

**AUTOEVALUACIÓN DE CÁLCULO I**

Para Grados en Ingeniería

**Capítulo 2: Cálculo diferencial de una variable**

**Domingo Pestana Galván**  
**José Manuel Rodríguez García**

---



## Examen de Autoevaluación - Capítulo 2

---

**PROBLEMA 1.** Resolver los siguientes apartados:

1. Estudiar los valores de  $k$  que hagan que la siguiente función sea continua en todo  $\mathbb{R}$

$$g(x) = \frac{k}{x^2 - 2x + k}$$

2. Determinar si la siguiente función es continua o no. Si no lo es, determinar si la discontinuidad es evitable, de salto finito o infinito.

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 1 & \text{si } 1 < x < 2 \\ x^2 & \text{si } x \geq 2. \end{cases}$$

---

**PROBLEMA 2.** Resolver los siguientes apartados:

1. Sean  $f$  y  $g$  continuas en  $[a, b]$  tales que  $f(a) < g(a)$  pero  $f(b) > g(b)$ . Demostrar que existe  $x_0 \in [a, b]$  tal que  $f(x_0) = g(x_0)$ .
2. Demostrar que si  $f$  es periódica, entonces  $f'$  también es periódica.

---

**PROBLEMA 3.** Encontrar  $a$  y  $b$  tales que  $f$  sea derivable en todos los puntos.

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 + b & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

---

**PROBLEMA 4.** Resuelve los siguientes apartados

1. Calcula  $p$ ,  $m$  y  $n$  para que  $f(x)$  cumpla las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo  $[-1, 5]$ . ¿Dónde cumple la tesis?.

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + px & \text{si } -1 \leq x \leq 3 \\ mx + n & \text{si } 3 < x \leq 5 \end{cases}$$

2. Demuestra que  $g(x)$  cumple las hipótesis del T.V.M. en el intervalo  $[2, 6]$ . ¿En qué punto cumple la tesis?.

$$g(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{si } x < 4 \\ -x^2 + 10x - 19 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

---

**PROBLEMA 5.** Resuelve los siguientes límites:

$$(i) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}$$

$$(ii) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$$

---

**PROBLEMA 6.** Resolver los siguientes apartados.

1. Hallar el Polinomio de Taylor de orden par de la función  $f(x) = \cos(x^2)$ .
2. Hallar el Polinomio de Taylor de orden  $n$  de la función  $e^x/x$ .
3. Usar el primer apartado para demostrar que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x^2)}{x^4} = \frac{1}{2}.$$

---