibles
5. Rendimiento de componentes
6. Ciclos húmedos
7. Tipos de TGs
8. Operación de TGs
9. Conclusiones
10. Anexos
- 11. Ejercicios**
12. Autoevaluación
13. Bibliografía

Autores:
 P.A. Rodríguez
 A. Lecuona
 R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA





11.- Ejercicios propuestos [volver](#)

Ejercicio II (cont.)

9.- Calcule el empuje y la potencia propulsiva producidos por el aerorreactor así como los rendimientos propulsivo, térmico y global para el motor operando sin postcombustión.

Empuje y potencia:

$$E := m_p \cdot V_7 - m_a \cdot V_1 + A_7 \cdot (P_{c\text{real } 7} - P_0)$$

$$E = 1.109 \times 10^5 \text{ N}$$

$$W_{\text{prop}} := E \cdot V_1$$

$$W_{\text{prop}} = 2.219 \times 10^7 \text{ W}$$

$$A_7 \cdot (P_{c\text{real } 7} - P_0) = 4.543 \times 10^4 \text{ N}$$

Empuje específico:

$$E_s := \frac{E}{m_a}$$

$$E_s = 554.671 \cdot \frac{\text{N}}{\frac{\text{kg}}{\text{s}}}$$

$$E_s = 554.671 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Rendimientos:

- Rendimiento propulsivo:

$$\eta_{\text{prop}} := \frac{W_{\text{prop}}}{\frac{1}{2} \cdot [m_p \cdot (V_7)^2 - m_a \cdot (V_1)^2]}$$

$$\eta_{\text{prop}} = 0.946$$

- Rendimiento térmico:

$$\eta_{\text{ter}} := \frac{\left[\frac{1}{2} \cdot [m_p \cdot (V_7)^2 - m_a \cdot (V_1)^2] \right]}{Q_{\text{cc}}}$$

$$\eta_{\text{ter}} = 0.199$$

- Rendimiento global:

$$\eta_{\text{global}} := \eta_{\text{prop}} \cdot \eta_{\text{ter}}$$

$$\eta_{\text{global}} = 0.189$$

CICLOS DE TURBINAS DE GAS

- Objetivos
- Nomenclatura
- Configuraciones, procesos y modelos
- Ciclos reversibles
- Rendimiento de componentes
- Ciclos húmedos
- Tipos de TGs
- Operación de TGs
- Conclusiones
- Anexos
- 11. Ejercicios**
- Autoevaluación
- Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA



11.- Ejercicios propuestos volver

Ejercicio II (cont.)

10.- Considere ahora la operación del aerorreactor con postcombustión. Determine las propiedades estáticas y de remanso a la salida de la cámara de postcombustión.

Si hay postcombustión: $T_6 := T_{6p}$ $p_6 := p_5 \cdot (1 - C_{\Delta ppc})$ $\rho_6 := \rho_p(p_6, T_6)$

Consideramos que la sección transversal del conducto donde se realiza la postcombustión es uniforme a lo largo del mismo. Eso conduce a un incremento de la velocidad de los gases ya que su densidad disminuye:

$$V_6 := V_5 \cdot \frac{\rho_5}{\rho_6} \quad a_6 := a_p(T_6) \quad M_6 := \frac{V_6}{a_6} \quad T_{t6} := T_{tp}(T_6, V_6) \quad p_{t6} := p_{tp}(p_6, T_6, V_6) \quad \rho_{t6} := \rho_{tp}(p_6, T_6, V_6)$$

$$T_6 = 1.4 \times 10^3 \text{ K}$$

$$p_6 = 2.2 \cdot \text{bar}$$

$$\rho_6 = 0.547 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$a_6 = 728.838 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_6 = 403.533 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{t6} = 1.469 \times 10^3 \text{ K}$$

$$p_{t6} = 2.681 \cdot \text{bar}$$

$$\rho_{t6} = 0.636 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$V_6 = 403.533 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$M_6 = 0.554$$

$$A_6 := \frac{m_a}{\rho_6 \cdot V_6}$$

$$A_6 = 0.905 \text{ m}^2$$

11- Calcule el consumo de combustible del postcombustor y la RAC del aerorreactor.

$$q_{ccp} := C_{pP} \left(\frac{T_5 + T_6}{2} \right) \cdot (T_{t6} - T_{t5}) \quad q_{ccp} = 0.746 \cdot \frac{10^6 \cdot \text{J}}{\text{kg}} \quad Q_{ccp} := q_{ccp} \cdot m_a \quad Q_{ccp} = 1.493 \times 10^5 \cdot \text{kW}$$

$$m_{cp} := \frac{Q_{ccp}}{L_c \cdot \eta_{ccp}}$$

$$m_{cp} = 3.559 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$m_{ppc} := m_a + m_c + m_{cp}$$

$$RAC_{pcomb} := \frac{m_a}{m_c + m_{cp}} = 31.429$$

CICLOS DE TURBINAS DE GAS

1. Objetivos
2. Nomenclatura
3. Configuraciones, procesos y modelos
4. Ciclos reversibles
5. Rendimiento de componentes
6. Ciclos húmedos
7. Tipos de TGs
8. Operación de TGs
9. Conclusiones
10. Anexos
- 11. Ejercicios**
12. Autoevaluación
13. Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA



11.- Ejercicios propuestos [volver](#)

Ejercicio II (cont.)

12.- Sabiendo que el área de salida de la tobera propulsiva es variable y que está adaptada para esas condiciones de operación, calcule las propiedades estáticas y de remanso en la sección de salida. Calcule también el coeficiente de presión de la tobera propulsiva.

Adaptando convenientemente el área de salida de la tobera: $p_7 := p_0$

El balance de energía en la tobera permite concluir que se conserva la temperatura de remanso: $T_{t7} := T_{t6}$

Aplicando la definición de η_p pueden calcularse la velocidad y la temperatura estática a la salida:

$$V_7 := \sqrt{2 \cdot C_{p,p}(T_6) \cdot \eta_p \cdot T_{t6} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_7}{p_{t6}} \right)^{\frac{\gamma_p(T_6)-1}{\gamma_p(T_6)}} \right]}$$

$$T_7 := T_{t7} - \frac{1}{2} \cdot \frac{(V_7)^2}{C_{p,p}(T_6)}$$

Y el resto de propiedades:

$$a_7 := a_p(T_7) \quad M_7 := \frac{V_7}{a_7} \quad \rho_7 := \rho_p(p_7, T_7) \quad \rho_{t7} := \rho_{tp}(p_7, T_7, V_7) \quad p_{t7} := p_{tp}(p_7, T_7, V_7)$$

$$T_7 = 1.02 \times 10^3 \text{ K}$$

$$p_7 = 0.54 \cdot \text{bar}$$

$$\rho_7 = 0.185 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$a_7 = 624.107 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_7 = 1.031 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{t7} = 1.469 \times 10^3 \text{ K}$$

$$p_{t7} = 2.417 \cdot \text{bar}$$

$$\rho_{t7} = 0.569 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$V_7 = 1.031 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$M_7 = 1.651$$

Aplicando la definición de $C_{pr,p}$:

$$C_{pr,pp} := \frac{p_6 - p_7}{p_{t6} - p_6}$$

$$C_{pr,pp} = 3.449$$

CICLOS DE TURBINAS DE GAS

1. Objetivos
2. Nomenclatura
3. Configuraciones, procesos y modelos
4. Ciclos reversibles
5. Rendimiento de componentes
6. Ciclos húmedos
7. Tipos de TGs
8. Operación de TGs
9. Conclusiones
10. Anexos

11. Ejercicios

12. Autoevaluación
13. Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA

11.- Ejercicios propuestos [volver](#)

Ejercicio II (cont.)

Cálculos con tobera convergente bloqueada:

Si $M_7 > 1$ significa que necesitaríamos una tobera convergente-divergente para igualar la presión de salida con la ambiente (tobera adaptada). Cuando el motor dispone de una tobera convergente, la expansión sólo se produce hasta la presión crítica, que corresponde a $M_7 = 1$, procurando, mediante la variación de la sección de salida, que dicha condición se produzca en dicha sección de salida. Éste es el caso del problema que nos ocupa. Para describir lo que sucede, el primer paso es determinar la presión crítica a la salida (ver [Anexo II](#)). Si la tobera fuera reversible, i.e. con rendimiento igual a la unidad, la relación de expansión crítica valdría:

$$C_{expcritideal_p} := \left(\frac{\gamma_p(T_6) + 1}{2} \right)^{\frac{\gamma_p(T_6)}{\gamma_p(T_6) - 1}} \quad C_{expcritideal_p} = 1.846 \quad P_{critideal_7} := \frac{P_{t_6}}{C_{expcritideal_p}} \quad P_{critideal_7} = 1.452\text{-bar}$$

Las irreversibilidades en la tobera retrasan la criticidad:

$$C_{expcriticreal_p} := \frac{1}{\left[1 - \frac{1}{\eta_p} \cdot \frac{(\gamma_p(T_6) - 1)}{(\gamma_p(T_6) + 1)} \right]^{\frac{\gamma_p(T_6)}{\gamma_p(T_6) - 1}}} \quad C_{expcriticreal_p} = 1.911 \quad P_{creal_7} := \frac{P_{t_6}}{C_{expcriticreal_p}} \quad P_{creal_7} = 1.403\text{-bar}$$

Esta situación requiere recalcular las condiciones de salida, correspondientes a la tobera convergente bloqueada: $P_7 := P_{creal_7} \quad T_{t_7} := T_{t_6}$

$$V_7 := \sqrt{2 \cdot C_{p_p}(T_6) \cdot \eta_p \cdot T_{t_6} \left[1 - \left(\frac{P_7}{P_{t_6}} \right)^{\frac{\gamma_p(T_6) - 1}{\gamma_p(T_6)}} \right]} \quad T_7 := T_{t_7} - \frac{1}{2} \cdot \frac{(V_7)^2}{C_{p_p}(T_6)}$$



CICLOS DE TURBINAS DE GAS

1. Objetivos
2. Nomenclatura
3. Configuraciones, procesos y modelos
4. Ciclos reversibles
5. Rendimiento de componentes
6. Ciclos húmedos
7. Tipos de TGs
8. Operación de TGs
9. Conclusiones
10. Anexos
- 11. Ejercicios**
12. Autoevaluación
13. Bibliografía

Autores:
 P.A. Rodríguez
 A. Lecuona
 R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA



11.- Ejercicios propuestos [volver](#)

Ejercicio II (cont.)

Y el resto de las propiedades estáticas y de remanso a la salida de la tobera:

$$a_7 := a_p(T_7) \quad M_7 := \frac{V_7}{a_7} \quad \rho_7 := \rho_p(p_7, T_7) \quad \rho_{t_7} := \rho_{tp}(p_7, T_7, V_7) \quad p_{t_7} := p_{tp}(p_7, T_7, V_7)$$

$$T_7 = 1.265 \times 10^3 \text{ K}$$

$$p_7 = 1.403 \cdot \text{bar}$$

$$\rho_7 = 0.386 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$a_7 = 694.033 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_7 = 692.903 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{t_7} = 1.469 \times 10^3 \text{ K}$$

$$p_{t_7} = 2.588 \cdot \text{bar}$$

$$\rho_{t_7} = 0.613 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$V_7 = 692.903 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$M_7 = 0.998$$

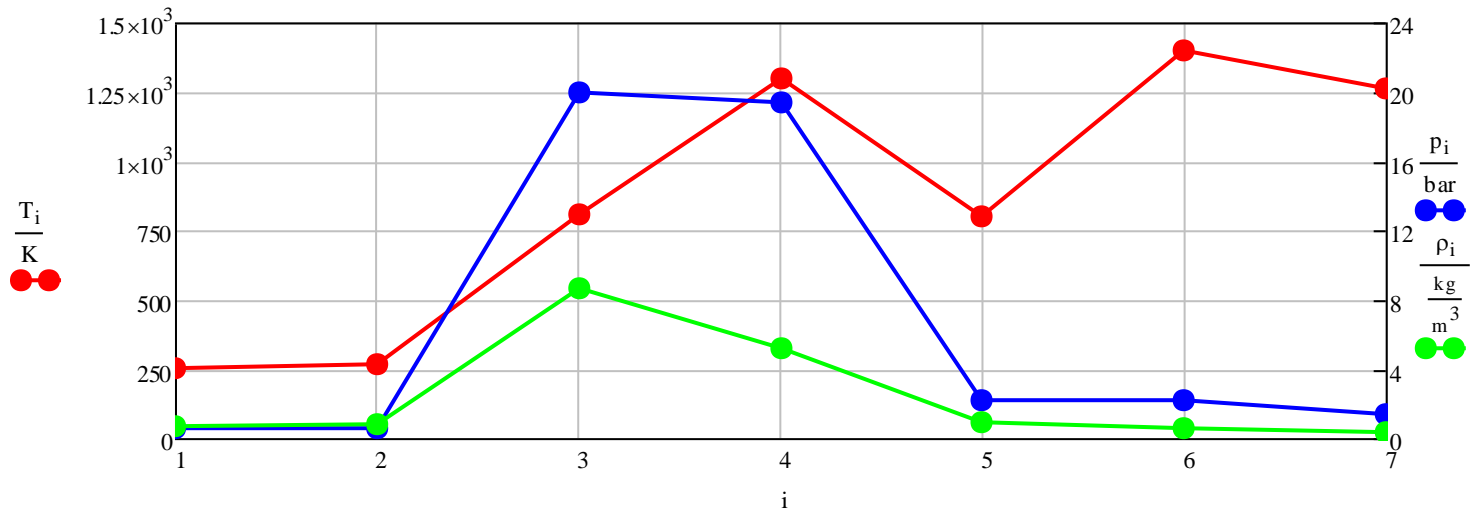
$$C_{pr_{ppc}} := \frac{p_6 - p_7}{p_{t_6} - p_6}$$

$$C_{pr_{ppc}} = 1.657$$

$$A_7 := \frac{m_p}{\rho_7 \cdot V_7}$$

$$A_7 = 0.771 \text{ m}^2$$

13.- Represente gráficamente las propiedades estáticas y de remanso del ciclo completo para el motor operando con postcombustión.



CICLOS DE TURBINAS DE GAS

- Objetivos
- Nomenclatura
- Configuraciones, procesos y modelos
- Ciclos reversibles
- Rendimiento de componentes
- Ciclos húmedos
- Tipos de TGs
- Operación de TGs
- Conclusiones
- Anexos
- 11. Ejercicios**
- Autoevaluación
- Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA



11.- Ejercicios propuestos [volver](#)

Ejercicio II (cont.)

13.- Represente gráficamente las propiedades estáticas y de remanso del ciclo completo para el motor operando con postcombustión.

CICLOS DE TURBINAS DE GAS

1. Objetivos
2. Nomenclatura
3. Configuraciones, procesos y modelos
4. Ciclos reversibles
5. Rendimiento de componentes
6. Ciclos húmedos
7. Tipos de TGs
8. Operación de TGs
9. Conclusiones
10. Anexos

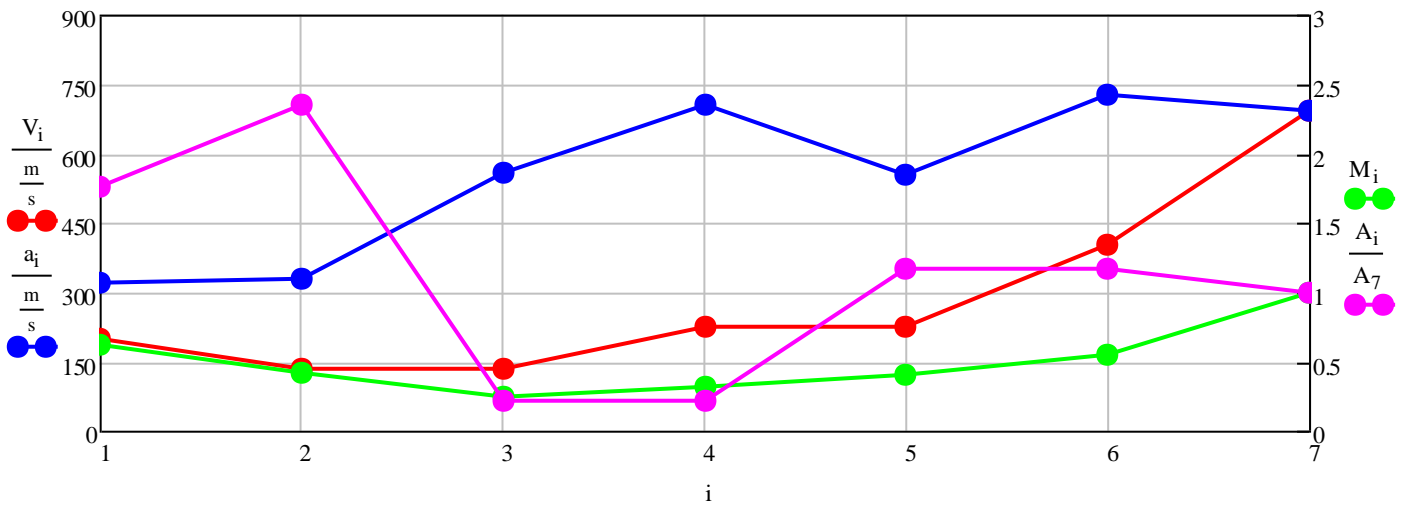
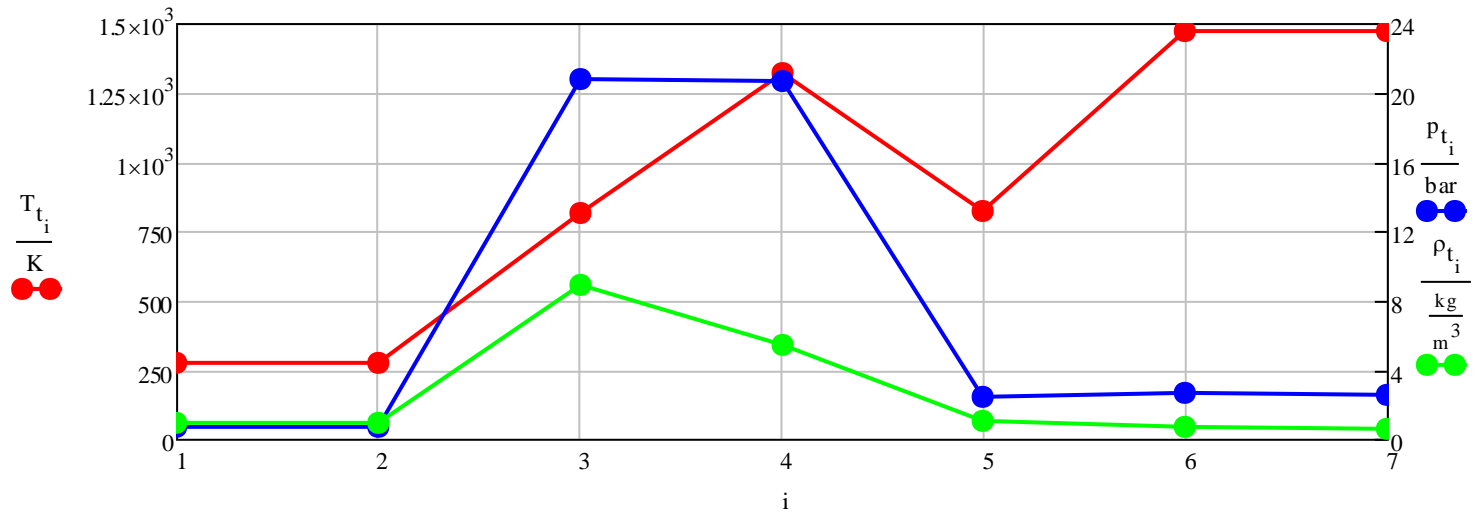
11. Ejercicios

12. Autoevaluación
13. Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA



11.- Ejercicios propuestos volver

Ejercicio II (cont.)

14.- Calcule el empuje y la potencia propulsiva producidos por el aerorreactor así como los rendimientos propulsivo, térmico y global para el motor operando con postcombustión.

Empuje y potencia:

$$E_{pc} := m_{ppc} \cdot V_7 - m_a \cdot V_1 + A_7 \cdot P_{c\text{real}7} - p_0 \quad \boxed{E_{pc} = 1.683 \times 10^5 \text{ N}} \quad W_{\text{proppc}} := E \cdot V_1 \quad \boxed{W_{\text{proppc}} = 2.219 \times 10^7 \text{ W}}$$

$$A_7 \cdot P_{c\text{real}7} - p_0 = 6.533 \times 10^4 \text{ N}$$

Empuje específico:

$$E_{\text{spc}} := \frac{E_{pc}}{m_a} \quad \boxed{E_{\text{spc}} = 841.605 \cdot \frac{\text{N}}{\frac{\text{kg}}{\text{s}}}} \quad E_{\text{spc}} = 841.605 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Rendimientos:

- Rendimiento propulsivo:

$$\eta_{\text{proppc}} := \frac{W_{\text{proppc}}}{\frac{1}{2} \cdot [m_{ppc} \cdot (V_7)^2 - m_a \cdot (V_1)^2]} \quad \boxed{\eta_{\text{proppc}} = 0.487}$$

- Rendimiento térmico:

$$\eta_{\text{terpc}} := \frac{\left[\frac{1}{2} \cdot [m_{ppc} \cdot (V_7)^2 - m_a \cdot (V_1)^2] \right]}{Q_{cc} + Q_{ccp}} \quad \boxed{\eta_{\text{terpc}} = 0.171}$$

- Rendimiento global:

$$\eta_{\text{globalpc}} := \eta_{\text{proppc}} \cdot \eta_{\text{terpc}} \quad \boxed{\eta_{\text{globalpc}} = 0.083}$$



CICLOS DE TURBINAS DE GAS

1. Objetivos
2. Nomenclatura
3. Configuraciones, procesos y modelos
4. Ciclos reversibles
5. Rendimiento de componentes
6. Ciclos húmedos
7. Tipos de TGs
8. Operación de TGs
9. Conclusiones
10. Anexos
- 11. Ejercicios**
12. Autoevaluación
13. Bibliografía

Autores:
P.A. Rodríguez
A. Lecuona
R. Ventas



MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA