Universidad
Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

TEMA 8: OPERACIONES DE AMORTIZACION

1. Préstamo simple
2. Amortización americana
3. Sistema de amortización francés
4. Préstamos amortizables con rentas variables
5. Método de cuota de amortización constante

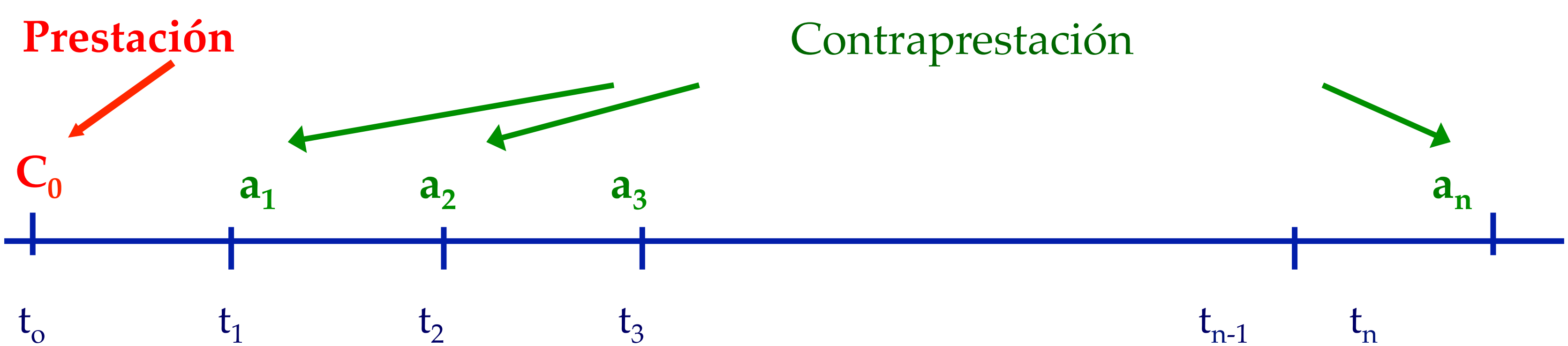
Amortización de Prestamos

- En este tema vamos a aprender a resolver y valorar diferentes tipos de préstamos.
- Ya sabemos todas las matemáticas financieras necesarias para resolver préstamos, además a lo largo de la asignatura hemos resuelto distintos ejercicios con préstamos.
- ¿Qué aprenderemos entonces? Que existen distintos métodos para amortizar o resolver un préstamo. Cuando se concede un préstamo, dentro de las condiciones del contrato, es norma general concretar el método de amortización.
- Debemos saber distinguir entre ellos y realizar operaciones algo más complejas.

Amortización de un Préstamo: Concepto y Planteamiento

Un préstamo (operación de amortización) es una operación financiera en la que una de las partes (prestamista o acreedor) se compromete a entregar un capital (C_0,t_0) a la otra parte (prestatario o deudor) quien se compromete a reembolsarlo en el periodo (t_0, t_n) junto con sus intereses.

Generalmente los préstamos son operaciones financieras compuestas, con *prestación única* y *contraprestación múltiple.*

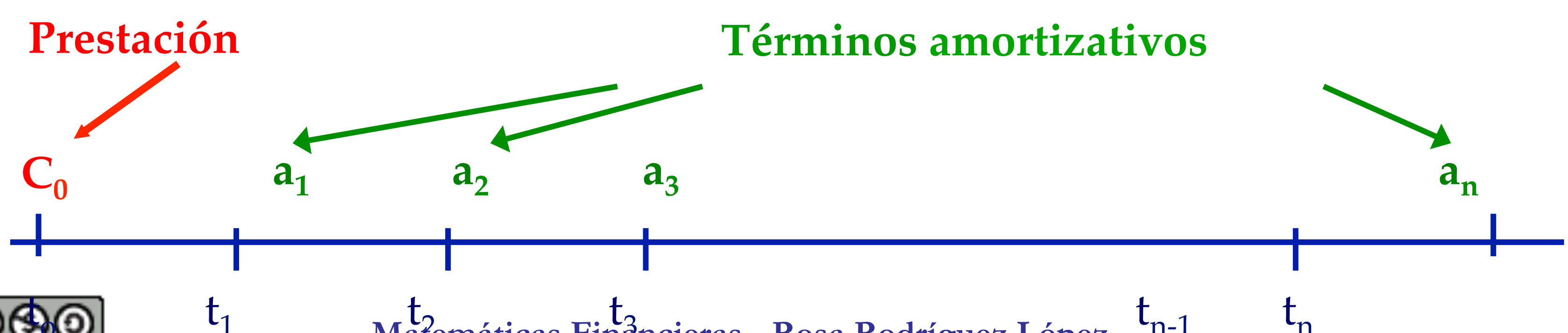


Prestación: Capital C_0 entregado por el prestamista en el origen

Contraprestación: capitales (a_1, t_1), (a_2, t_2),... (a_n, t_n) que el prestatario entregará al prestamista. Estos capitales se denominan *términos amortizativos* y normalmente se pagan al final de cada periodo (mes, trimestre, semestre, año ...) y su finalidad es cancelar o amortizar el préstamo.

Valoración de la operación: se aplica capitalización compuesta, si bien en préstamos concertados a corto plazo se podría emplear la capitalización simple

Como en toda operación financiera **Prestación y Contraprestación serán financieramente equivalentes.**



Amortización de Préstamos Simples

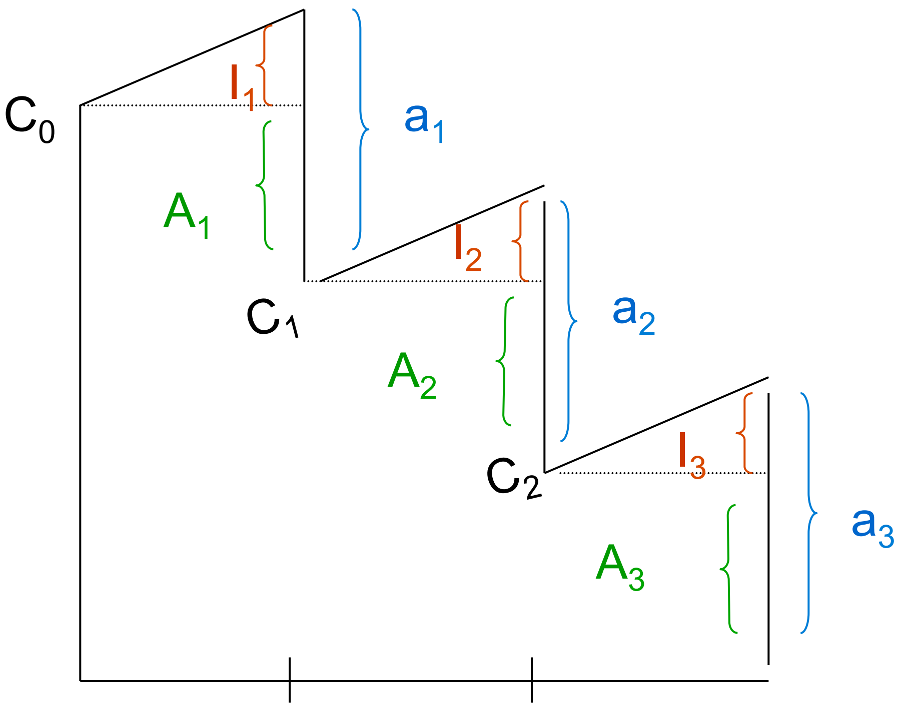
- **Definición**: Préstamos en los que la amortización es única con pago del capital prestado más los intereses acumulados al final del periodo de amortización.

- EJEMPLO: Sea un préstamo a 5 años de 3000 euros que se desea amortizar al final de los 5 años siendo el tipo de interés el 6% anual.
  - Solución: al final de los 5 años abonará un único pago de

$$3000\ (1{,}06)^5 = 4041.67$$

- *Sin embargo, muchas veces la amortización del principal de un préstamo no tiene lugar en la fecha de vencimiento del mismo, sino que se va reembolsando a lo largo del tiempo. En esos casos conviene saber calcular:¿Cuánto pagar en cada termino amortizativo? ¿en concepto de que pagamos: amortización de capital, intereses ?*

Variables y Evolución de un préstamo



Cs: capital pendiente de amortizar en el periodo s

a_s: Término amortizativo (pago) del periodo s

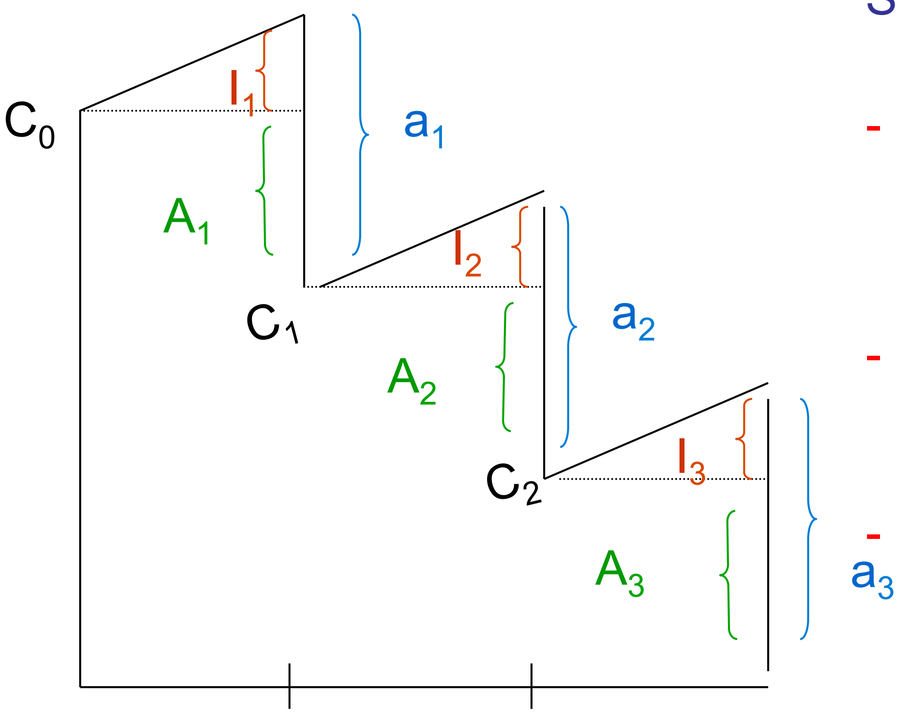
I_s : cuota de interés parte del pago destinado a intereses

A_s : cuota de amortización , parte del pago destinado a amortizar el principal.

Ms: capital amortizado, parte ya pagada del prestamo

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es
OpenCourseWare

Variables y Evolución de un préstamo



$$a_s = I_s + A_s \qquad I_s = C_{s-1} i$$

$$A_1 + A_2 + \cdots A_n = C_0$$

$$C_s = C_{s-1} - A_s$$

$$M_s = C_0 - C_s$$

Siempre se verifica:

- *Los términos amortizativos se destinan a pago de intereses y amortización del capital.*
- *Los intereses en cada periodo se calculan sobre la deuda pendiente*
- *La suma algebraica de todas las cuotas de amortización debe coincidir con el capital prestado en el momento inicial.*
- *La deuda pendiente en un periodo coincide con la deuda del periodo anterior menos la amortización realizada en el ultimo periodo.*

Cuadro de Amortización

- Los valores que toman las diferentes magnitudes de una operación de amortización al final de cada uno de los periodos se suelen recoger en una tabla denominada tabla de amortización, cuya estructura general es:

Período	Términos amortizativos	Cuota de Interés	Cuota de Amortización	Capital Vivo	Capital Amortizado
1	a_1	I_1	A_1	C_1	M_1
2	a_2	I_2	A_2	C_2	M_2
….	…	…	…	….	….
S	A_s	I_3	A_s	C_s	M_S
…	…	…	…	…	…
N	A_n	I_n	A_n	$C_N=C_0$	$M_n=C_0$

Métodos de Amortización

- Cuando se concede un préstamo, dentro de las condiciones del contrato, es norma general concretar el método de amortización.

- Existen diferentes maneras por las cuales un prestatario puede devolver un préstamo con sus intereses. Cabe destacar:

  – **Sistema de amortización de un solo pago**: El capital recibido se devuelve de una sola vez. En este caso atendiendo al pago de intereses se puede distinguir:
    - Préstamo simple: los intereses acumulados también se pagan al final del periodo de amortización
    - Amortización americana: pago periódico de intereses y reembolso del capital en el momento de la cancelación.

  – **Sistema de amortización mediante pagos que forman una renta**:
    - Sistema de amortización francés: la renta de pagos es constante
    - Préstamos amortizables con rentas variables.

  – **Método de cuota de amortización constante.**

Préstamo simple

- Es una operación de amortización en la que la prestación y la contraprestación están formados por un solo capital. El prestamista, por tanto, entrega el capital C0 que le será reembolsado de una sola vez con los intereses acumulados en el momento convenido Cn

- Así pues la prestación es C0 y la contraprestación es Cn.

- La equivalencia financiera supuesto el tipo de interés de la operación sea constante será

$$C_n = C_0(1+i)^n$$

- Y el saldo (reserva) en el momento s sería

$$\begin{cases} C_s = C_0(1+i)^s \\ ó \\ C_s = C_n(1+i)^{-(n-s)} \end{cases}$$

- Se trata por tanto de un caso especial, donde los términos amortizativos son todos cero menos el último que incluye la devolución del capital con los intereses. Esto es

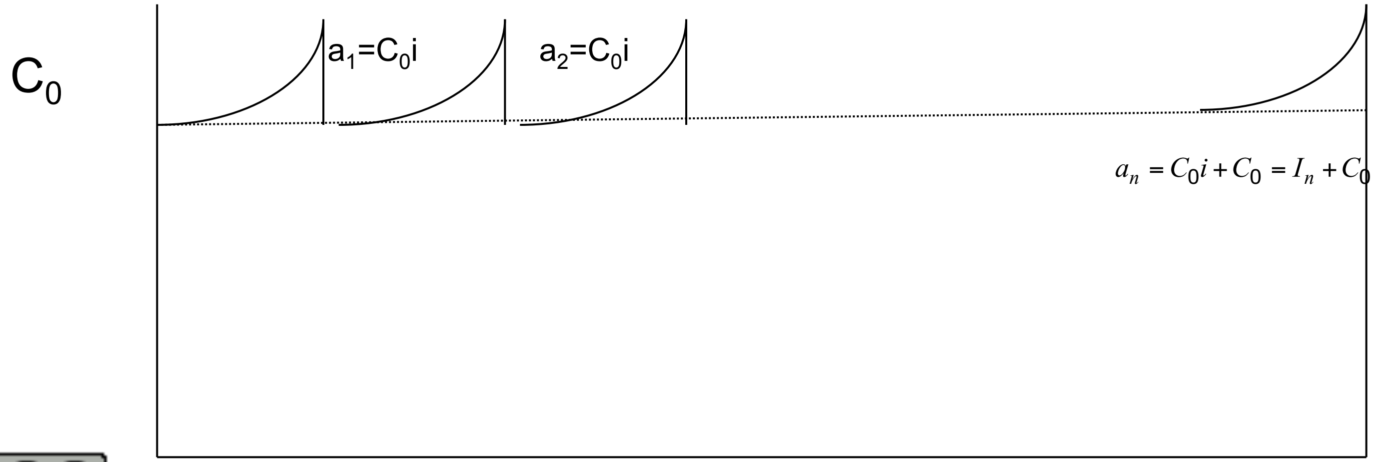
$$a_1 = a_2 = \ldots = a_{n-1} = 0$$
$$a_n = A_n + I_n ; A_n = C_0$$

Amortización Americana

- Este método tiene la peculiaridad de que el prestatario debe pagar periódicamente los intereses del capital prestado y amortizarlo de una sola vez al final de la operación.

- De aquí se desprende que los términos amortizativos tienen la misión de pagar únicamente los intereses, a excepción del último que pagará los intereses y devolverá el principal prestado.

$$a_j = I_j = C_0 i \qquad \forall j = 1,2,\ldots,(n-1)$$



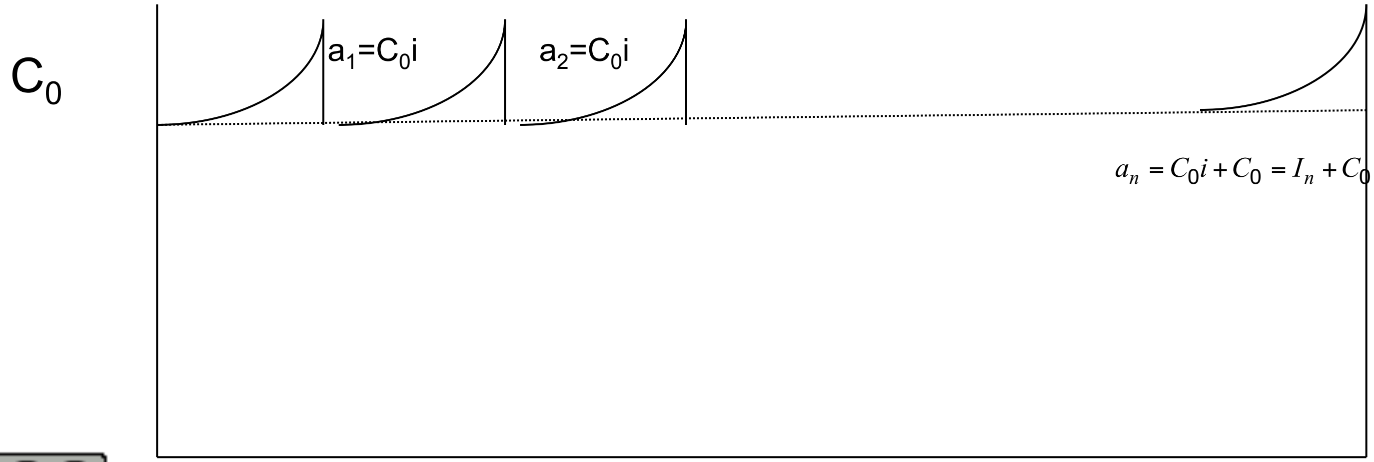
Amortización Americana

- Así al no amortizarse capital durante la operación las cuotas de amortización son todas nulas, menos la última:

$$A_1 = A_2 = \dots = A_{n-1} = 0 \qquad A_n = C_0$$

- Lo cual supone que el capital vivo o deuda pendiente sigue siendo el capital prestado durante los (n-1) periodos.

$$C_1 = C_2 = \dots = C_{n-1} = C_0 \qquad C_n = 0$$



Ejemplo

- Obtener el cuadro de amortización de un préstamo de cuantía 80.000€ y 5 años de duración, amortizable mediante el método americano, con abono de intereses anual al 6% Nominal anual

$$a_j = I_j = C_0 i = 80000 \times 0.06 = 4800 \quad \forall j = 1,2,3$$

$$a_n = C_0 i + C_0 = 80.000 \times 0.06 + 80000 = 84800$$

Período	Términos amortizativos	Cuota de Interés	Cuota de Amortización	Capital Vivo	Capital Amortizado
1	4800	4800	0	80.000	0
2	4800	4800	0	80.000	0
3	4800	4800	0	80.000	0
4	84800	4800	80.000	0	80.000

Ejemplo

- Para la financiación de un nuevo equipo cuyo valor es hoy 2500€, usted pacta con su proveedor un préstamo a un año a un tipo de interes nominal del 9% con liquidación de intereses bimestrales (cada dos meses), de forma que durante cinco bimestres solo se pagarán intereses y se amortizará el capital al finalizar el año. Calcule los términos amortizativos y el cuadro de amortización

$$i^{(6)} = \frac{0.09}{6} = 0.015$$

$$a_j = 2500 \times 0.015 = 37.5€$$

Período bimestral	Términos amortizativos	Cuota de Interés	Cuota de Amortización	Capital Vivo	Capital Amortizado
1	37,5	37,5	0	2500	0
2	37,5	37,5	0	2500	0
3	37,5	37,5	0	2500	0
4	37,5	37,5	0	2500	0
5	37,5	37,5	0	2500	0
6	2537,5	37,5	2500	0	2500

Las obligaciones son préstamos

- Cuando el gobierno o las empresas necesitan capital venden (o emiten) activos financieros (acciones , obligaciones).
- El comprador de las obligaciones está concediendo el préstamo a la empresa (Gobierno) a cambio del derecho a cobrar los intereses periódicos y al reembolso del nominal
- Desde el punto de vista de los sistemas de amortización de préstamos:
  - Si la obligación paga cupones periódicos estamos ante un préstamo americano.
  - Si la obligación no tiene cupón estamos ante un préstamo simple.

Términos constantes. Método francés

- En este caso, en cada momento cuota de interés más la cuota de amortización debe ser la misma.

$$a_1 = a_2 = \cdots a_n = a$$

- Prestación = $\{C, t_0\}$ y Contraprestación = $\{ (a, t_1) (a,t_2)\ldots..(a\ t_n)\}$

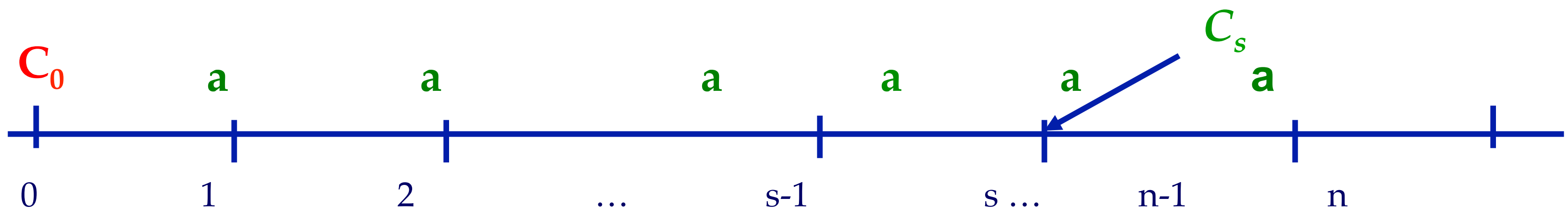
- Bajo la hipótesis de términos constantes e iguales, y un rédito constante para toda la vida del préstamo, la resolución del préstamo se simplifica mucho.

- Así al plantear la equivalencia financiera en el origen entre la prestación y la contraprestación, tenemos el cálculo del valor actual de una renta constante.

- Debe ser por tanto que los pagos “a” sea tal que:

$$\boxed{C_0 = a \cdot a_{\overline{n}|i} \quad \Rightarrow a = \frac{C_0}{a_{\overline{n}|i}}}$$

Términos constantes. Método francés



La deuda pendiente o capital vivo Cs será la reserva matemática R+ y se calcula:

M. Retrospectivo ⟹ $$C_s = C_0(1+i)^s - a \cdot S_{\overline{s|}i}$$

M. Prospectivo ⟹ $$C_s = a \cdot a_{\overline{n-s|}i}$$

M. Recurrente ⟹ $$C_s = C_{s-1}(1+i) - a$$

Comparando , por diferencia, la reserva con la del periodo siguiente se tiene la Relación entre dos cuotas de amortización consecutivas.

$$C_{s+1} = C_s (1+i) - a$$

$$C_s = C_{s-1} (1+i) - a$$

$$C_{s+1} - C_s = (C_s - C_{s-1})(1+i)$$

Relación entre dos cuotas de amortización consecutivas:

$$\boxed{A_{s+1} = A_s (1+i)}$$

Progresión geométrica de razón (1+i).

Ejemplo

- Crear el cuadro de amortización de un préstamo de 1 millón de euros para amortizar mediante 4 anualidades constantes siendo el tipo de interés del préstamo el 8% anual compuesto.
- Primero calculamos el término amortizativo y a partir de el calculamos el cuadro año a año:

$$1000000 = a\partial_{\overline{4}|\, i}$$

$$a = \frac{1000000}{\frac{1-(1.08)^{-4}}{0.08}} = 301.921$$

AÑo	TERMINO	CUOTA DE INTERÉS	CUOTA DE AMORTIZACIÓN	TOTAL AMORTIZADO	POR AMORTIZAR
0	0	0	0	0	1000000
1	301921	80000	221921	221921	778079
2	301921	62246	239675	461596	538404
3	301921	43072	258849	720444	279556
4	301921	22364	279557	1000000	0

- Después calculamos la cantidad pendiente de amortizar al principio del préstamo y los intereses del año 1. Restando a la anualidad los intereses del año 1 obtenemos la cuota de amortización del año 1, el total amortizado y el pendiente de amortizar al principio del año 2. Seguir igual el resto de filas.

$$I_1 = C_0 i = 1000000 * 0.08 = 80.000$$

$$A_1 = a - I_1 = 301921 - 80000 = 221921$$

$$C_1 = C_0 - A_1 = 1000000 - 221921 = 778079$$

Ejemplo

Solicite un préstamo hipotecario por importe de 300.000 €. Plazo 30 años, que se abonara mediante mensualidades constantes.

Calcule la mensualidad a pagar.

La deuda pendiente después de 15 años.

Hipoteca Fija Popular-e

Características

Plazo máximo: 30 años
Porcentaje de financiación máximo: el 80% del valor de tasación
Importe mínimo: 30.000 euros

Condiciones

Hipotecas a tipo fijo hasta 12 años
Tipo de interés nominal fijo: 5,80%
T.A.E.: 6,11% *(1)*

Hipotecas a tipo fijo desde más de 12 años a 15 años
Tipo de interés nominal fijo: 6,10%
T.A.E.: 6,40% *(1)*

Hipotecas a tipo fijo desde más de 15 años a 20 años
Tipo de interés nominal fijo: 6,50%
T.A.E.: 6,81% *(1)*

Hipotecas a tipo fijo desde más de 20 años a 25 años
Tipo de interés nominal fijo: 6,70%
T.A.E.: 7,01% *(1)*

Hipotecas a tipo fijo desde más de 25 años a 30 años
Tipo de interés nominal fijo: 6,80%
T.A.E.: 7,11% *(1)*

Condiciones comunes a todos los préstamos a tipo fijo

Comisión de apertura: 0,75%
Compensación por desistimiento en amortizaciones parciales o totales: 0,50% los cinco primeros años y 0,25% los años posteriores.
Compensación por desistimiento en amortizaciones subrogatorias: 0,50% los cinco primeros años y 0,25% en años posteriores.

Requisitos

Domiciliación de nómina y al menos un recibo en su Cuenta Plus
Seguro de hogar
Cuenta Plus

(1) T.A.E. calculada a plazo máximo.

R.B.E. nº 1523/08

Ejemplo

$$C_0 = x a_{\overline{12\times 30}|i^{(12)}}$$

$$i^{(12)} = \frac{0.068}{12} = 0.005666$$

$$30000 = x \frac{1-(1.0056666)^{-360}}{0.005666}$$

$$x = 1955.77€$$

$$C_{15}^{+} = 1955.77 a_{\overline{12\times 15}|i^{(12)}}$$

$$C_{15}^{+} = 1955.77 \frac{1-(1.0056666)^{-180}}{0.005666} = 220.322.78$$

Hipoteca Fija Popular-e

Características

Plazo máximo: 30 años
Porcentaje de financiación máximo: el 80% del valor de tasación
Importe mínimo: 30.000 euros

Condiciones

Hipotecas a tipo fijo hasta 12 años
Tipo de interés nominal fijo: 5,80%
T.A.E.: 6,11% *(1)*

Hipotecas a tipo fijo desde más de 12 años a 15 años
Tipo de interés nominal fijo: 6,10%
T.A.E.: 6,40% *(1)*

Hipotecas a tipo fijo desde más de 15 años a 20 años
Tipo de interés nominal fijo: 6,50%
T.A.E.: 6,81% *(1)*

Hipotecas a tipo fijo desde más de 20 años a 25 años
Tipo de interés nominal fijo: 6,70%
T.A.E.: 7,01% *(1)*

Hipotecas a tipo fijo desde más de 25 años a 30 años
Tipo de interés nominal fijo: 6,80%
T.A.E.: 7,11% *(1)*

Condiciones comunes a todos los préstamos a tipo fijo

Comisión de apertura: 0,75%
Compensación por desistimiento en amortizaciones parciales o totales: 0,50% los cinco primeros años y 0,25% los años posteriores.
Compensación por desistimiento en amortizaciones subrogatorias: 0,50% los cinco primeros años y 0,25% en años posteriores.

Requisitos

Domiciliación de nómina y al menos un recibo en su Cuenta Plus
Seguro de hogar
Cuenta Plus

(1) T.A.E. calculada a plazo máximo.

R.B.E. nº 1523/08

Amortización con tipo de interés variable

- El sistema de amortización francés es el que se utiliza habitualmente tanto en operaciones de amortización a interés fijo como en operaciones a interés variable o indizado

- Es normal que el tipo de interés pactado en las operaciones de amortización sea variable en función de un índice de referencia, de modo que el interés a aplicar en cada periodo sea igual al valor de dicho índice mas un diferencial fijo. El índice utilizado con más frecuencia es el Euribor, siendo el plazo de revisión habitual el año o el semestre.

- Cuando el tipo de interés está referenciado a un índice, para calcular los términos amortizativos correspondientes a cada periodo se aplica el método francés de forma sucesiva sobre el capital vivo en el momento de la revisión, suponiendo que hasta el final de la operación el interés se mantendrá constante.

Hipoteca Variable

Solicite un préstamo a esta entidad por importe de 400000€, que amortizará en 35 años mediante pagos mensuales. El tipo de interés del primer semestre será el resultado de aplicar el diferencial al Euribor publicado en el BOE el 3 de Marzo de 2009 (2,135%) . Las revisiones serán semestrales.

Calcule las cuantías mensuales a pagar durante el primer semestre.

Si el Euribor de referencia después de 6 meses se situa en un 1.5%. Calcule las mensualidades a pagar en el segundo periodo semestral.

Solución

Hipoteca CERO49

Hasta 45 años | Sin Comisiones

Euríbor + 0.49 %

cuotas primer semestre

$$C_0 = x a_{\overline{12\times 35}| i^{(12)}}$$

$$i = euribor + 0.49$$

$$i^{(12)} = \frac{0.02135+0.0049}{12} = \frac{0.0265}{12} 0.00218$$

$$400000 = x\frac{1-(1.00218)^{-35*12}}{0.00218}$$

$$x = 1456.92€$$

Deuda despues de los6 primeros meses

$$C_6^{+} = x a_{\overline{(12\times 35)-6}| i^{(12)}} = 1456.92*\frac{1-(1.0021875)^{-414}}{0.0021875} = 396489.23$$

Revisión, iniciamos un nuevo prestamo de duracion , lo que queda, y capital inicial C6 y el nuevo interes

$$C_6^{+} = x a_{\overline{(12\times 35)-6}| i^{(12)}}$$

$$396489.23 = x_2 a_{\overline{(12\times 35)-6}| \frac{1.5+0.49}{12}/100}$$

$$x_2 = \frac{396489.23}{\frac{1-(1.001658)^{-414}}{00.165}} = 1324$$

PERIODOS DE CARENCIA

- En determinadas operaciones de amortización el prestamista concede al prestatario, ciertas facilidades, consistentes en la existencia, al comienzo de la operación de uno o varios periodos en los cuales no es preciso pagar cuota de interés e incluso, en ocasiones, ni siquiera cuota de amortización.

- Ahora bien, esto no significa que el prestatario quede liberado de abonar tales cantidades. Por el contrario, habrá de hacer frente a las mismas, aunque en periodos posteriores.

- Tipos de Carencia:
  - *Carencia Parcial*: durante los periodos de carencia no habrá que amortizar capital, de modo que los términos amortizativos coinciden con las cuotas de interés de los respectivos periodos. Ahora bien, puesto que en cada periodo se abonan los intereses únicamente, el capital vivo al final de cada uno de los periodos de carencia es igual al capital prestado.
  - *Carencia Total:* durante los periodos de carencia no habrá que amortizar capital ni pagar intereses, de modo que los términos amortizativos serán nulos. Ahora bien, puesto que no se ha pagado nada ni siquiera los intereses, el capital vivo al final de los periodos de carencia habrá aumentado.

Comprobar los términos del anuncio. Si se solicitan los 1000€ de préstamo.

Con carencia

$$C_0 = 1000€$$

$$i = 5.95\% \quad i^{(12)} = \frac{0.0595}{12} = 0.00495$$

$$I = C_0 * i^{(12)} = 4.96€$$

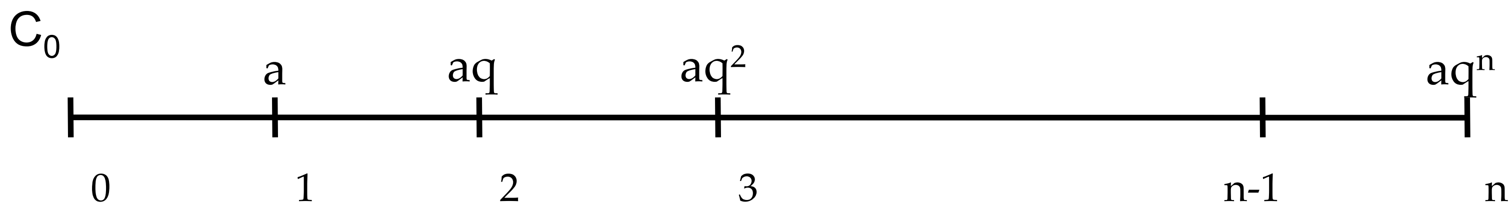
$$1000 = x a_{\overline{12\times5}|i^{(12)}} \Rightarrow x = \frac{1000}{a_{\overline{12\times5}|i^{(12)}}} = 19.31$$

Sin carencia

$$1000 = x a_{\overline{12\times6}|i^{(12)}} \Rightarrow x = \frac{1000}{a_{\overline{12\times6}|i^{(12)}}} = 16.55$$

Método de amortización con términos variables en progresión geométrica

- Se trata de operaciones de préstamo en las que los términos que debe abonar el prestatario varia en progresión geométrica



- La ecuación de equivalencia en el origen permite despejar el primer término amortizativo, y a partir de él , los demás

$$C_0 = A(a,q)_{\overline{n}|i}$$

$$C_0 = a\,\frac{1-\left(\dfrac{q}{1+i}\right)^n}{1+i-q}$$

$$a_1 = a; a_2 = aq; a_3 = aq^2,\ldots,$$

Ejemplo

- Una persona necesita comprar un coche cuyo valor es de 18600 € , para lo cual se informa de las distintas alternativas de financiación. La oferta que mejor se ajusta a sus posibilidades consiste en pagar 600 euros en el momento de la compra y el resto a amortizar en seis pagos semestrales, cuya cuantia se incrementará acumulativamente en un 2% semestral, siendo el interés un 12% nominal anual. Calcular:
  - Cuantía de los términos amortizativos

$$C_0 = A(a,q)_{\overline{n}|i^{(2)}} \qquad \text{(todo en terminos semetrales)}$$

$$18000 = a\frac{1-\left(\frac{1.02}{1.06}\right)^6}{1.06-1.02}; a = 3493.45$$

$$a_1 = a = 3493.45$$

$$a_2 = aq = a \times 1.02 = 3563{,}3$$

$$a_3 = aq^2 = a \times (1.02)^2 = 3634.59$$

Cuotas de Amortización constantes

Es una operación de préstamo en la que el prestatario destina cuotas de amortización iguales en todos los periodos para amortizar el capital prestado.

Por tanto estamos bajo la hipótesis de cuotas de amortización constantes. En cada período se amortiza la misma parte del capital total.

$$\left.\begin{array}{l} A_1 = A_2 = \cdots A_n = A \\ A_1 + A_2 + \cdots A_n = nA = C_0 \end{array}\right\} A = \frac{C_0}{n}$$

En función de esta hipótesis resolvemos todas las demás variables que aparecen en el cuadro de amortización.

Por ejemplo el capital vivo será la suma de las cuotas de amortización pendientes, luego

$$\boxed{C_s = \sum_{j=s+1}^{n} A_j = (n-s)A}$$

Cuotas de Amortización constantes

Ejemplo. Elaborar el cuadro de amortización de un préstamo de 3.000 euros que se desea amortizar mediante 5 cuotas constantes de amortización al 16% de interés compuesto anual.

Solución. La cuota de amortización cada año es de 3.000/5 = 600 euros.

t	a	I	A	TOTAL AMORTIZADO	C_S
0	0	0	0	0	3000
1	1080	480	600	600	2400
2	984	384	600	1200	1800
3	888	288	600	1800	1200
4	792	192	600	2400	600
5	696	96	600	3000	0

Calculo de los tantos efectivos de las operaciones de amortización

- En temas anteriores ya definimos las características comerciales, la cuestión que se plantea es similar al del resto de operaciones vistas.

- En las operaciones de amortización podremos calcular la rentabilidad efectiva para el prestamista

$$\begin{bmatrix}\text{Prestación real entregada} \\ \text{por el prestamista o acreedor}\end{bmatrix} \quad \tilde{i}_a \quad \begin{bmatrix}\text{Contraprestación real} \\ \text{recibida por el acreedor o prestamista}\end{bmatrix}$$

- y el coste efectivo para el prestatario.

$$\begin{bmatrix}\text{Prestación real recibida} \\ \text{por el presatario o deudor}\end{bmatrix} \quad \tilde{i}_d \quad \begin{bmatrix}\text{Contraprestación real} \\ \text{entregada por el deudor}\end{bmatrix}$$

- Nótese, que estas rentabilidades efectivas y costes efectivo se calculaban en capitalización compuesta anual. Si en nuestra ecuación tenemos términos de frecuencia superior al año (ejemplo mensual) plantearemos la ecuación en términos mensuales y calcularemos el anual equivalente.

Ejemplo

- El Sr. Sánchez desea adquirir una vivienda valorada en 300.000€. Para financiarla, solicita un préstamo hipotecario a una entidad financiera que le impone las siguientes condiciones:
  - Cantidad otorgada: 80% del valor de la vivienda
  - Tipo de interés nominal : 3.1%
  - Plazo de amortización 6 años
  - Amortización del préstamo mediante mensualidades constantes
  - Se exige garantía personal del señor Sánchez y solidaria de dos avalistas
  - La comisión de apertura es de el 0.5% sobre el capital prestado haciéndose efectivo de una sola vez.
  - Calcúlese:
    - La cuantía de los términos amortizativos
    - Tanto efectivo del prestamista.

Solución Sr. Sánchez

- Cuantía de los términos amortizativos:
  - La cantidad prestada es el 80% del valor de la vivienda: $C_0 = 0.80 \times 300.000 = 240.000€$
  - El rédito mensual será $i^{(12)} = \frac{0.031}{12} = 0.002583$
  - Planteamos la equivalencia en el origen entre el capital prestado y los términos amortizativos mensuales:

$$240000 = a\, a_{\overline{72}|\, i^{(12)}}$$

$$a = \frac{240000}{\dfrac{1-(1.002583)^{-72}}{0.002583}} = 3.657{,}19€$$

- Tanto efectivo del prestamista:
  - Calculamos la comisión de apertura $C_a = 0.005 \times 240000 = 1200€$
  - La prestación real que entrega será el capital inicial menos la comisión de apertura
  - La contraprestación real que recibe son los términos amortizativos
  - Igualando financieramente y despejando con la TIR

$$240000 - 1200 = 3657.19\, a_{\overline{72}|\, i^{(12)}}$$

$$i^{(12)} = 0.0027252$$

$$i_a = 3.32\%$$

Amortización Anticipada

- Se ha solicitado un préstamo de 75.000€ a una entidad financiera. Las condiciones de amortización establecidas por la entidad son las siguientes:
  - Los tres primeros años son de carencia total
  - A partir del tercer año, se realizarán pagos mensuales, constantes durante 12 años.
  - Tanto para el periodo de carencia como para el primer año de préstamo se aplica un 4.1% nominal que se modificará según el EURIBOR + 0.75%
  - Los gastos iniciales de esta operación son del 1% sobre el nominal del préstamo
  - En caso de cancelación anticipada se penalizará con un 1% sobre la cuantía anticipada.

- Calcúlese:
  - Los pagos mensuales a realizar el cuarto año.
  - Transcurridos los cuatro primeros años el euribor se sitúa en el 3% nominal.
    - Cuantía de los nuevos pagos si se mantiene la misma duración de la operación.
    - Si entregamos 18.000 € para reducir capital , cuantía de los nuevos pagos si mantenemos la misma duración pendiente.
    - Numero de años que quedan en la operación si destinamos los 18000€ a amortizar tiempo y mantenemos los pagos que teníamos.

Amortización anticipada

$$C_0 = 75000€$$

$$i^{(12)} = \frac{0.041}{12} = 0.003417$$

$$C_3 = 75000\left(1 + \frac{0.041}{12}\right)^{36} = 84798.55€$$

$$84798.55 = x a_{\overline{144}|i^{(12)}}$$

$$84798.55 = x\frac{1-(1.003417)^{-144}}{0.003417}$$

$$x = 746.57€$$

Saldo despues de 4 años

$$C_{48} = 746.57 a_{\overline{132}|0.003417} = 79211.85$$

Revisamos tipo de interes y recalculamos el pago

$$79211.85 = x_2 a_{\overline{132}|i^{(12)}} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} i = 3 + 0.75 = 3.75\% \\ i^{(12)} = \frac{0.0375}{12} = 0.003125 \end{array} \right\}$$

$$x_2 = 733.26$$

Amortización anticipada

Entrega 18000€

Deuda = 79211.85 - 18000 = 61211.85

Reducimos el pago

$$61211.85 = x a_{\overline{132}|0.003125}$$

$$x = 566.64$$

Amortizamos tiempo

$$61211.85 = 746.57 a_{\overline{n}|0.003125}$$

$$61211.85 = 746.57 \frac{1-(1.003125)^{-n}}{0.003125}$$

$$0.74377 = (1.003125)^{-n}$$

tomamos ln

$$-n(0.03120) = -0.296011$$

n = 94 meses < 8 años