

AUTOEVALUACIÓN DE CÁLCULO I

Para Grados en Ingeniería

Capítulo 2: Cálculo diferencial de una variable

Domingo Pestana Galván
José Manuel Rodríguez García



Examen de Autoevaluación - Capítulo 2

PROBLEMA 1. Resolver los siguientes apartados:

1. Estudiar los valores de k que hagan que la siguiente función sea continua en todo \mathbb{R}

$$g(x) = \frac{k}{x^2 - 2x + k}$$

2. Determinar si la siguiente función es continua o no. Si no lo es, determinar si la discontinuidad es evitable, de salto finito o infinito.

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 1 & \text{si } 1 < x < 2 \\ x^2 & \text{si } x \geq 2. \end{cases}$$

PROBLEMA 2. Resolver los siguientes apartados:

1. Sean f y g continuas en $[a, b]$ tales que $f(a) < g(a)$ pero $f(b) > g(b)$. Demostrar que existe $x_0 \in [a, b]$ tal que $f(x_0) = g(x_0)$.
 2. Demostrar que si f es periódica, entonces f' también es periódica.
-

PROBLEMA 3. Encontrar a y b tales que f sea derivable en todos los puntos.

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 + b & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

PROBLEMA 4. Resuelve los siguientes apartados

1. Calcula p , m y n para que $f(x)$ cumpla las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo $[-1, 5]$. ¿Dónde cumple la tesis?.

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + px & \text{si } -1 \leq x \leq 3 \\ mx + n & \text{si } 3 < x \leq 5 \end{cases}$$

2. Demuestra que $g(x)$ cumple las hipótesis del T.V.M. en el intervalo $[2, 6]$. ¿En qué punto cumple la tesis?.

$$g(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{si } x < 4 \\ -x^2 + 10x - 19 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

PROBLEMA 5. Resuelve los siguientes límites:

$$(i) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}$$

$$(ii) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$$

PROBLEMA 6. Resolver los siguientes apartados.

1. Hallar el Polinomio de Taylor de orden par de la función $f(x) = \cos(x^2)$.
2. Hallar el Polinomio de Taylor de orden n de la función e^x/x .
3. Usar el primer apartado para demostrar que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x^2)}{x^4} = \frac{1}{2}.$$
