uc3m | Universidad Carlos III de Madrid
Departamento de Matemáticas

CÁLCULO II
AUTOEVALUACIÓN 1
Elaborada por Domingo Pestana y José Manuel Rodríguez

Problema 1.

a) Estudiar la continuidad de la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2+y^3}{2(x^2+y^2)}, & (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

b) Estudiar la existencia de las derivadas parciales en el origen.

c) ¿Dónde es diferenciable?

Problema 2. Sea la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^4+y^2}\,, & \text{si } (x,y) \neq (0,0)\,, \\ 0\,, & \text{si } (x,y) = (0,0)\,. \end{cases}$$

a) Estudiar la continuidad de f en todo su dominio.

b) Calcular $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$.

c) Estudiar la diferenciabilidad de f en todo su dominio.

Problema 3.
Calcular el plano tangente a $f(x,y) = x^2 + 2x - y^2 - 2y$ en el punto $(1,2)$.

Problema 4.
Sean $g(x,y) = x^2y - 2y - e^{xy}$ y $h(u,v,w) = \Big(\log(u^2+v^2) + \tan(uv), e^{vw}\Big)$. Calcular

$$D(g \circ h)(1,0,\pi).$$

Problema 5.
Calcular los puntos en que se anulan a la vez tanto $f(x,y)$ como su derivada direccional a lo largo de la dirección $(1,-1)$, siendo

$$f(x,y) = x^2 - xy + 2y.$$

Problema 6.
Supóngase que f tiene derivadas parciales continuas y tiene derivada direccional máxima igual a 50 en el punto $P(1,2)$. Supóngase también que dicha derivada direccional máxima se alcanza en la dirección del vector $\overrightarrow{PQ}$ con $Q = (4,6)$. Calcular $\nabla f(1,2)$.
