uc3m | Universidad Carlos III de Madrid
Departamento de Matemáticas

CÁLCULO II
AUTOEVALUACIÓN 4
Elaborada por Domingo Pestana y José Manuel Rodríguez

Problema 1.
Calcular de dos formas distintas la integral del campo vectorial $F(x,y) = (xy^2 + 5y, 4x + x^2y)$ sobre la curva de ecuación $x^2 + y^2 = 4$ orientada en sentido contrario a las manecillas del reloj.

Problema 2.
Sea el campo vectorial $F(x,y) = (\cos y + 2xy, -x \operatorname{sen} y + x^2)$. Hallar $\int_\gamma F\, ds$, siendo γ el arco de la parábola $y = x^2$ desde $(0,0)$ hasta $(1,1)$.
Indicación: Estudia si F es un campo conservativo.

Problema 3.
Calcular

$$\int_\gamma y e^{\operatorname{sen} x} \cos x\, dx + (\operatorname{sen} x + e^{\operatorname{sen} x})\, dy,$$

donde γ es la frontera (orientada en sentido contrario al movimiento de las agujas del reloj) de

$$W = \left\{ (x,y) : 0 \le y \le \frac{\pi}{2} - x,\ x \ge 0 \right\}.$$

Problema 4.
Calcular la integral $\displaystyle\int_S \operatorname{rot}(F) \cdot n$ de dos maneras distintas, siendo S la superficie $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $y \le 0$, orientada con la normal exterior a la esfera, y $F(x,y,z) = (\cos x, 2xy^2 + z^2, yz)$.

Problema 5.
Sean V el sólido limitado por las tres superficies

$$\begin{aligned}
S_1 &= \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ z = 4 - 3x^2 - 3y^2,\ 1 \le z \le 4\},\\
S_2 &= \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 + y^2 = 1,\ 0 \le z \le 1\},\\
S_3 &= \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ z = 0\},
\end{aligned}$$

$S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$, y F el campo vectorial $F(x,y,z) = (xy, -y^2, z)$. Calcular $\displaystyle\int_S F$, si S está orientada con la normal exterior.
