

Álgebra Lineal

Tema 6. Álgebra y edición de fotos

Grado en Ingeniería Informática

Doble Grado en Ingeniería Informática y Administración
de Empresas

AUTORES: J. SALAS, A. TORRENTE Y E.J.S. VILLASEÑOR

uc3m | Universidad **Carlos III** de Madrid



Índice general

6. Álgebra y edición de fotos	1
6.1. Representación de una imagen	1
6.2. Operaciones con imágenes	2

Tema 6

Álgebra y edición de fotos

Una labor cotidiana consiste en editar y mejorar las fotos que tomamos con una cámara o con el móvil. Lo que no está tan claro es que, debajo de todo este proceso, hay mucha álgebra lineal en juego. En este capítulo vamos a ver cómo manipular una imagen en blanco y negro usando elementos de álgebra lineal.

6.1. Representación de una imagen

En este tema vamos a usar como ejemplo un fichero que contiene una imagen en formato jpg y un sólo canal de imagen (escala de grises). La imagen (mostrada en la figura 6.1) representa una bacteria *Helicobacter Pylori*.

Esta imagen se codifica como una matriz A de dimensión 340×340 en la que a cada elemento a_{ij} le corresponde un píxel localizado en el punto (i, j) ; el valor de dicha entrada es un entero que refleja el nivel de “gris” que tiene dicho píxel; dicho valor varía entre 0, el negro puro o ausencia de “luz”, y el 255, el blanco puro o totalidad de “luz”. El píxel a_{11} corresponde a la esquina superior izquierda de la figura y el píxel $a_{340,340}$, a la esquina inferior derecha.



Figura 6.1: Imagen en escala de grises de una bacteria *Helicobacter Pylori*. La imagen se puede obtener de la colección de imágenes libres en internet *pixabay.com* en la dirección <https://pixabay.com/en/bacteria-bacterium-1453123/>. Esta imagen está sujeta a la licencia Pixabay y es libre para su uso comercial.

Éste es el caso más sencillo: si queremos usar colores (en el modo RGB), a cada píxel le correspondería un vector $v_{ij} = (r, g, b)^t$ cuyas coordenadas son números enteros (entre 0 y 255) que indican la “cantidad” de rojo, verde y azul que hay en dicho píxel. Este caso es conceptualmente idéntico al que vamos a considerar en este tema; el añadir color simplemente hace que los cálculos sean algo más complicados técnicamente.

6.2. Operaciones con imágenes

Una primera operación es “trasponer” la imagen. Esto significa que la esquina superior derecha se convierte en la esquina inferior izquierda y viceversa. Es decir, si queremos trasponer una imagen sólo tenemos que trasponer la matriz A que la representa. Se obtiene así la bacteria traspuesta de la figura 6.2.

La segunda operación que vamos a considerar es cambiar el brillo de la figura. Para

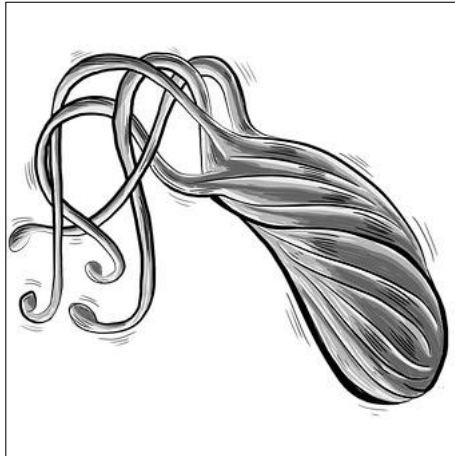


Figura 6.2: Imagen transpuesta de la imagen de la figura 6.1.

ello podemos añadir o restar una cantidad constante a cada píxel que compone la imagen. Sin embargo hay que tener cuidado al realizar esta operación: al suma o restar una cantidad fija a todos los elementos de la matriz A podemos obtener valores mayores que 255 ó menores que 0. Estos valores no son válidos, ya que para poder representar dicha imagen, el programa espera encontrar un entero entre 0 y 255. Si encuentra otro valor, entonces el resultado no es correcto. Luego, si redefinimos la operación $a_{ij} \rightarrow a'_{ij} = a_{ij} + x$ ($x \in \mathbb{Z}$) de la siguiente manera

$$a'_{ij} = \begin{cases} a_{ij} + x & \text{si } 0 \leq a_{ij} + x \leq 255, \\ 255 & \text{si } a_{ij} + x > 255, \\ 0 & \text{si } a_{ij} + x < 0, \end{cases}$$

garantizamos que la nueva matriz A' va a estar bien definida para cualquier valor entero de x . De esta manera, si tomamos $x = -40$, obtenemos la imagen de la figura 6.3. Al restar 40, el blanco ($= 255$) desaparece de la figura, ya que se convierte en 215, mientras que el negro ($= 0$) sigue apareciendo.

La última operación que vamos a considerar es la de escoger una “parte” de la ima-



Figura 6.3: Imagen obtenida de la figura 6.1 restando al valor de cada píxel el número 40 y haciendo que el valor mínimo en cada píxel sea 0, tal y como se explica en el texto.

gen. Por ejemplo, queremos seleccionar la región de la imagen cuyos píxeles estén en el rectángulo definido por

$$R = \{(i, j) : 200 \leq i, j \leq 300\}.$$

Esta operación consiste simplemente en extraer de la matriz A una submatriz B de manera que

$$B_{ij} = A_{199+i, 199+i}, 1 \leq i, j \leq 101.$$

El resultado se muestra en la figura 6.4.



Figura 6.4: Imagen obtenida de la figura 6.1 escogiendo los píxeles del rectángulo $R = \{(i, j) : 200 \leq i, j \leq 300\}$.