

Conversión CC-CA: Inversores

Electrónica de Potencia

Autores (orden alfabético): A. Barrado, C. Fernández, A. Lázaro,
E. Olías, M. Sanz, P. Zumel

uc3m | Universidad **Carlos III** de Madrid



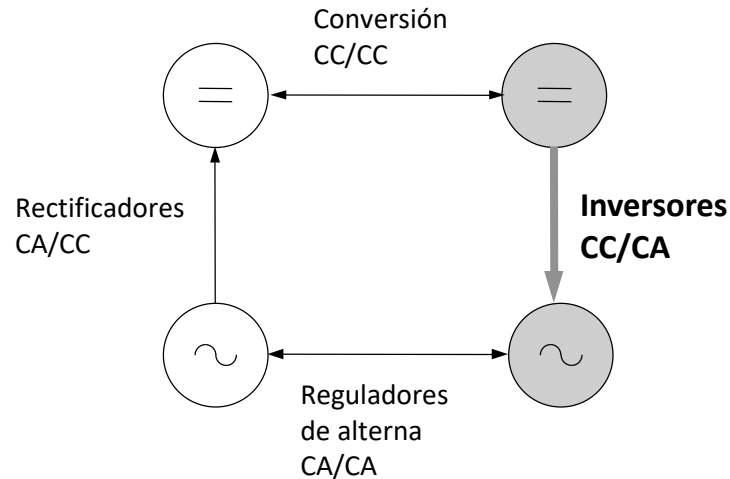
Índice tema

- Conversión CC-CA, ejemplos de aplicaciones y clasificación inversores
- Inversor monofásico:
 - Topología en puente completo
 - Resumen semiconductores
 - Control por onda cuadrada
 - Control por fase desplazada
 - Introducción a la modulación PWM
 - Modulación PWM sinusoidal bipolar
 - Modulación PWM sinusoidal unipolar
- Inversor trifásico:
 - Control por onda cuadrada
 - Modulación PWM sinusoidal

Índice tema

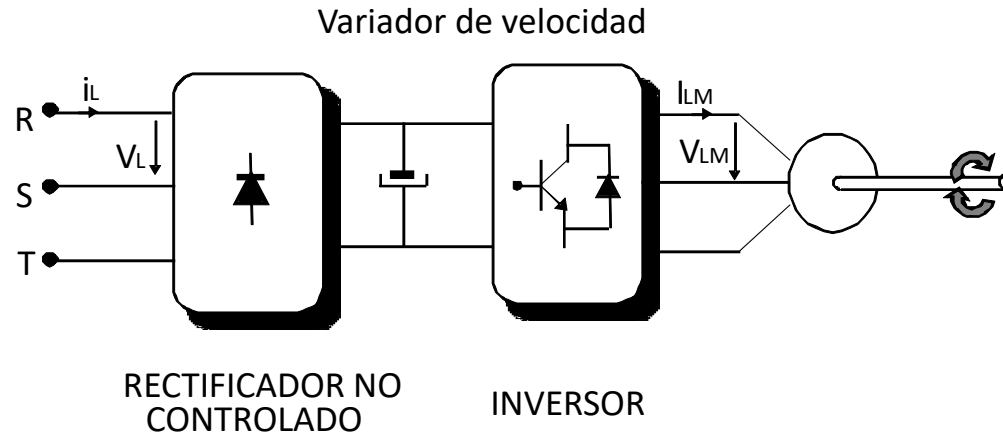
- Conversión CC-CA, ejemplos de aplicaciones y clasificación inversores
- Inversor monofásico:
 - Topología en puente completo
 - Resumen semiconductores
 - Control por onda cuadrada
 - Control por fase desplazada
 - Introducción a la modulación PWM
 - Modulación PWM sinusoidal bipolar
 - Modulación PWM sinusoidal unipolar
- Inversor trifásico:
 - Control por onda cuadrada
 - Modulación PWM sinusoidal

Objetivo de los inversores



Generar tensión alterna a partir de tensión continua.
Además interesa poder variar la tensión eficaz y la frecuencia de la tensión alterna generada

Aplicaciones: control de velocidad de motores de corriente alterna

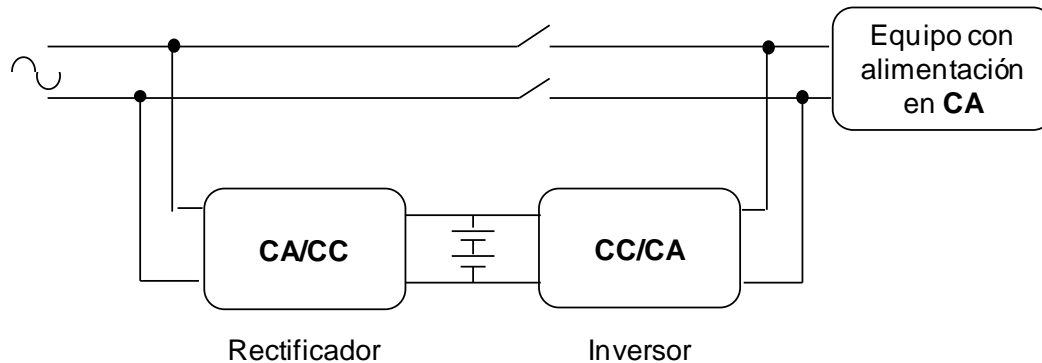


Variando el valor eficaz y la frecuencia de la tensión aplicada al estator de un motor de inducción se logra variar su velocidad para diferentes pares. Hoy en día esta es una aplicación con un gran volumen de negocio, ya que el motor de inducción es muy sencillo, robusto, de mantenimiento casi nulo y actualmente el conjunto motor de inducción – variador de velocidad es muy competitivo en cuanto a su precio.

Algunas aplicaciones típicas de reguladores electrónicos de velocidad son: tracción ferroviaria, máquinas Herramientas, sistemas de bombeo y ventilación, cintas transportadoras, laminadoras y bobinadoras...

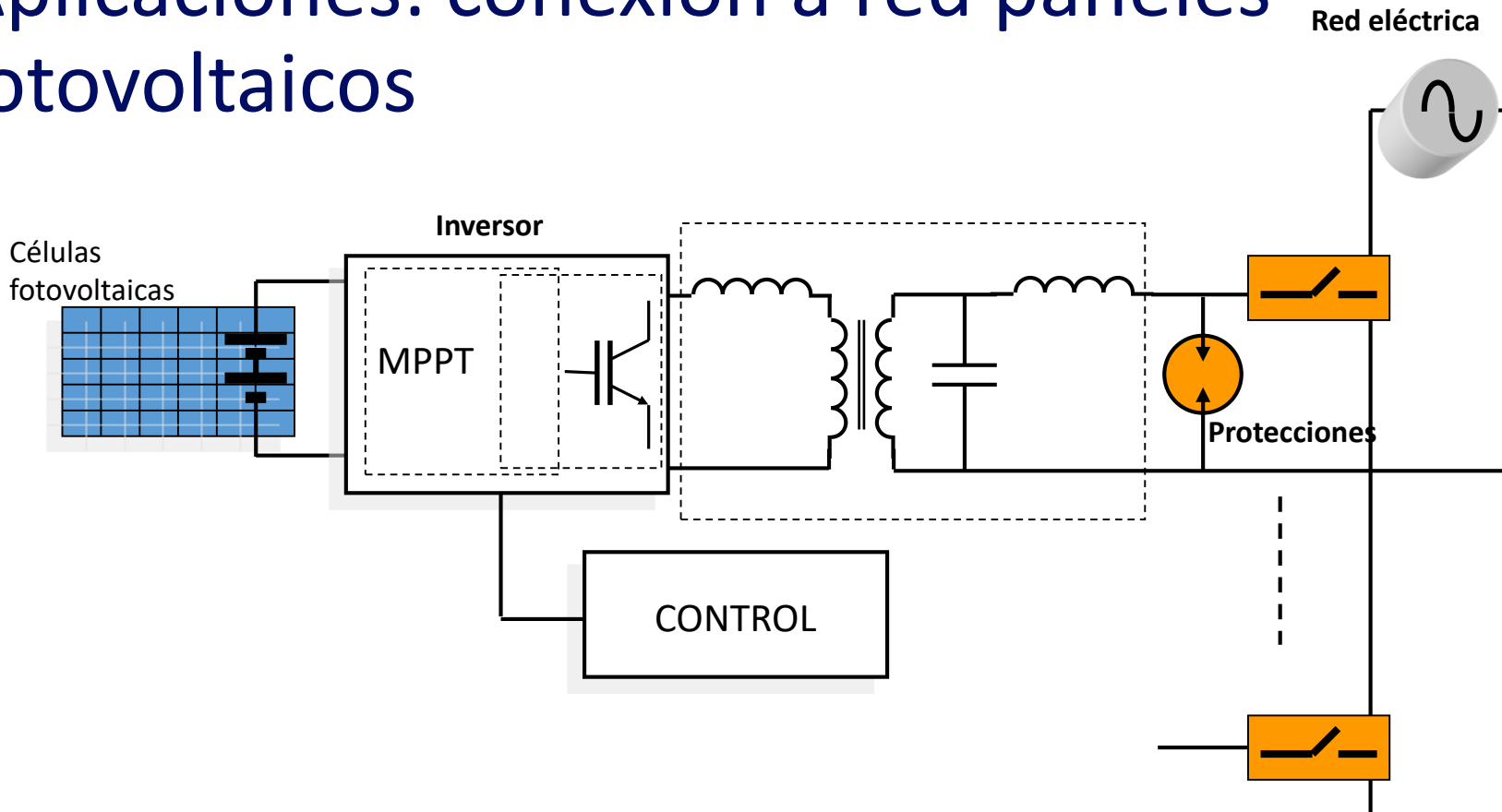
Aplicaciones: sistemas de alimentación ininterrumpida (SAI)

Uninterruptible Power Supply (UPS)



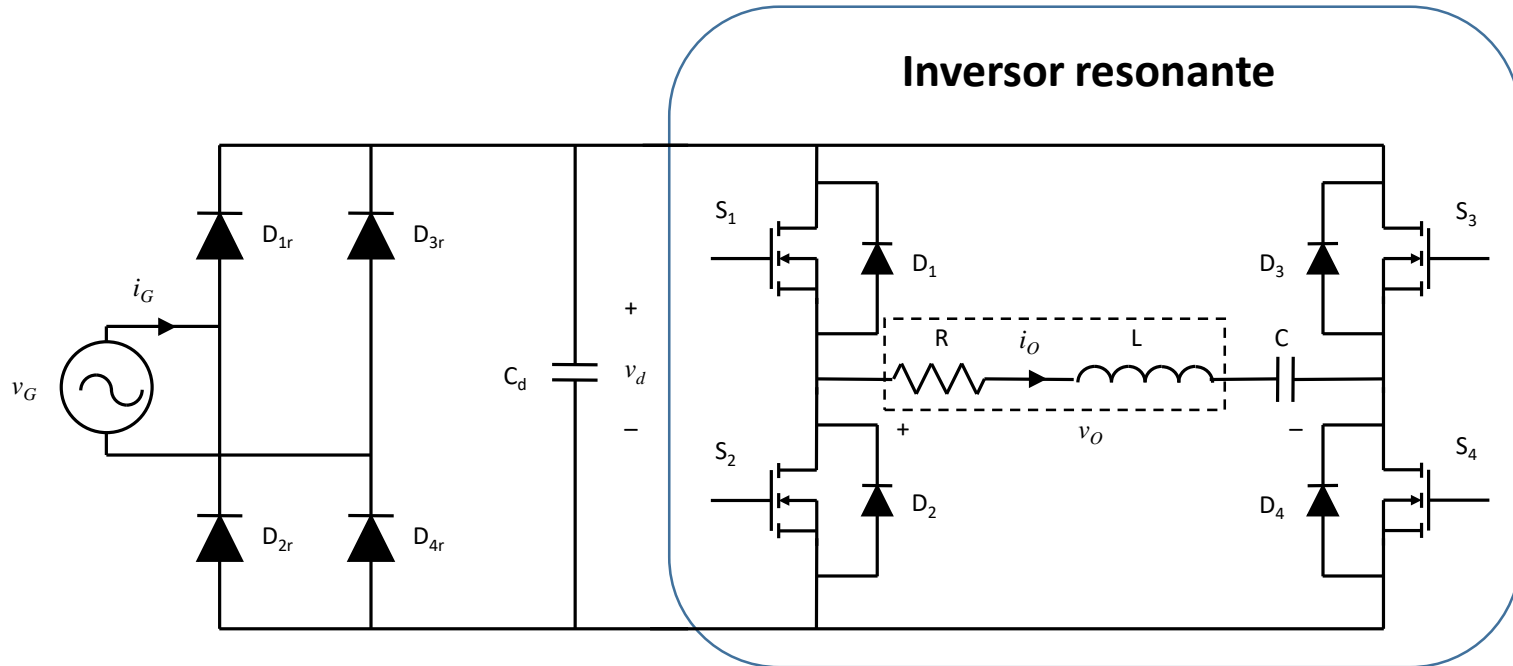
Cuando hay una falta en la red eléctrica, entra en funcionamiento el inversor, que entrega la energía a partir de una batería de almacenamiento cargada desde la red. Así los equipos críticos permanecen siempre alimentados, a pesar de posibles fallos del suministro eléctrico, y por eso el sistema se llama de alimentación ininterrumpida.

Aplicaciones: conexión a red paneles fotovoltaicos



El inversor transforma la corriente continua en corriente alterna. La corriente continua la recibe directamente del panel o de un convertidor CC-CC que controla el punto de máxima potencia del panel. La corriente alterna se vierte a la red eléctrica para su distribución o bien para generar una red de alterna para auto-consumo.

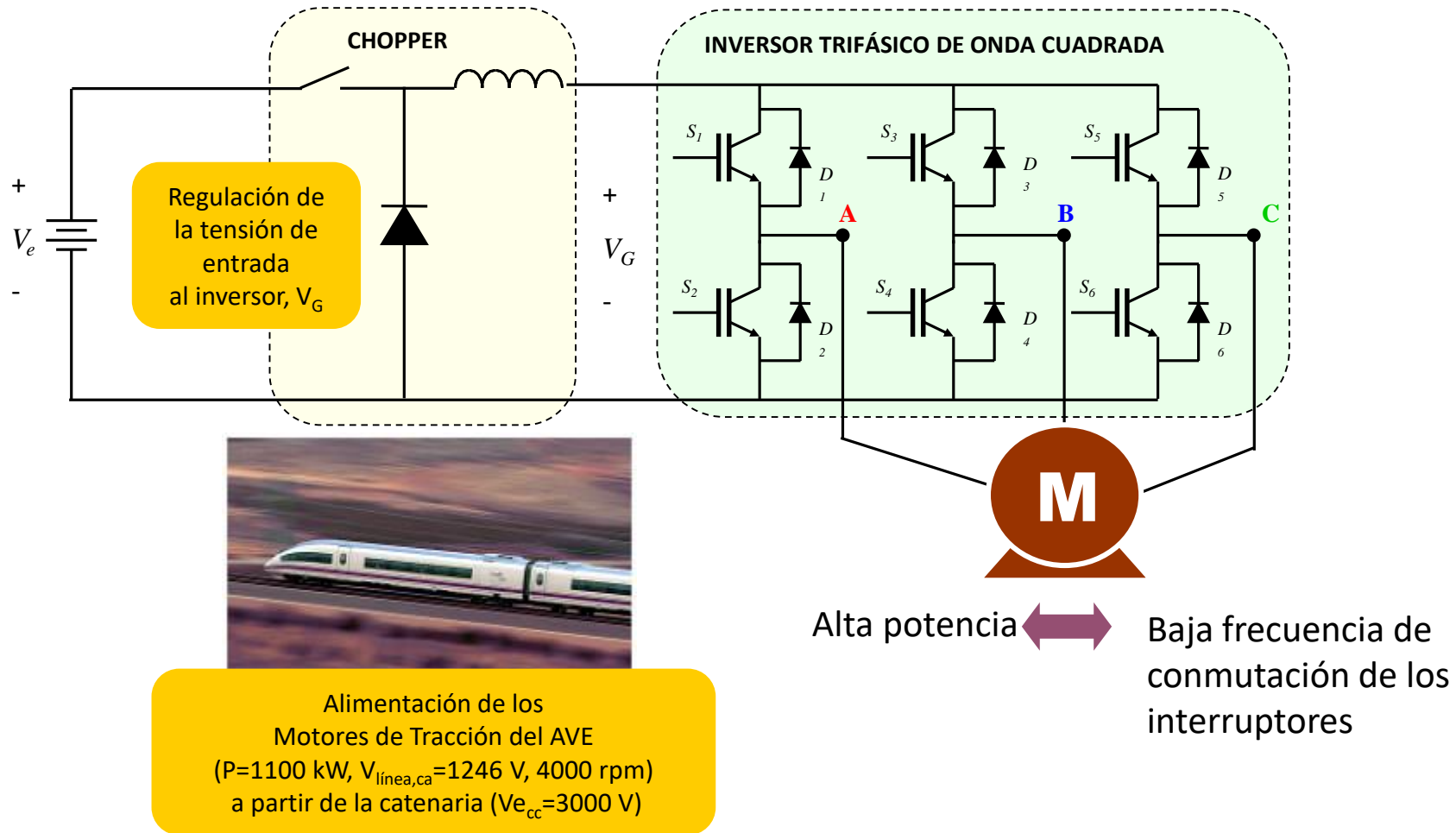
Aplicaciones: calentamiento por inducción



El inversor permite obtener una corriente de alterna que genera un campo magnético que a su vez induce unas corrientes en la cazuela, consiguiendo su calentamiento. Gracias al control de la frecuencia de conmutación del inversor se consigue controlar la corriente y por tanto el calor generado en el recipiente.

Ejemplo aplicación inversores trifásicos

Regulación del valor eficaz en equipos de alta potencia



Clasificación inversores

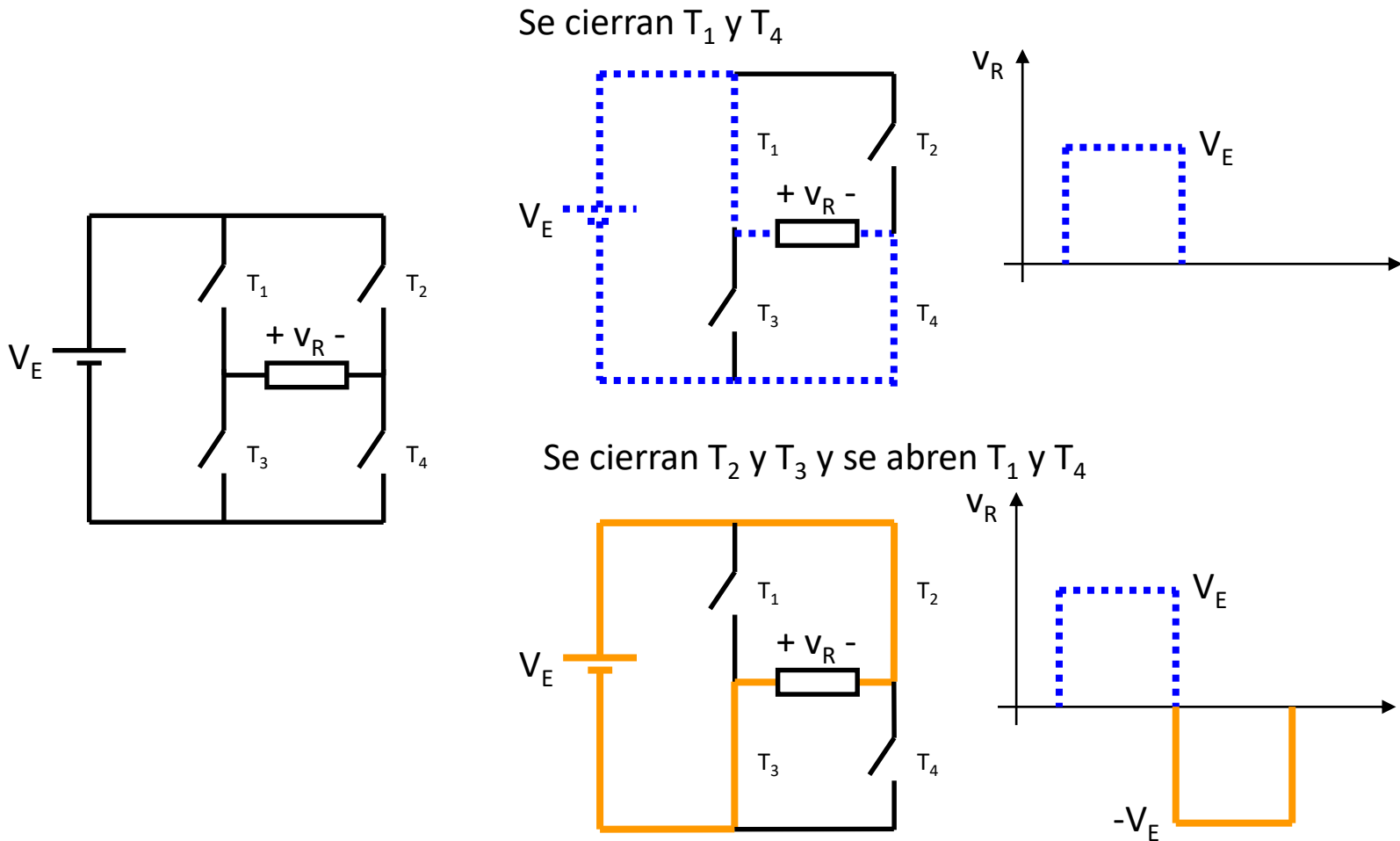
- Según la topología:
 - Monofásicos:
 - Medio puente
 - Puente completo
 - Push-pull
 - Trifásicos:
 - Puente trifásico
- Según su modo de funcionamiento:
 - Fuente de tensión
 - Fuente de corriente
- Según la síntesis de la onda de salida:
 - Variación de la tensión de entrada
 - Variación del desfase entre los puentes (fase desplazada)
 - Modulación del ancho de pulso PWM:
 - Pulso único
 - Pulsos múltiples
 - Sinusoidal
 - Tensión unipolar
 - Tensión bipolar

Índice tema

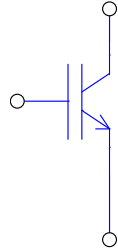
- Conversión CC-CA, ejemplos de aplicaciones y clasificación inversores
- Inversor monofásico:
 - Topología en puente completo
 - Resumen semiconductores
 - Control por onda cuadrada
 - Control por fase desplazada
 - Introducción a la modulación PWM
 - Modulación PWM sinusoidal bipolar
 - Modulación PWM sinusoidal unipolar
- Inversor trifásico:
 - Control por onda cuadrada
 - Modulación PWM sinusoidal

Inversor en puente completo

Generación de una onda alterna a partir de CC

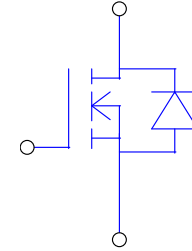


Semiconductores



IGBT

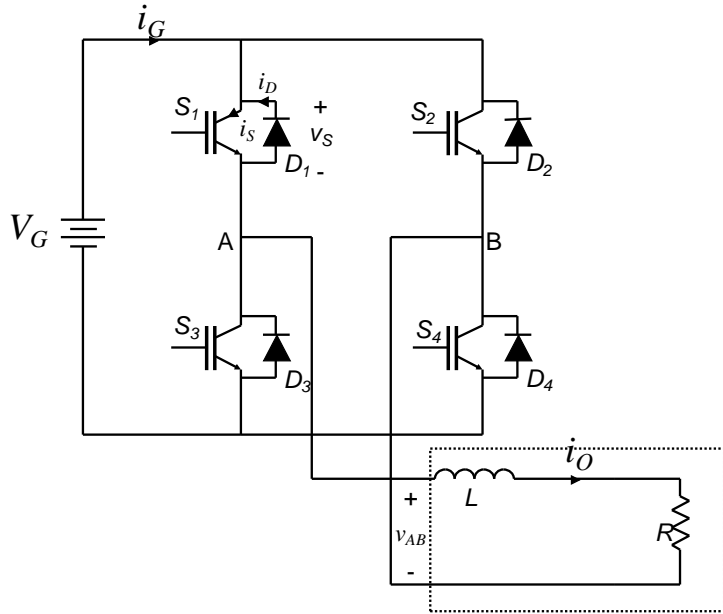
- Interruptor totalmente controlado
- Permanece disparado mientras se aplica una diferencia de tensión suficiente entre sus terminales de puerta y emisor
- Unidireccional: sólo permite la conducción de la corriente en el sentido de la flecha



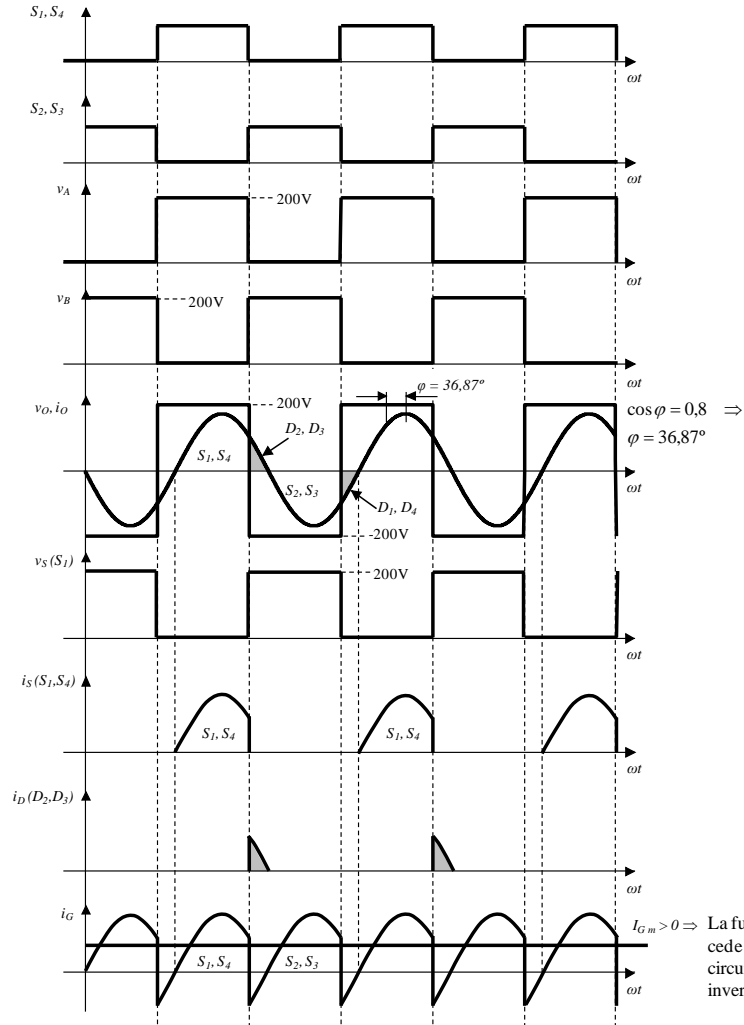
MOSFET

- Interruptor totalmente controlado
- Permanece disparado mientras se aplica una diferencia de tensión suficiente entre sus terminales de puerta y emisor
- Bidireccional: corriente en los dos sentidos
- Tiene un diodo parásito entre fuente y drenador

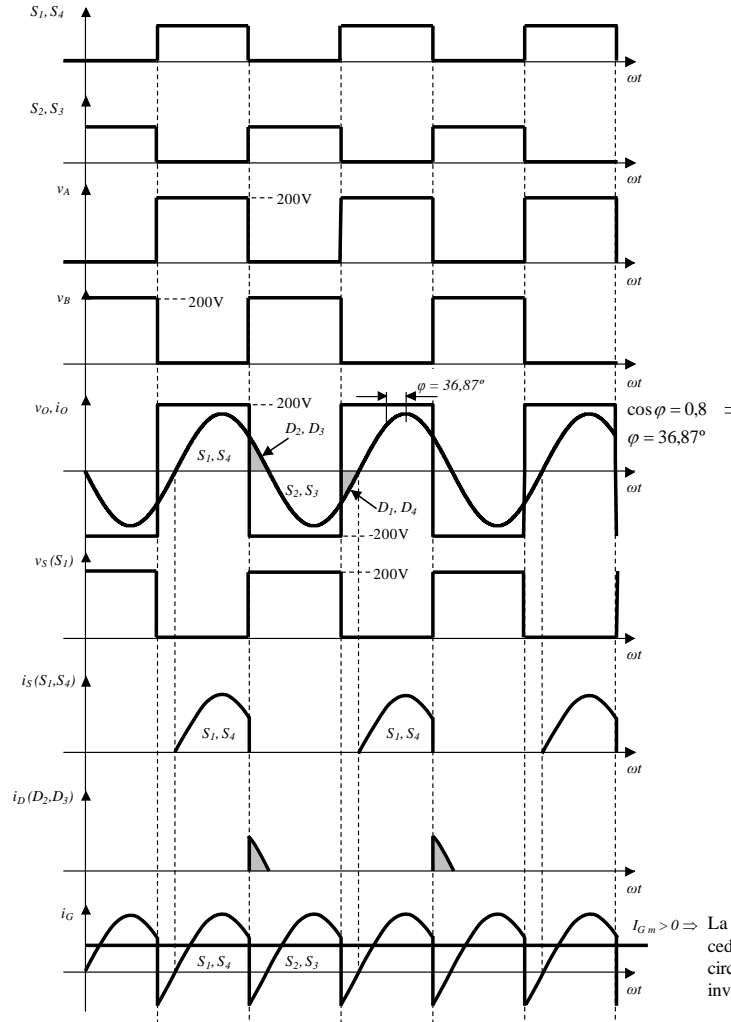
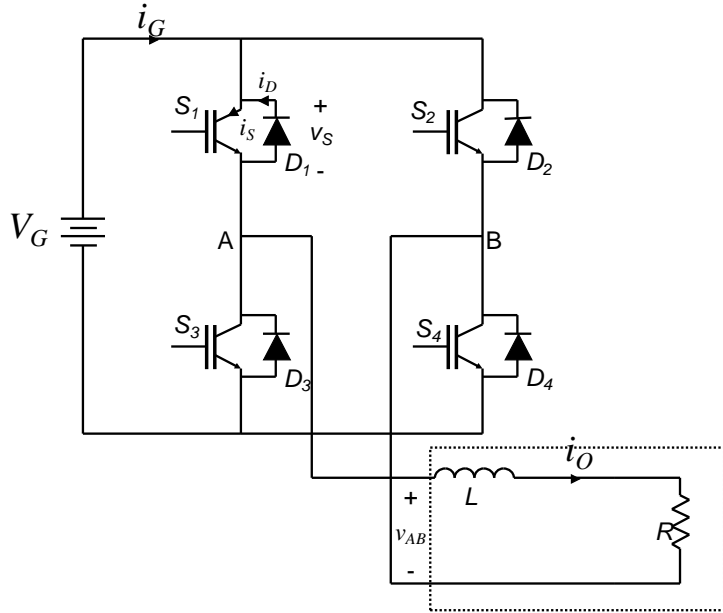
Control onda cuadrada: formas de onda



Formas de onda suponiendo que la corriente cedida a la carga i_O es sinusoidal pura



Control onda cuadrada: interruptores



$i_G > 0 \Rightarrow$ La fuente de continua cede energía, por tanto el circuito funciona como inversor.

Conducción de los interruptores:

$$\left. \begin{matrix} v_o > 0 \\ i_o > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow S_1, S_4$$

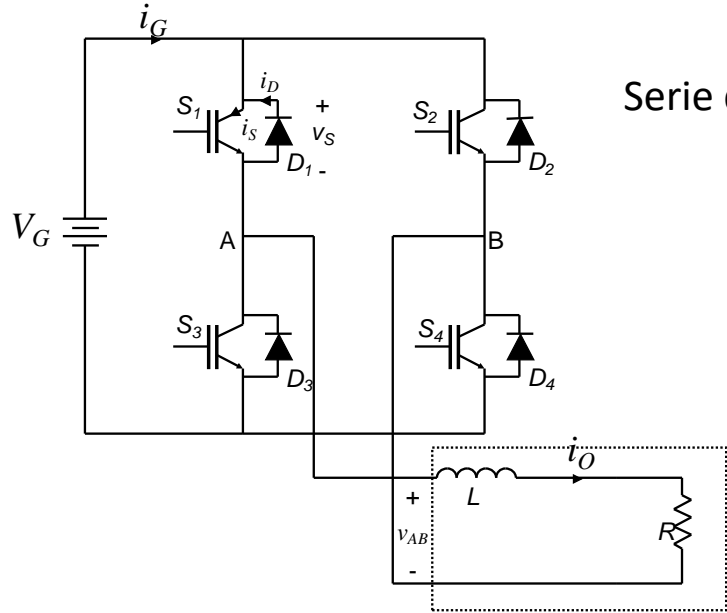
$$\left. \begin{matrix} v_o < 0 \\ i_o > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow D_2, D_3$$

$$\left. \begin{matrix} v_o < 0 \\ i_o < 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow S_2, S_3$$

$$\left. \begin{matrix} v_o > 0 \\ i_o < 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow D_1, D_4$$

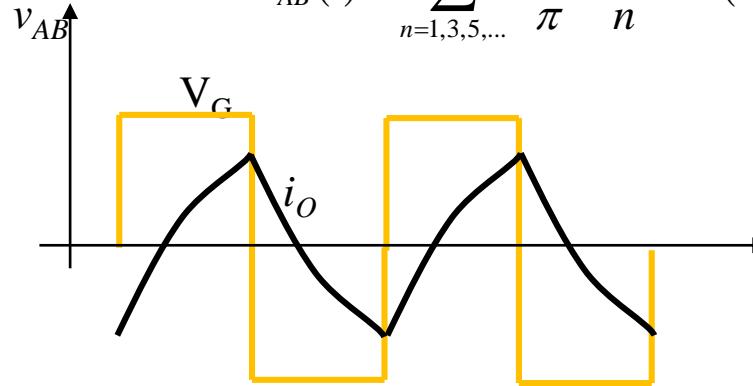
- Tensión y corriente del mismo signo: conducen los IGBTs.
- Tensión y corriente de signo contrario: conducen los diodos.
- $S_1 - S_4$ y $D_1 - D_4$ aplican tensión positiva a la carga: $v_o = +V_G$
- $S_2 - S_3$ y $D_2 - D_3$ aplican tensión negativa a la carga: $v_o = -V_G$
- $S_1 - S_4$ y $D_2 - D_3$ permiten que circule corriente positiva: $i_o > 0$
- $S_2 - S_3$ y $D_1 - D_4$ permiten que circule corriente negativa: $i_o < 0$

Control onda cuadrada: contenido armónico



Serie de Fourier de la tensión de salida del inversor, v_{AB} :

$$v_{AB}(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4V_G}{\pi} \cdot \frac{1}{n} \cdot \text{sen}(n\omega t)$$

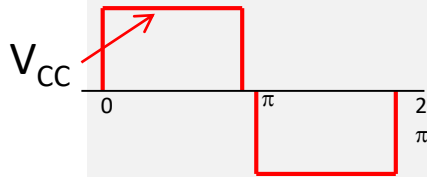


Orden del armónico	$V_{ABn\text{ef}}$	Z_{On}	$I_{On\text{ef}}$
1	$\frac{4 \cdot V_G}{\pi} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{R^2 + (n\omega L)^2}$	$\frac{V_{AB1\text{ef}}}{Z_{O1}}$
3	$\frac{4 \cdot V_G}{\pi} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{R^2 + (3\omega L)^2}$	$\frac{V_{AB3\text{ef}}}{Z_{O3}}$
5	$\frac{4 \cdot V_G}{\pi} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{R^2 + (5\omega L)^2}$	$\frac{V_{AB5\text{ef}}}{Z_{O5}}$
n	$V_{ABn\text{ef}} = \frac{4 \cdot V_G}{\pi} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$	$Z_{On} = \sqrt{R^2 + (n\omega L)^2}$	$I_{On\text{ef}} = \frac{V_{ABn\text{ef}}}{Z_{On}} = \frac{V_{ABn\text{ef}}}{\sqrt{R^2 + (n\omega L)^2}}$

Inversores monofásicos puente completo

Tipo de control

Onda cuadrada



¿Valor eficaz de V_O variable?

✗

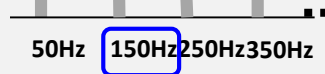
Sólo variando V_{CC}

¿Frec. V_O variable?

✓

¿Bajo contenido armónico y fácil de filtrar?

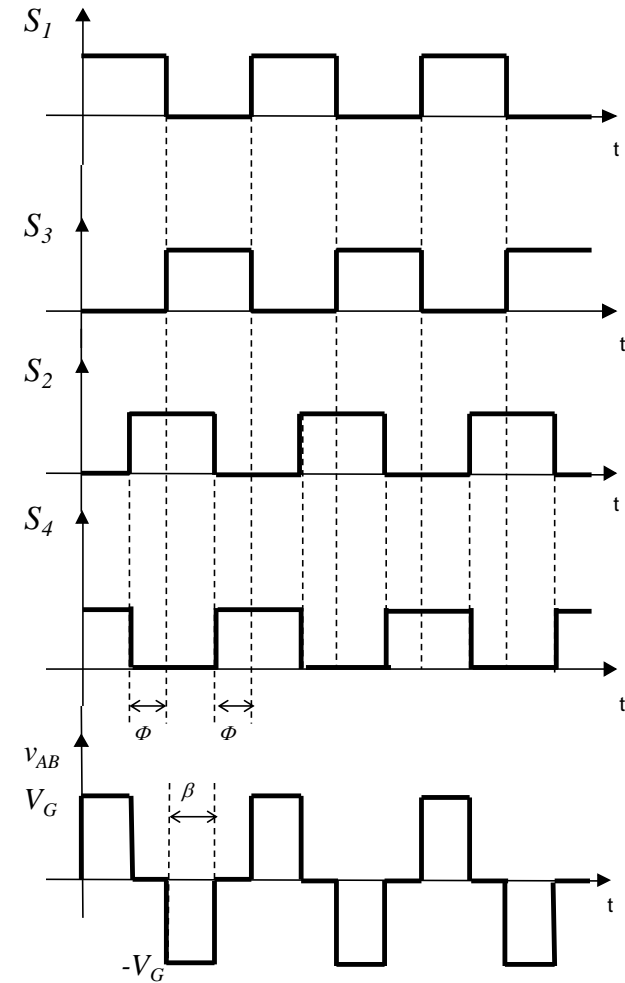
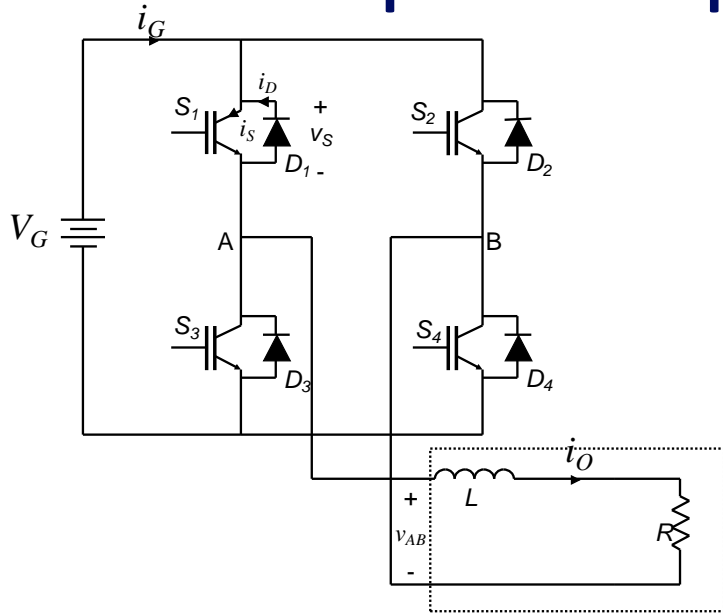
✗



Armónicos de baja frecuencia próximos al fundamental

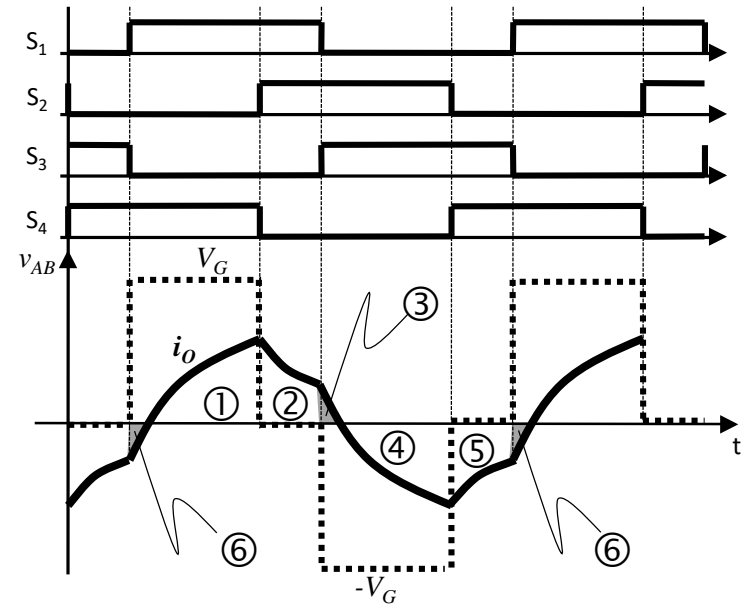
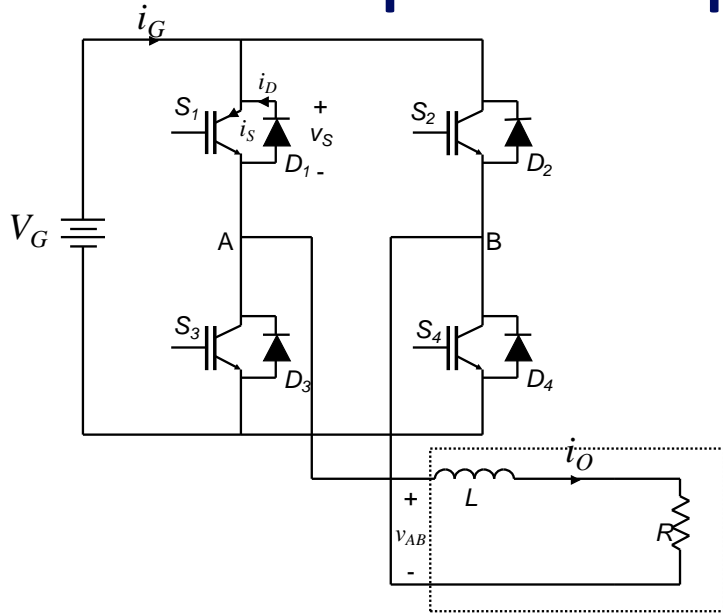
¿Cómo se puede incorporar un parámetro de control de la tensión de salida que no requiera modificar V_{CC} ?

Control por desplazamiento de fase (I)



- Las señales de gobierno son S_1 y S_2 , desfasadas un ángulo Φ .
- S_3 es complementaria de S_1 y S_4 es complementaria de S_2
- Cuando conducen S_1 y S_4 aplican tensión positiva a la carga: $v_{AB} = +V_G$
- Cuando conducen S_1 y S_2 aplican tensión nula a la carga: $v_{AB} = 0$
- Cuando conducen S_2 y S_3 aplican tensión negativa a la carga: $v_{AB} = -V_G$
- Cuando conducen S_3 y S_4 aplican tensión nula a la carga: $v_{AB} = 0$

Control por desplazamiento de fase (II)



Conducción de los semiconductores:

$$\textcircled{1} \left. \begin{array}{l} v_{AB} > 0 \\ i_o > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} S_1, S_4 \\ S_1, S_4 \end{array} \quad \textcircled{2} \left. \begin{array}{l} v_{AB} = 0 \\ i_o > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} S_1, S_2 \\ S_1, D_2 \end{array} \quad \textcircled{3} \left. \begin{array}{l} v_{AB} < 0 \\ i_o > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} S_2, S_3 \\ D_2, D_3 \end{array}$$

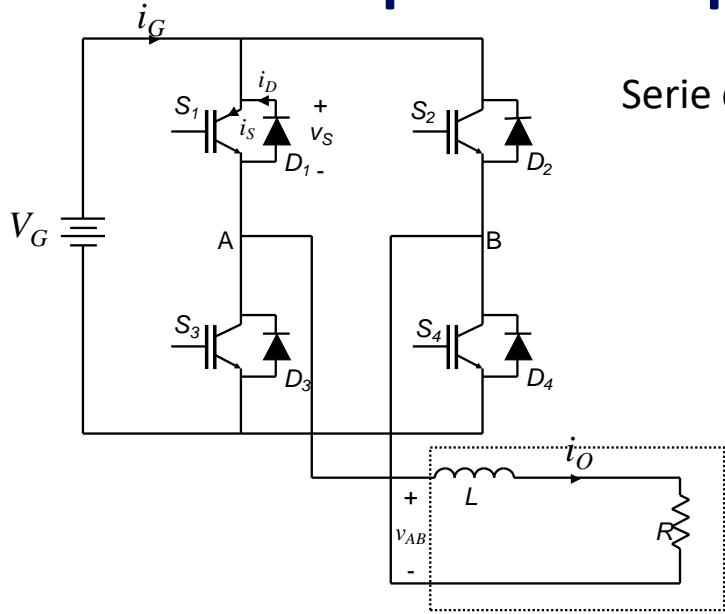
$$\textcircled{4} \left. \begin{array}{l} v_{AB} < 0 \\ i_o < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} S_2, S_3 \\ S_2, S_3 \end{array} \quad \textcircled{5} \left. \begin{array}{l} v_{AB} = 0 \\ i_o < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} S_3, S_4 \\ S_3, D_4 \end{array} \quad \textcircled{6} \left. \begin{array}{l} v_{AB} > 0 \\ i_o < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} S_1, S_4 \\ D_1, D_4 \end{array}$$

 IGBT que está activado por puerta

 Dispositivos que conducen

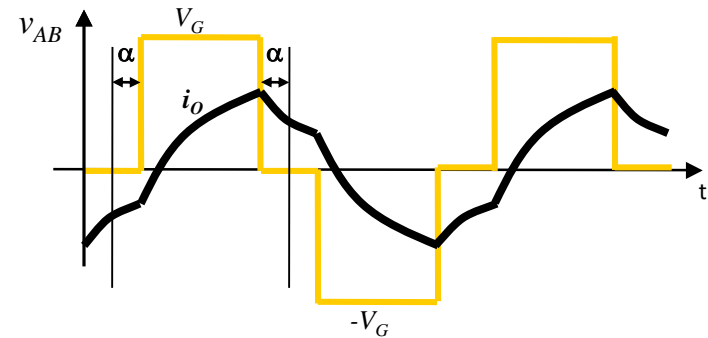
- Tensión y corriente del mismo signo: conducen los IGBTs.
- Tensión y corriente de signo contrario: conducen los diodos.
- Tensión nula y corriente positiva o negativa: conduce IGBT - diodo
- $S_1 - S_4$ y $D_1 - D_4$ aplican tensión positiva a la carga: $v_{AB} = +V_G$
- $S_2 - S_3$ y $D_2 - D_3$ aplican tensión negativa a la carga: $v_{AB} = -V_G$
- $S_1 - D_2$ y $S_3 - D_4$ aplican tensión nula a la carga: $v_{AB} = 0$
- $S_1 - S_4$, $S_1 - D_2$ y $D_2 - D_3$ permiten que circule corriente positiva: $i_o > 0$
- $S_2 - S_3$, $S_3 - D_4$ y $D_1 - D_4$ permiten que circule corriente negativa: $i_o < 0$

Control por desplazamiento de fase (III)



Serie de Fourier de la tensión de salida del inversor, v_{AB} :

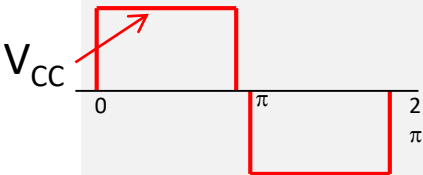
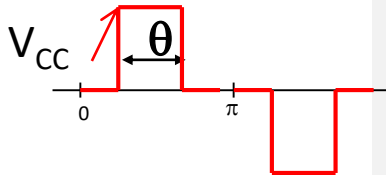

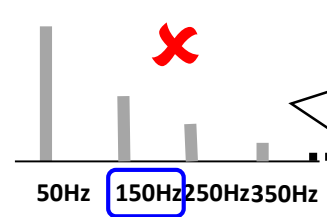
$$v_{AB}(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4V_G}{\pi} \cdot \frac{1}{n} \cdot \cos(n\alpha) \cdot \text{sen}(n\omega t)$$



Orden del armónico	$V_{ABn\text{ef}}$	Z_{On}	$I_{On\text{ef}}$
1	$\frac{4 \cdot V_G}{\pi} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(\alpha)$	$\sqrt{R^2 + (n\omega L)^2}$	$\frac{V_{AB1\text{ef}}}{Z_{O1}}$
3	$\frac{4 \cdot V_G}{\pi} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(3\alpha)$	$\sqrt{R^2 + (3\omega L)^2}$	$\frac{V_{AB3\text{ef}}}{Z_{O3}}$
5	$\frac{4 \cdot V_G}{\pi} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(5\alpha)$	$\sqrt{R^2 + (5\omega L)^2}$	$\frac{V_{AB5\text{ef}}}{Z_{O5}}$
n	$\frac{4 \cdot V_G}{\pi} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(n\alpha)$	$Z_{On} = \sqrt{R^2 + (n\omega L)^2}$	$I_{On\text{ef}} = \frac{V_{ABn\text{ef}}}{Z_{On}} = \frac{V_{ABn\text{ef}}}{\sqrt{R^2 + (n\omega L)^2}}$

La tensión aplicada a la carga depende del ángulo de desplazamiento

Inversores monofásicos puente completo

	Tipo de control	
	Onda cuadrada	Fase desplazada
		
¿Valor eficaz de V_o variable?	<p>✗</p> <p>Sólo variando V_{CC}</p>	<p>✓</p> <p>Variando θ</p>
¿Frec. V_o variable?	<p>✓</p>	<p>✓</p>
¿Bajo contenido armónico y fácil de filtrar?	<p>✗</p>  <p>Armónicos de baja frecuencia próximos al fundamental</p>	<p>✗</p>  <p>Armónicos de baja frecuencia próximos al fundamental</p>

¿Se puede reducir o mejorar este contenido armónico?

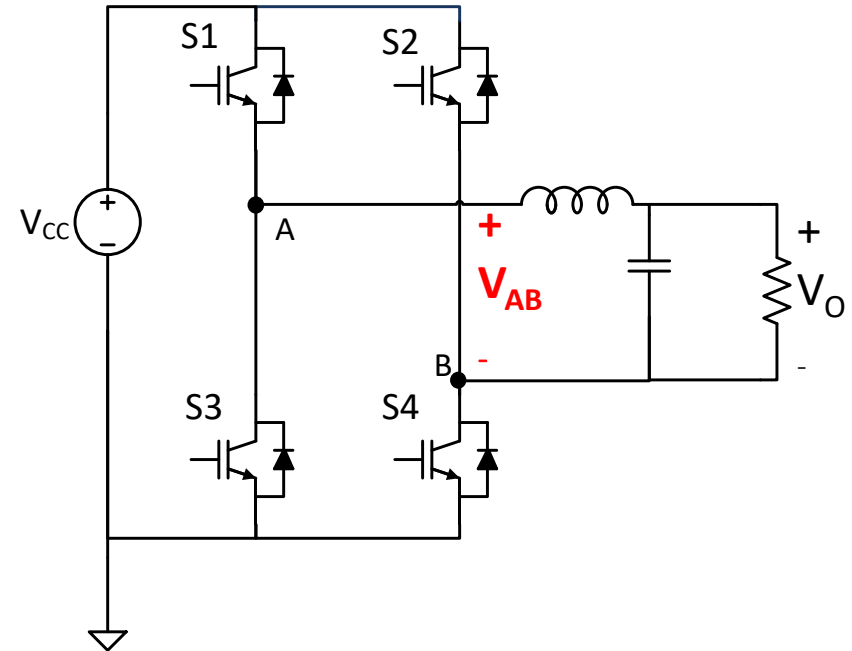
Modulación PWM : introducción (I)

Objetivo

Que la tensión V_{AB} se parezca lo más posible a una sinusoidal

¿Cómo se puede hacer?

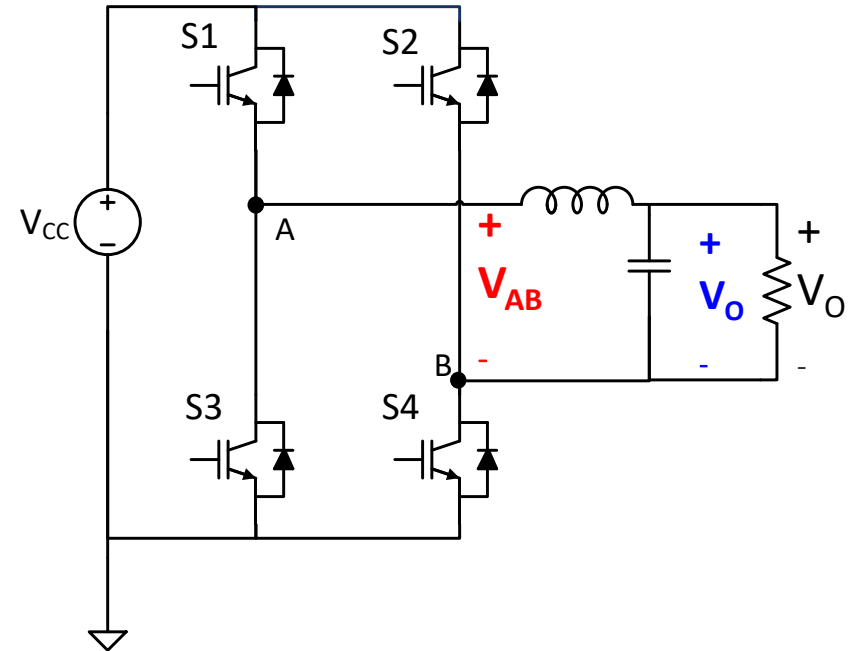
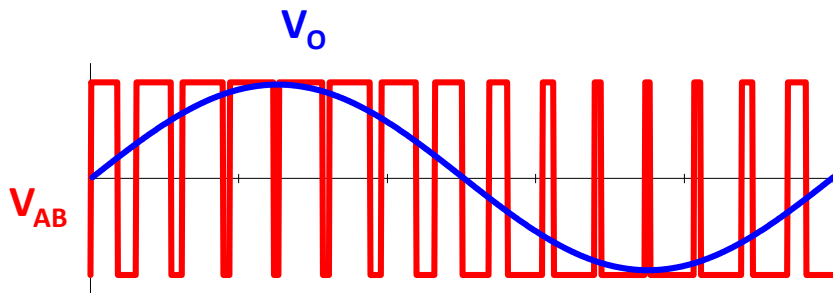
Controlando el disparo de los interruptores, es decir, por CONTROL



V_{AB} tensión de salida del puente inversor

V_O tensión aplicada a la carga

Modulación PWM : introducción (II)



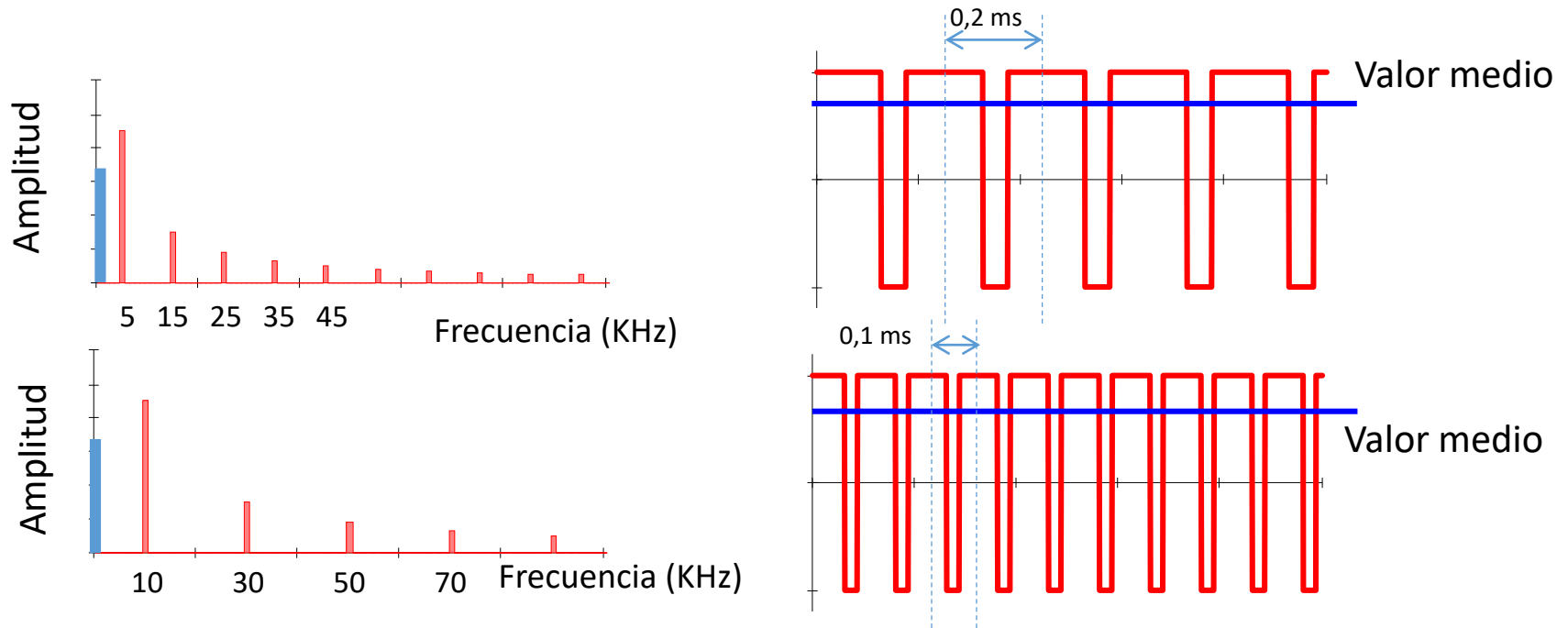
¿Cómo se puede hacer?

Controlando el disparo de los interruptores, es decir, por CONTROL

V_{AB} tensión de salida del puente inversor
 V_o tensión aplicada a la carga

Modulación PWM : introducción (III)

Pulsos: contenido armónico



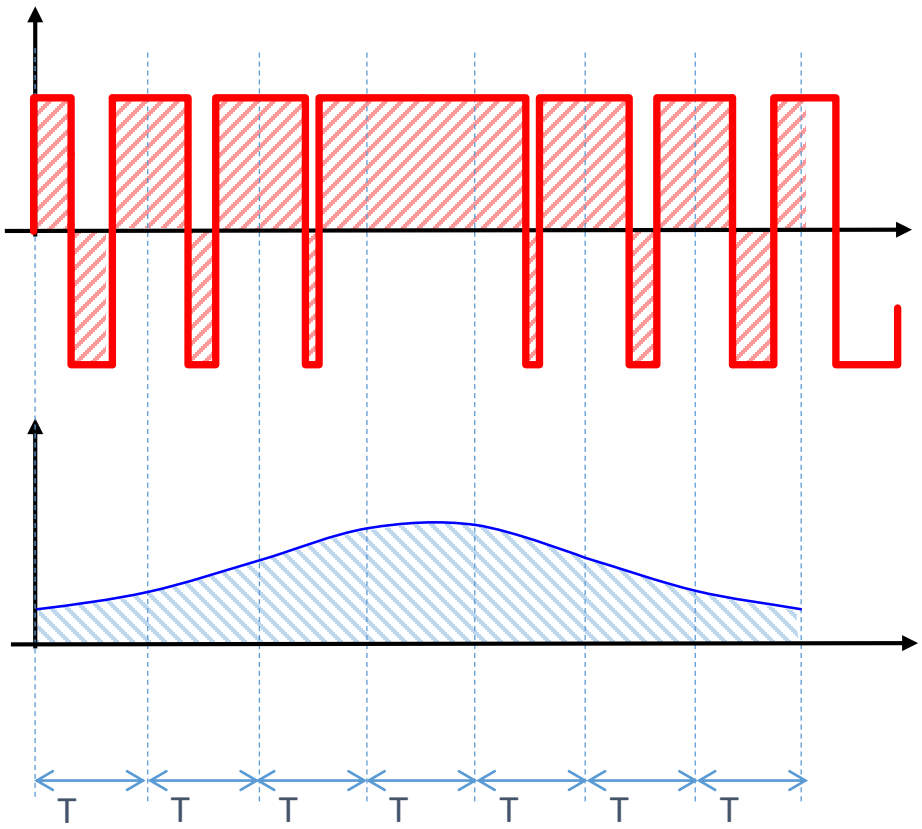
Mismo valor medio, diferente contenido armónico.

Modulación PWM : introducción (IV)

Onda cuadrada

Solo dos posibles valores de V_{AB} : $+V_{CC}$ y $-V_{CC}$

Alternando los valores $+V_{CC}$ y $-V_{CC}$ con intervalos de tiempo diferentes se puede variar el valor medio en cada intervalo T



Modulación PWM : desarrollo (I)

¿Cómo calcular el ancho de los pulsos para obtener un valor promedio determinado?

Triángulo A: base= t_n ; altura= $V_{cc}-v_m$

Triángulos A y B son semejantes

Triángulo B: base= T ; altura= $2 \cdot V_{cc}$

$$\frac{t_n}{V_{cc} - v_m} = \frac{T}{2 \cdot V_{cc}} \quad \frac{t_n}{T} = \frac{V_{cc} - v_m}{2 \cdot V_{cc}} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{v_m}{V_{cc}}\right)$$

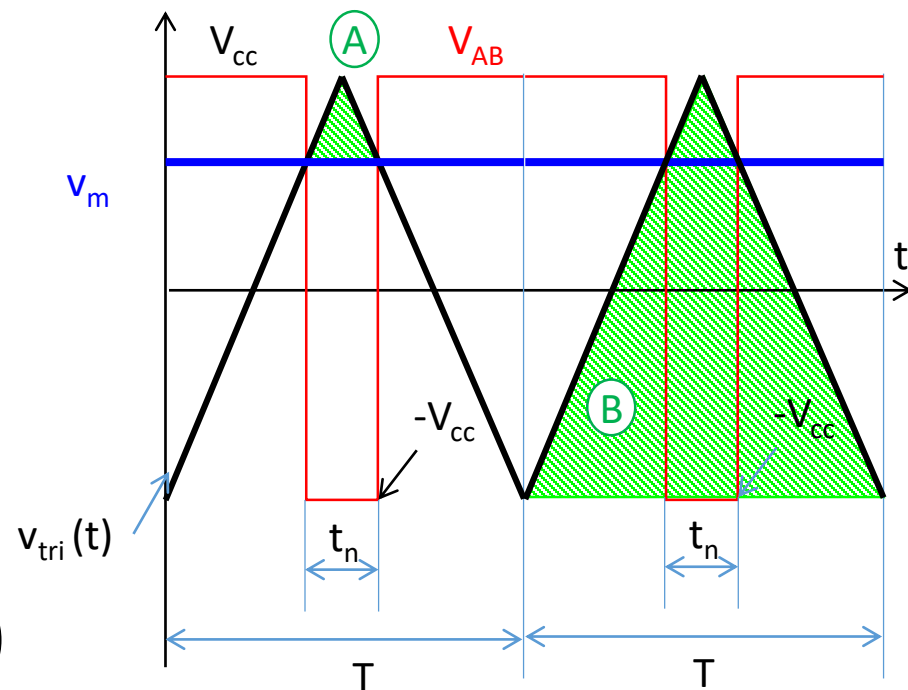
V_{ABprom} : señal V_{AB} promediada en un intervalo T :

$$V_{ABprom} = \frac{1}{T} \cdot \left(V_{cc} \cdot \frac{(T-t_n)}{2} - V_{cc} \cdot t_n + V_{cc} \cdot \frac{(T-t_n)}{2} \right)$$

$$V_{ABprom} = V_{cc} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{t_n}{T}\right)$$

$$V_{ABprom} = V_{cc} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{v_m}{V_{cc}}\right)\right)$$

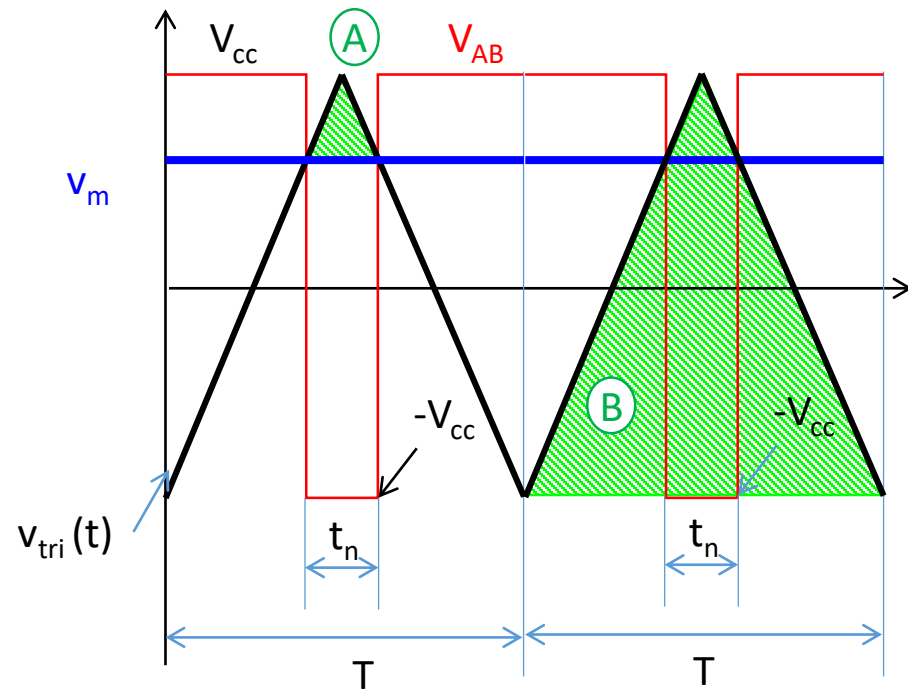
$$V_{ABprom} = v_m$$



Modulación PWM : desarrollo (II)

Resultado: Si conozco v_m y tengo una señal triangular de amplitud V_{CC} , el ancho de pulso determinado por el corte entre la señal triangular y v_m hace que V_{AB} tenga un valor medio igual a v_m .

Si $v_m > v_{tri}(t)$ V_{AB} tiene que ser V_{CC}
Si $v_m < v_{tri}(t)$ V_{AB} tiene que ser $-V_{CC}$



Modulación PWM : desarrollo (III)

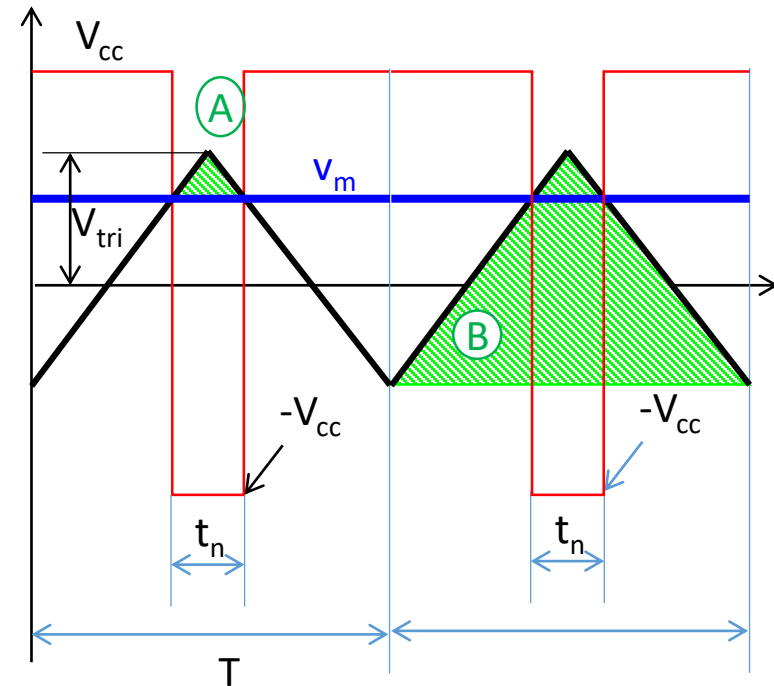
No hace falta que la señal triangular tenga una amplitud V_{CC} .
Lo importante es la proporción entre la señal triangular y v_m

$$\frac{t_n}{T} = \frac{V_{tri} - v_m}{2 \cdot V_{tri}} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{v_m}{V_{tri}}\right)$$

$$V_{ABprom} = -V_{CC} \cdot \frac{t_n}{T} + V_{CC} \cdot \left(1 - \frac{t_n}{T}\right) = V_{CC} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{t_n}{T}\right)$$

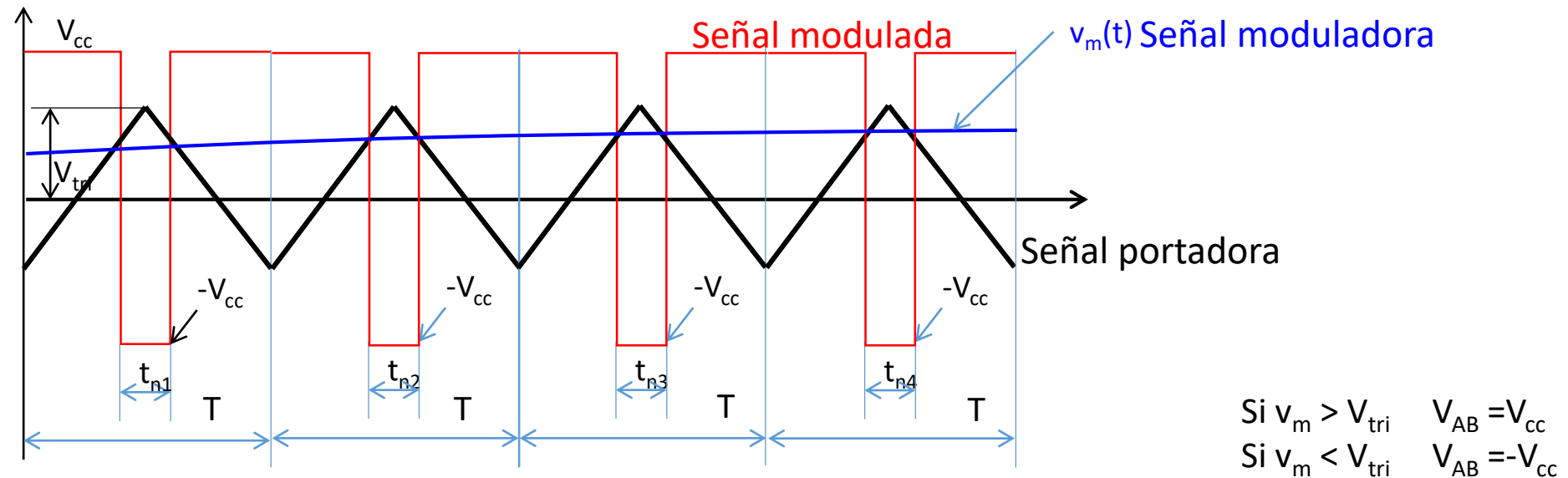
$$V_{ABprom} = V_{CC} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{v_m}{V_{tri}}\right)\right)$$

$$V_{ABprom} = \frac{V_{CC}}{V_{tri}} \cdot v_m$$



Si $v_m > V_{tri}$ $V_{AB} = V_{CC}$
Si $v_m < V_{tri}$ $V_{AB} = -V_{CC}$

Modulación PWM : desarrollo (IV)



La señal $v_m(t)$ puede variar en el tiempo. Si lo hace lentamente (no cambia mucho a lo largo de un periodo T), los cálculos anteriores son una buena aproximación

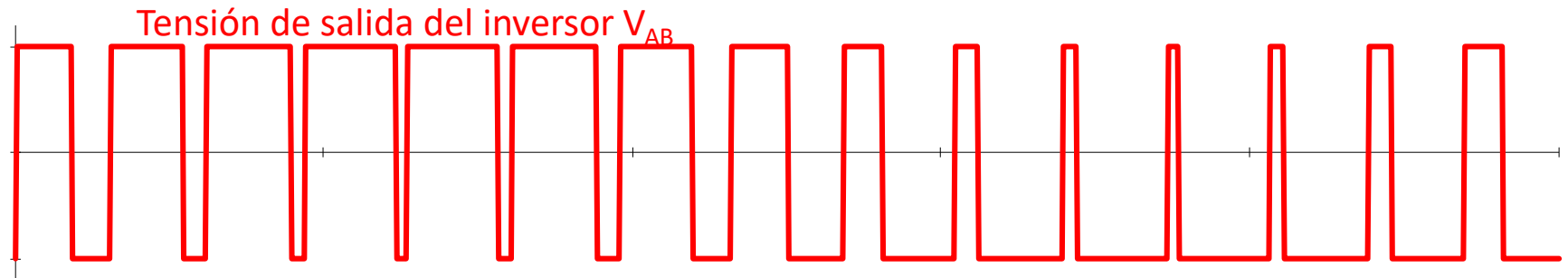
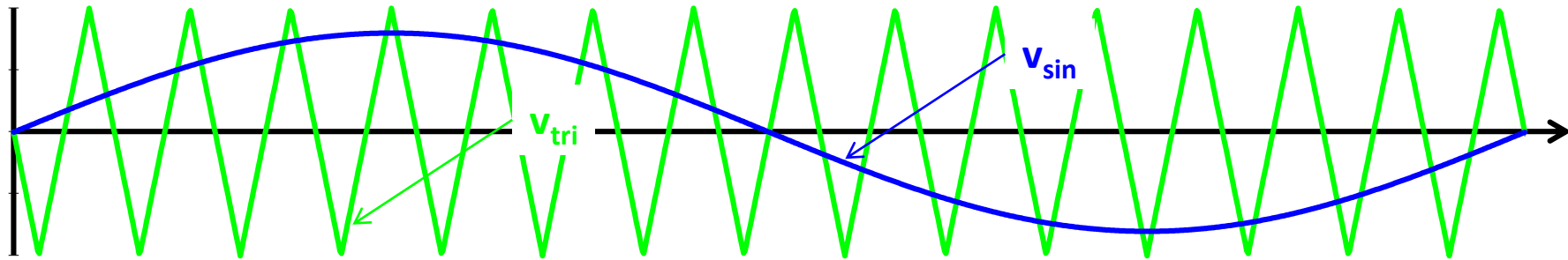
$$V_{ABprom}(t) \approx V_{CC} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{v_m(t)}{V_{tri}} \right) \right) = V_{CC} \cdot \frac{v_m(t)}{V_{tri}}$$

Si $v(t)$ es sinusoidal y varía lentamente respecto de V_{tri} :

$$v_m(t) = V \cdot \sin(\omega t); \quad V_{ABprom}(t) \approx \frac{V_{CC}}{V_{tri}} \cdot V \cdot \sin(\omega t)$$

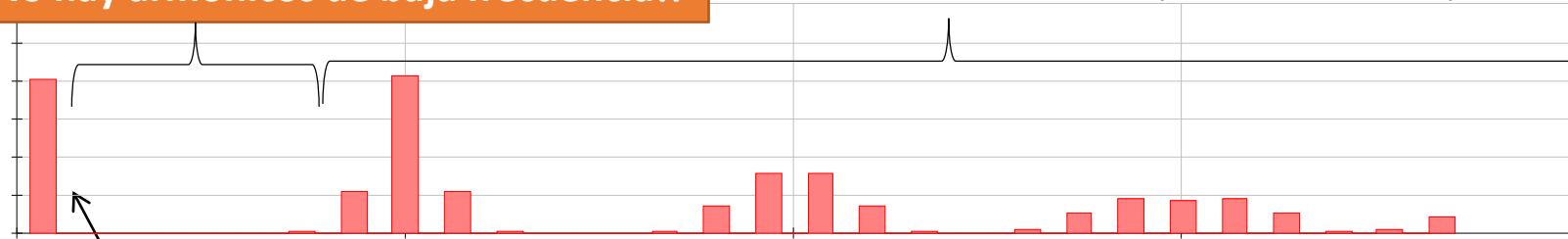
Se cumple el objetivo de conseguir una señal v_{AB} cuyo promedio sea sinusoidal

Modulación PWM : contenido armónico (I)



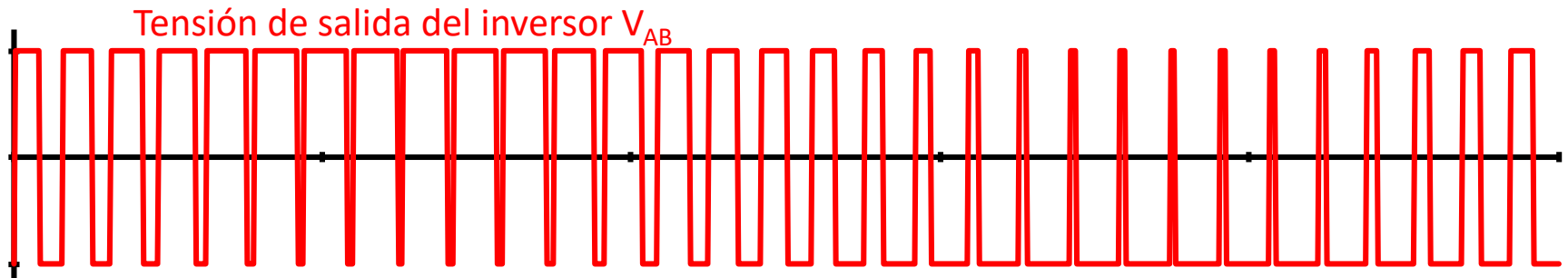
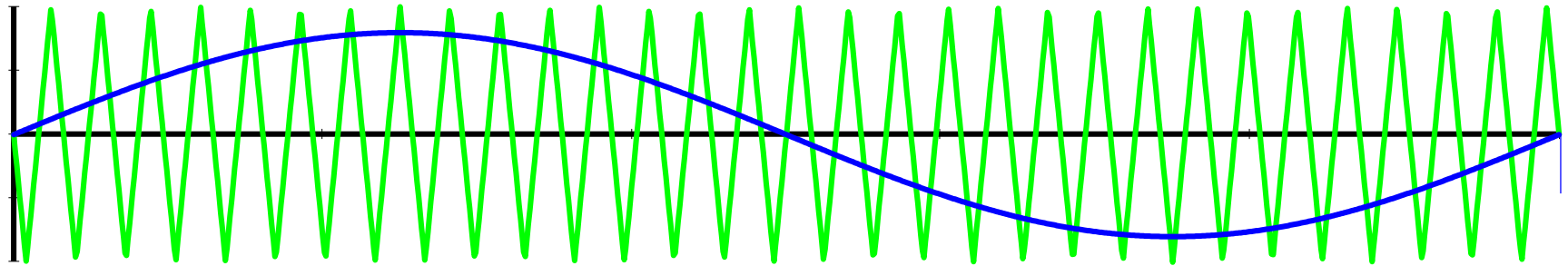
¡¡No hay armónicos de baja frecuencia!!

Armónicos: se quieren eliminar por filtrado



Componente fundamental: es la que quiero aplicar a la carga

Modulación PWM : contenido armónico (II)

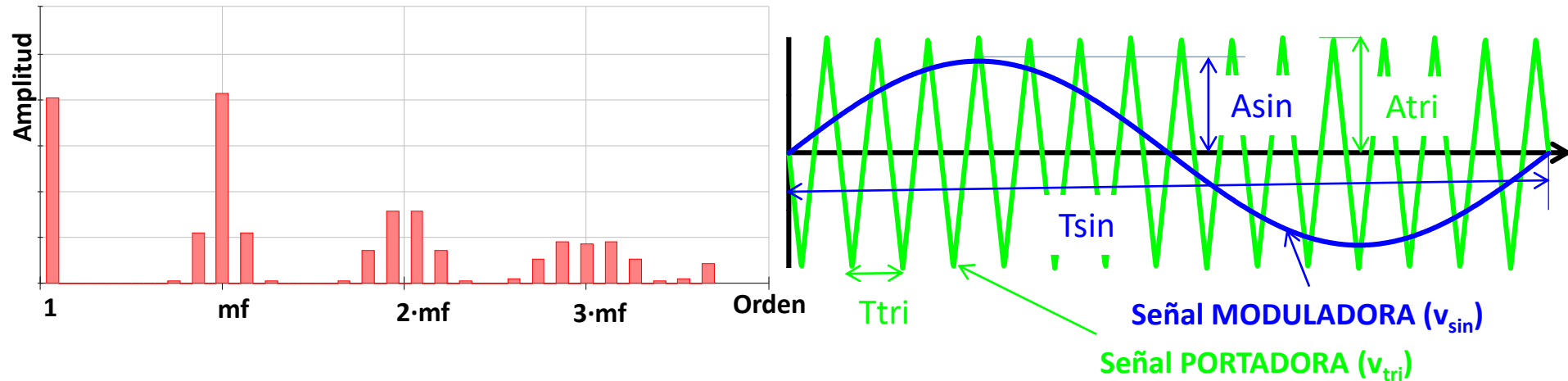


Si aumenta la frecuencia de la portadora, el rango de frecuencias con armónicos despreciables es mayor



Componente fundamental (igual amplitud)

Modulación PWM bipolar: definiciones



m_a

- relación entre las amplitudes de la moduladora y de la portadora.

$$m_a = \frac{A_{sin}}{A_{tri}}$$

$m_a < 1$
(normalmente)

Índice de modulación en amplitud

m_f

- relación entre las frecuencia de la moduladora y de la portadora

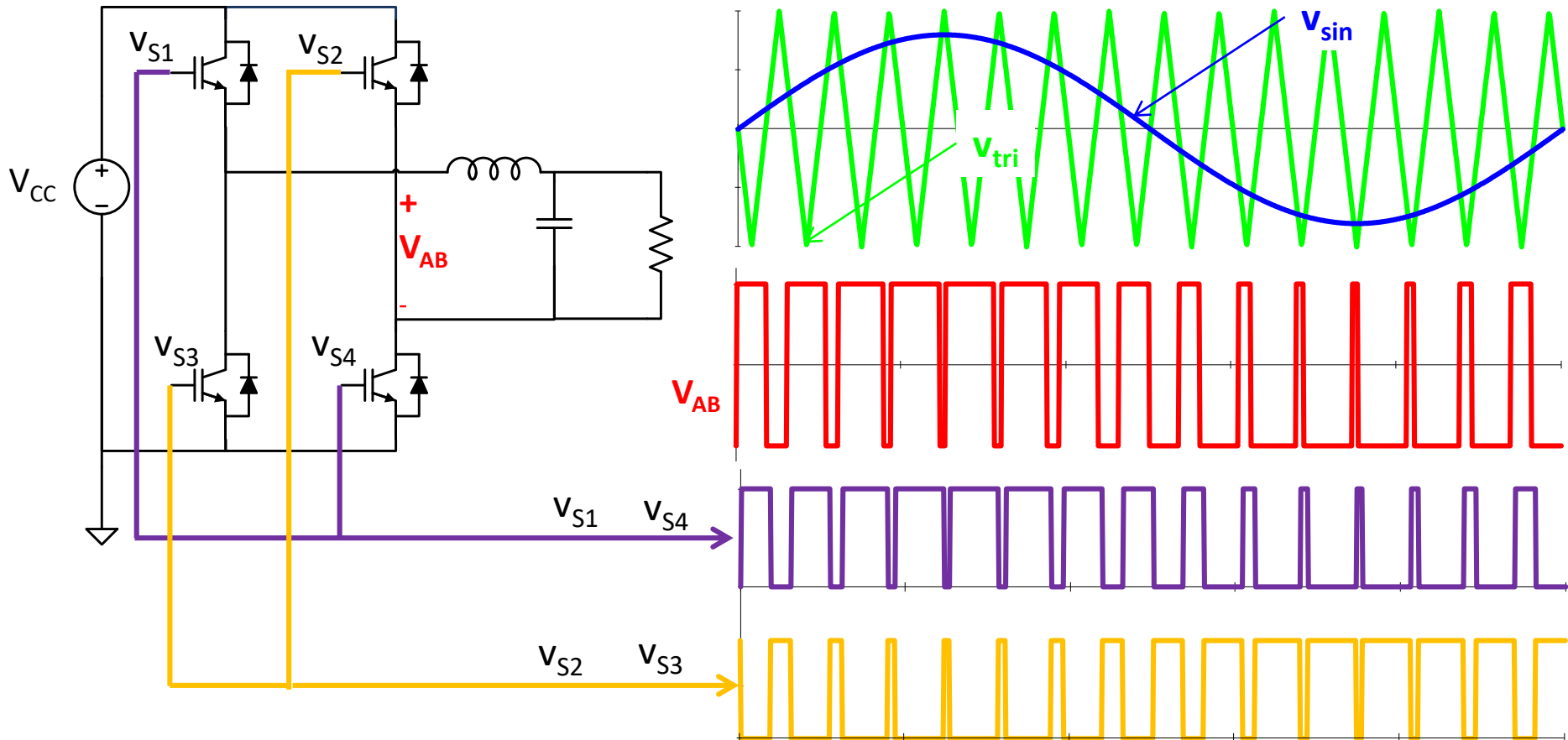
$$m_f = \frac{f_{tri}}{f_{sin}}$$

$m_f \gg 1$

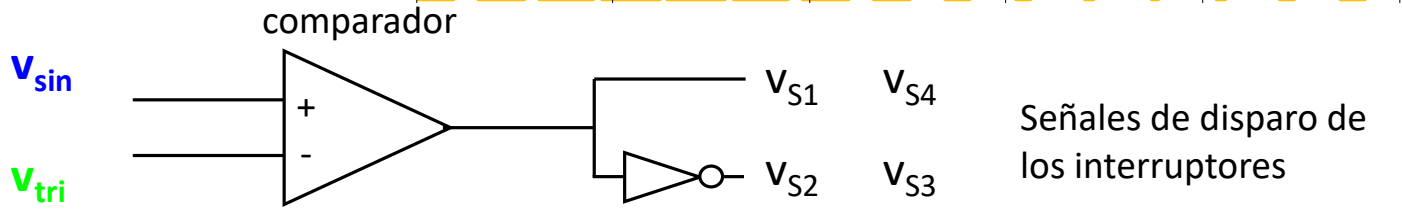
Índice de modulación en frecuencia

El primer grupo de armónicos no deseados es de orden alrededor de mf

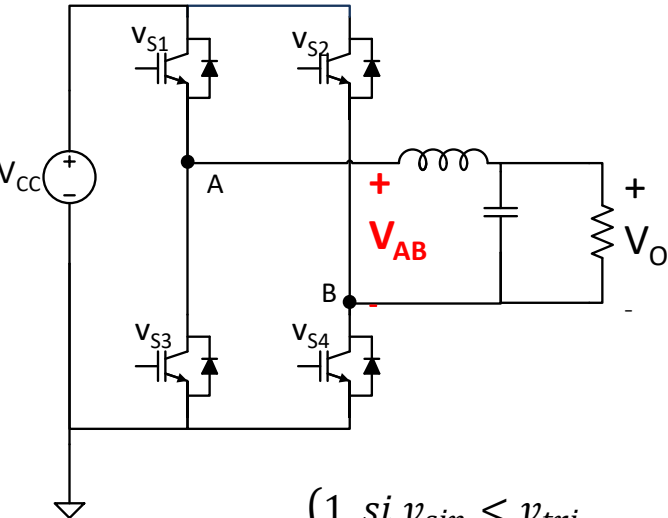
Modulación PWM bipolar: realización (I)



Si $v_{sin} > v_{tri}$ $V_{AB} = V_{CC}$
 Si $v_{sin} < v_{tri}$ $V_{AB} = -V_{CC}$



Modulación PWM bipolar: realización (II)



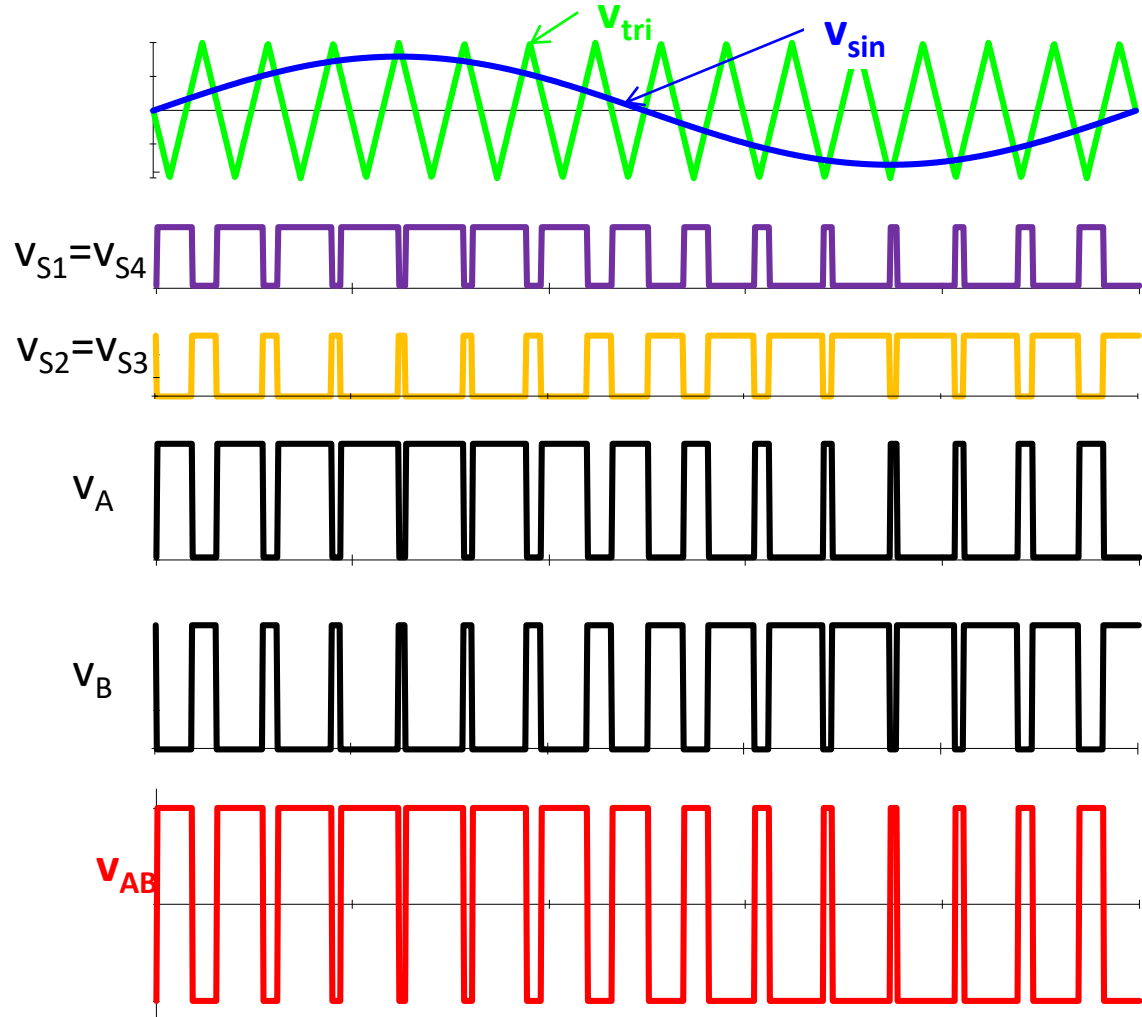
$$v_{S1} = v_{S4} = \begin{cases} 1 & \text{si } v_{sin} < v_{tri} \\ 0 & \text{si } v_{sin} > v_{tri} \end{cases}$$

$$v_{S2} = v_{S3} = \begin{cases} 1 & \text{si } v_{sin} > v_{tri} \\ 0 & \text{si } v_{sin} < v_{tri} \end{cases}$$

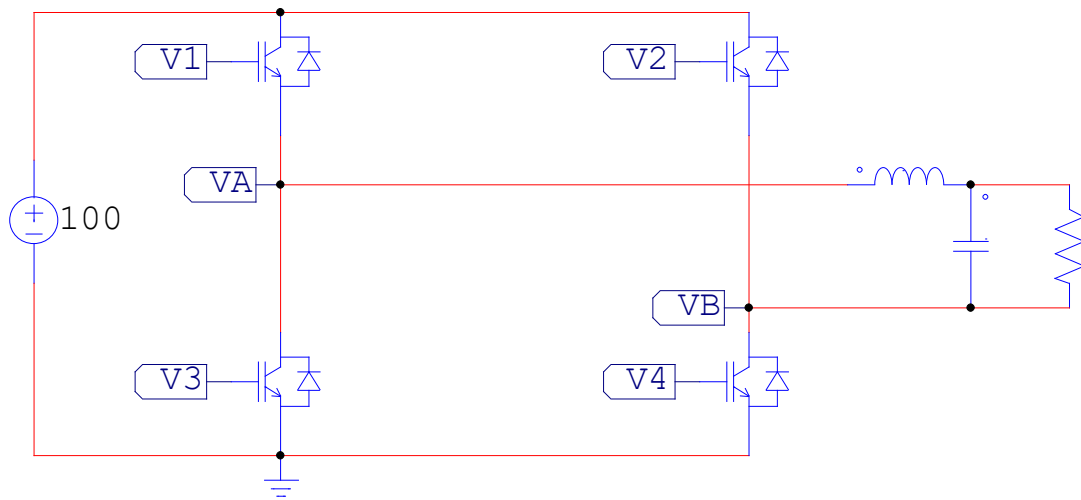
$$V_{A_{prom}}(t) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{v_{sin}(t)}{V_{tri}} \right) \cdot V_{CC}$$

$$V_{B_{prom}}(t) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{v_{sin}(t)}{V_{tri}} \right) \cdot V_{CC}$$

$$V_{AB_{prom}}(t) = \frac{v_{sin}(t)}{V_{tri}} \cdot V_{CC}$$



Topología puente completo PWM bipolar



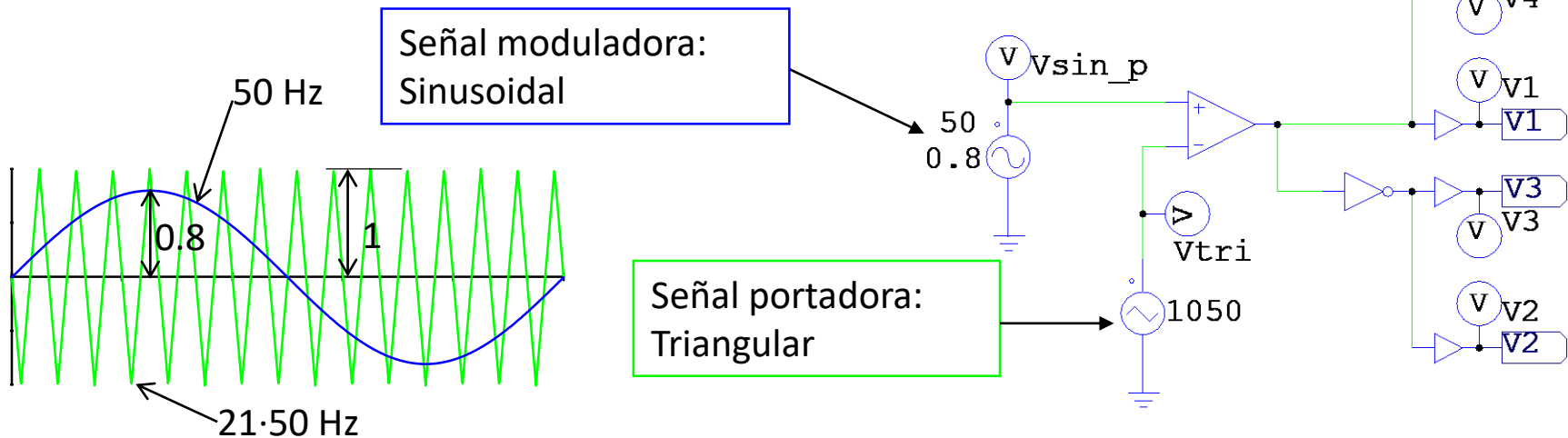
Ejemplo: $V_{cc}=100\text{ V}$

$$m_f=21$$

$$m_a=0,8$$

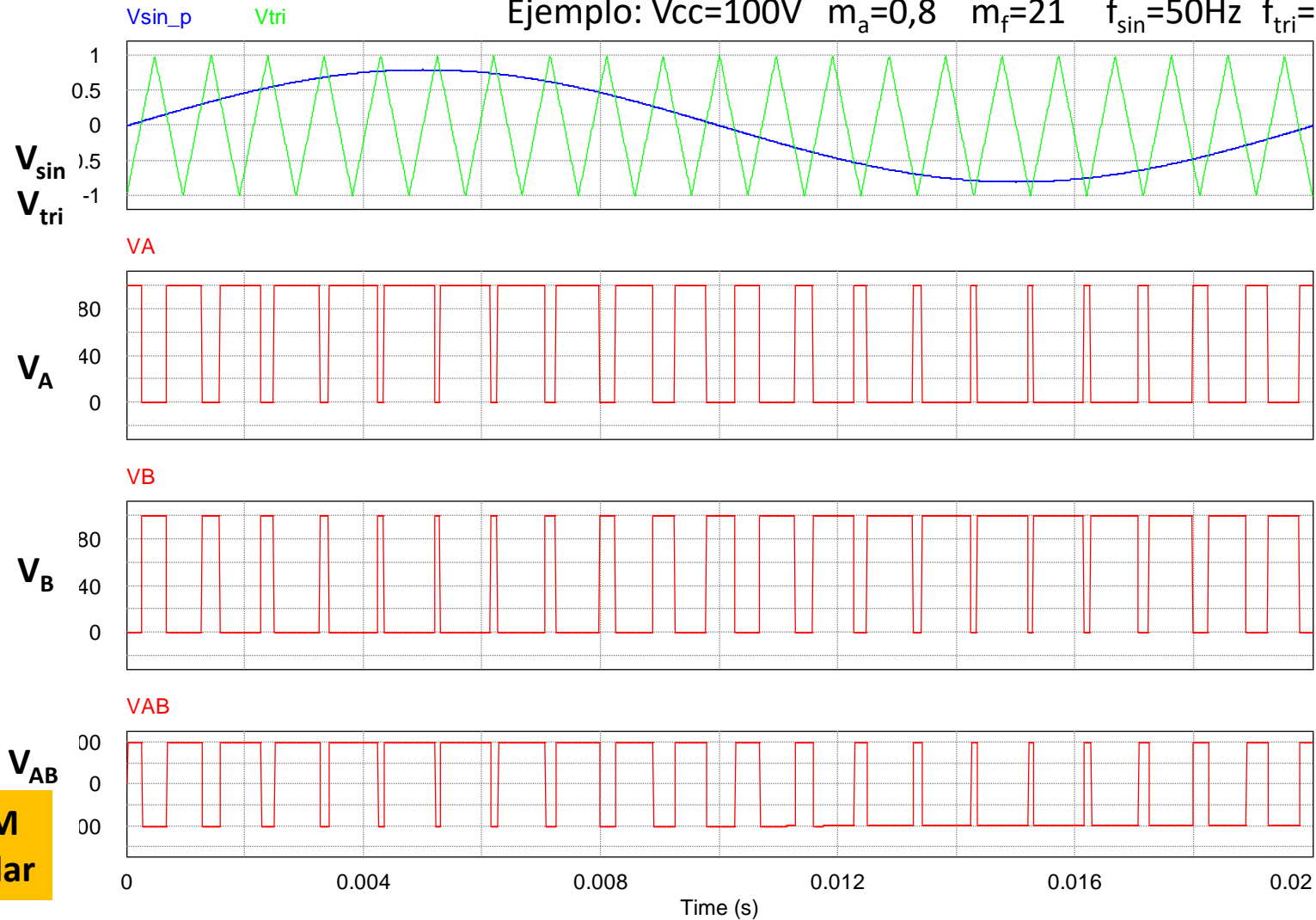
$$f_{\text{sin}}=50\text{ Hz}$$

$$f_{\text{tri}}=1050\text{ Hz}$$



PWM bipolar: formas de onda

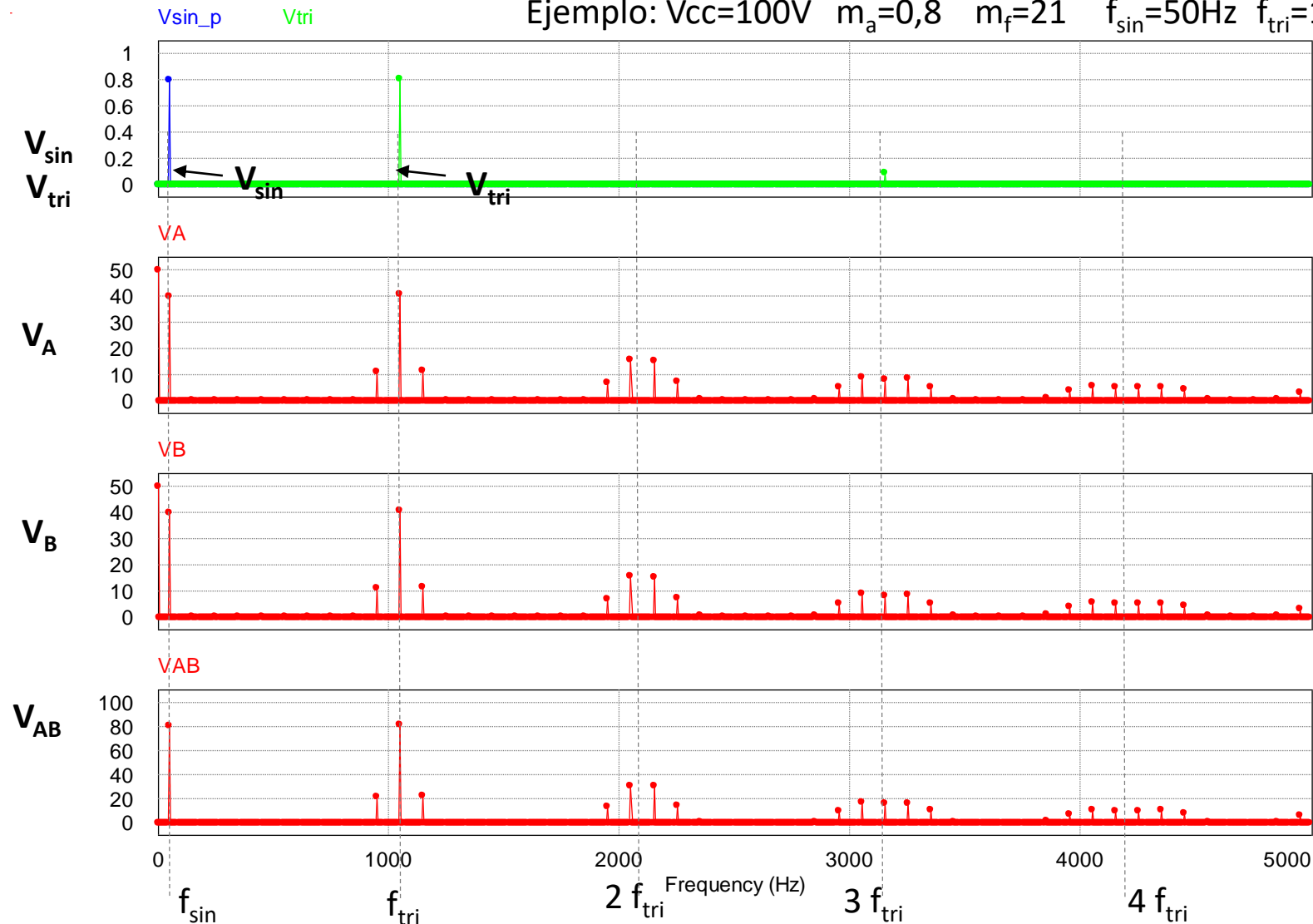
Ejemplo: $V_{cc}=100V$ $m_a=0,8$ $m_f=21$ $f_{sin}=50Hz$ $f_{tri}=1050Hz$



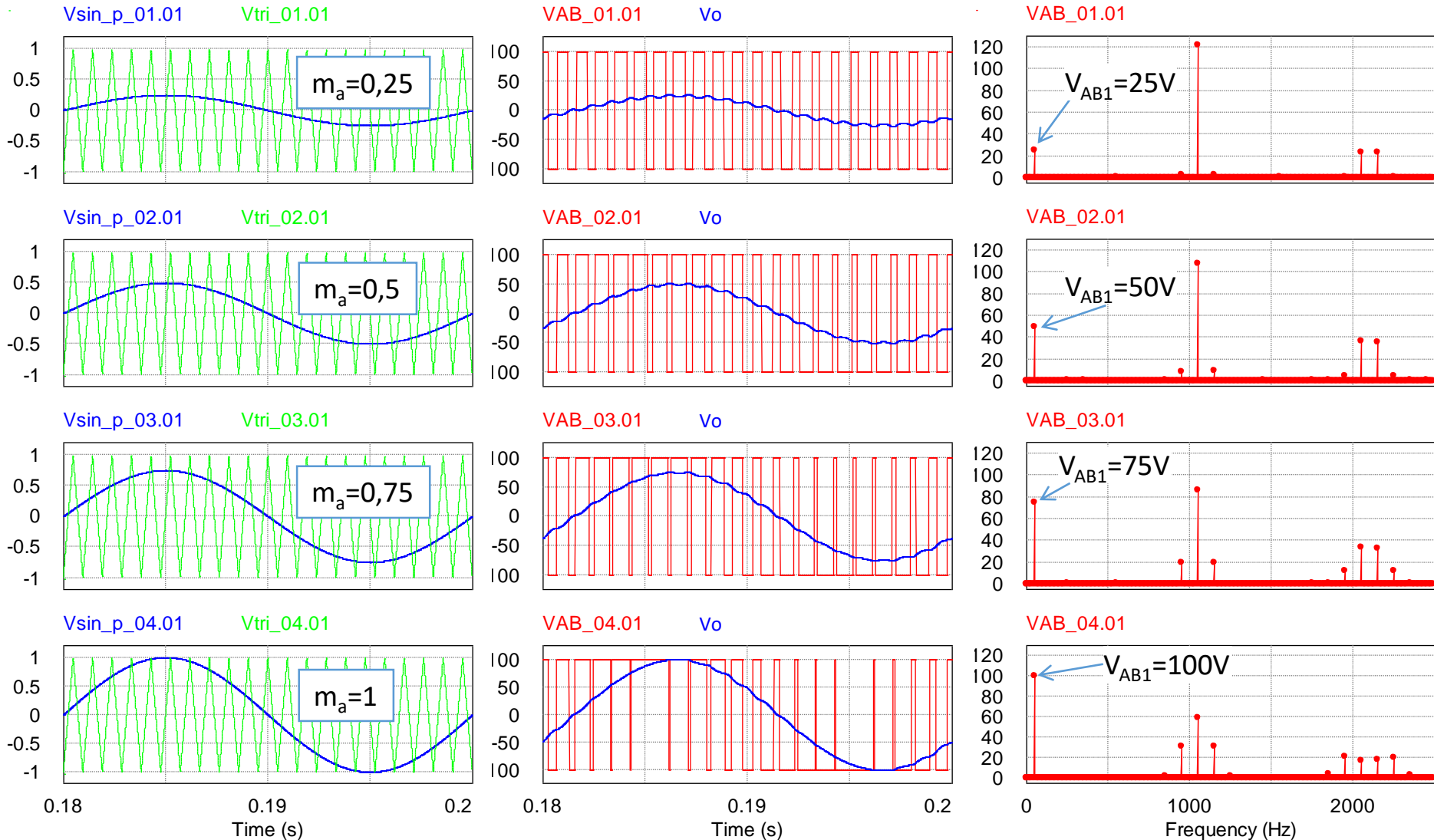
**PWM
bipolar**

PWM bipolar: contenido armónico

Ejemplo: $V_{cc}=100V$ $m_a=0,8$ $m_f=21$ $f_{sin}=50Hz$ $f_{tri}=1050Hz$



PWM bipolar: variación m_a

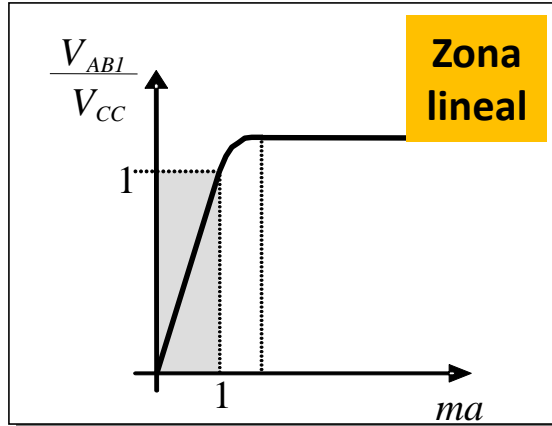


PWM bipolar: zona lineal

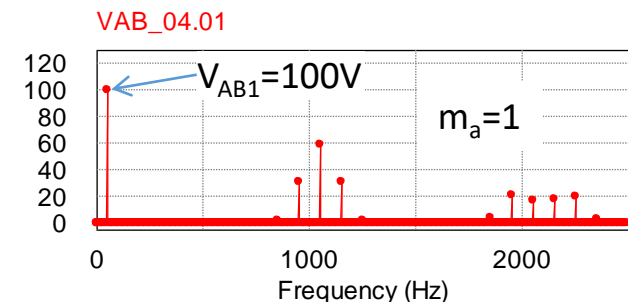
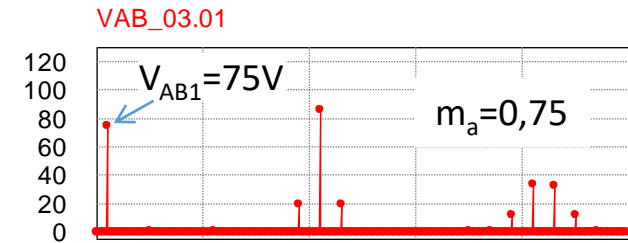
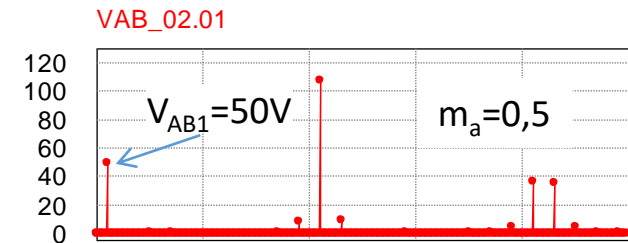
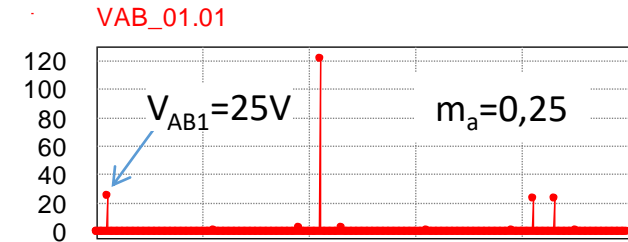
- La amplitud de la componente fundamental de V_{AB} es proporcional a m_a

Parámetro de control

$$m_a = \frac{V_{AB1}}{V_{CC}}$$



- La amplitud del resto de armónicos depende de m_a , pero no hay una expresión sencilla \rightarrow se usan las tablas de amplitudes normalizadas
- La amplitudes de los armónicos son independientes de m_f , para $m_f > 9$.

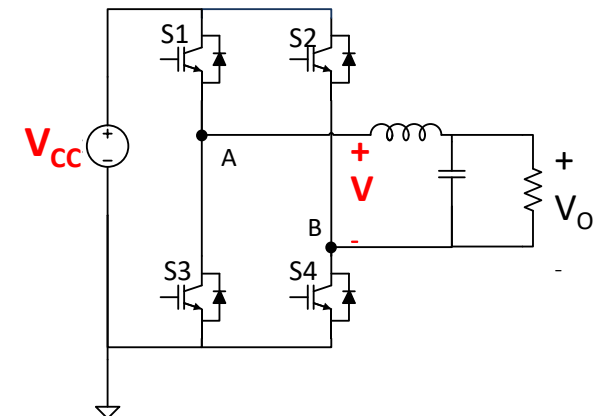
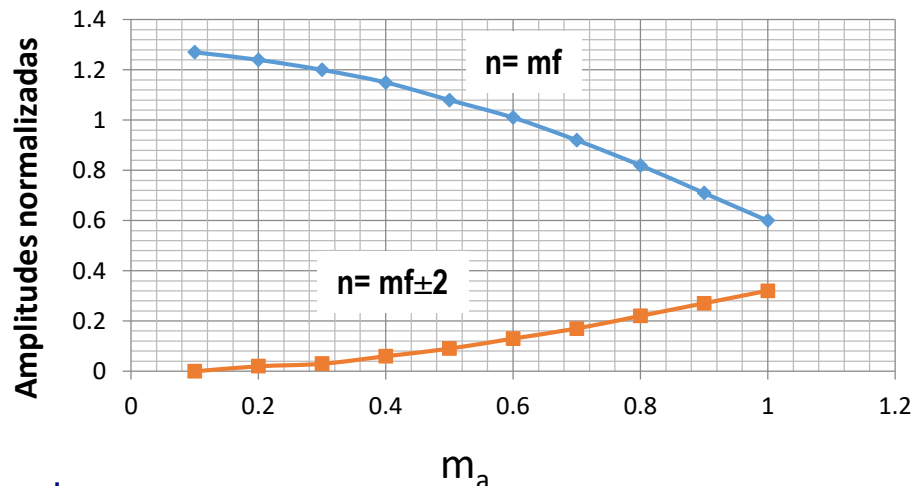
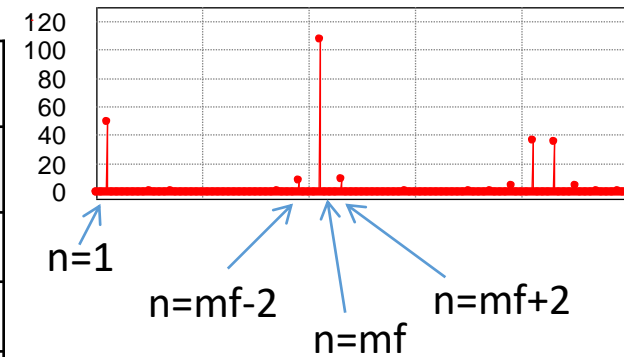


PWM bipolar: tabla armónicos normalizada

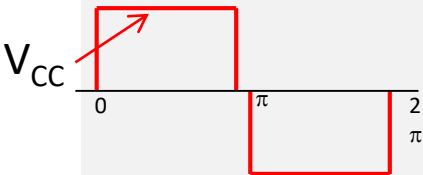
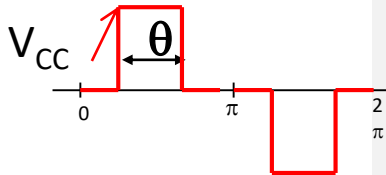
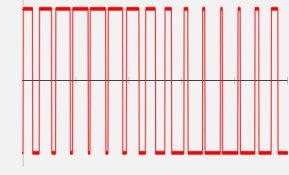


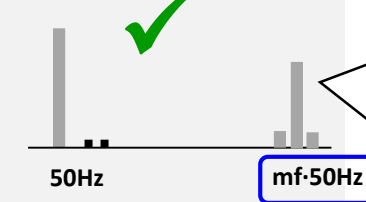
Se expresa la AMPLITUD de los armónicos en función de su ORDEN y normalizados respecto de la tensión continua de entrada del inversor V_{cc}

Amplitudes normalizadas $V_n/(V_{cc})$ para modulación PWM Sinusoidal Bipolar

m_a	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$n=1$	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$n= mf$	1,27	1,24	1,20	1,15	1,08	1,01	0,92	0,82	0,71	0,60
$n= mf\pm 2$	0,00	0,02	0,03	0,06	0,09	0,13	0,17	0,22	0,27	0,32

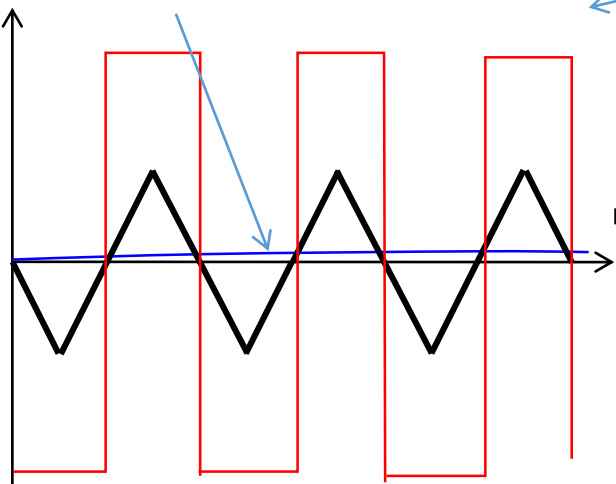
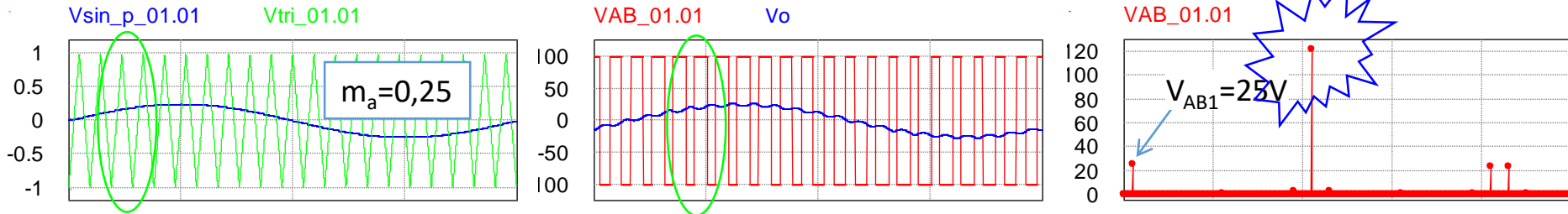


Inversores monofásicos puente completo

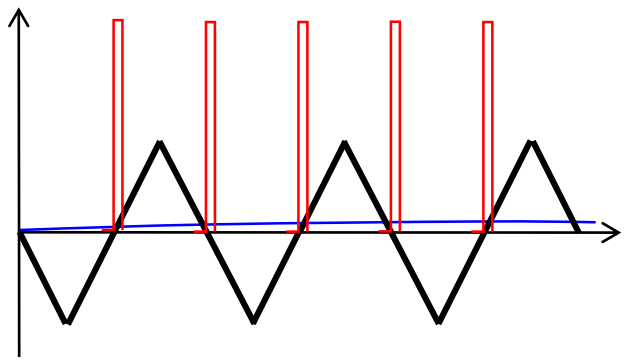
	Tipo de control		
	Onda cuadrada	Fase desplazada	PWM Bipolar
			
¿Valor eficaz de V_O variable?	<p>✗</p> <p>Sólo variando V_{CC}</p>	<p>✓</p> <p>Variando θ</p>	<p>✓</p> <p>$V_{AB1} = m_a \cdot V_{CC}$</p>
¿Frec. V_O variable?	<p>✓</p>	<p>✓</p>	<p>✓</p>
¿Bajo contenido armónico y fácil de filtrar?	<p>✗</p>  <p>Armónicos de baja frecuencia próximos al fundamental</p>	<p>✗</p>  <p>Armónicos de baja frecuencia próximos al fundamental</p>	<p>✓</p>  <p>Primer grupo de armónicos de orden alrededor de mf</p>

¿Se puede reducir este contenido armónico?

Contenido armónico para m_a pequeño



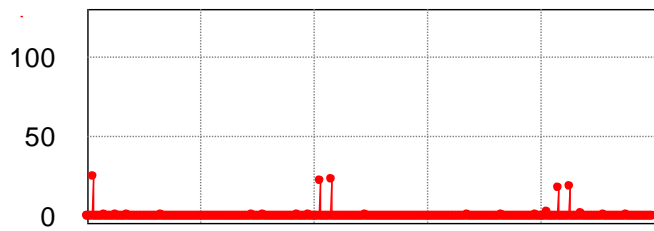
Para obtener un valor medio positivo pequeño, mantengo un poquito más de tiempo el pulso positivo que el pulso negativo



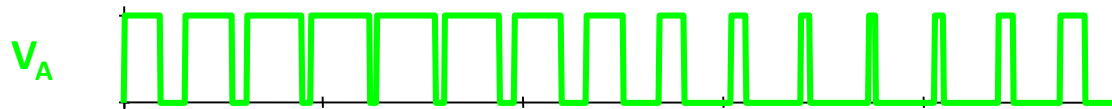
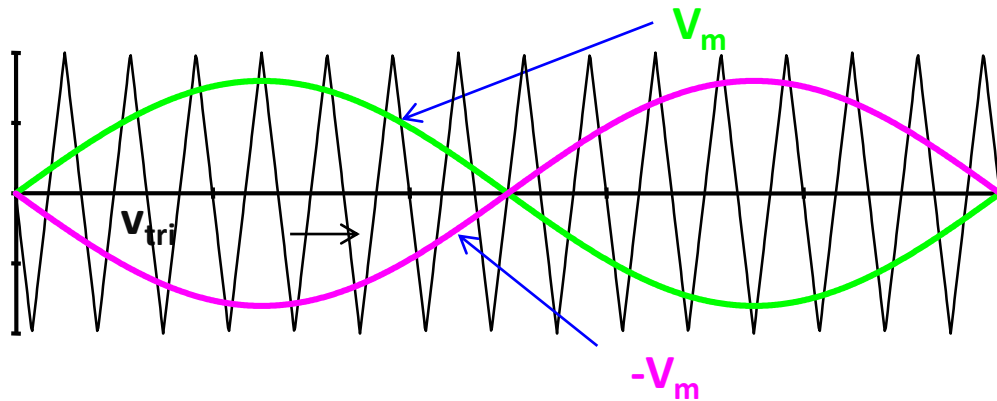
Para obtener un valor medio positivo pequeño, ¿no sería mejor aplicar un pulso positivo muy breve?



Esperamos que así los armónicos se reduzcan



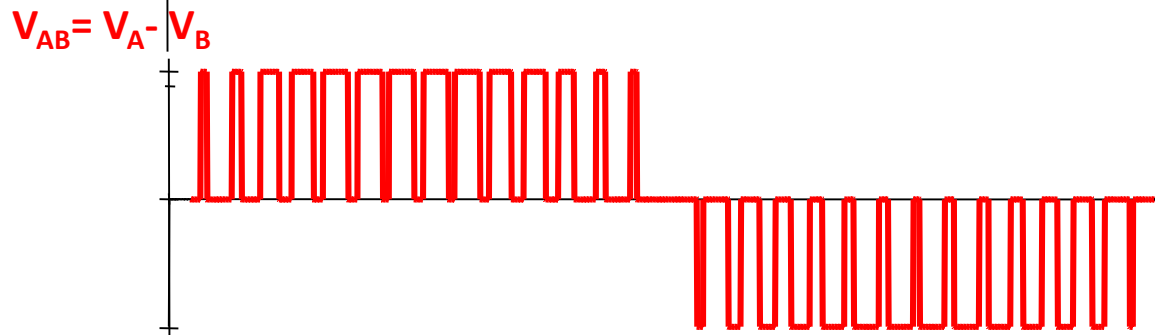
Modulación PWM unipolar



Comparación entre v_m y v_{tri}

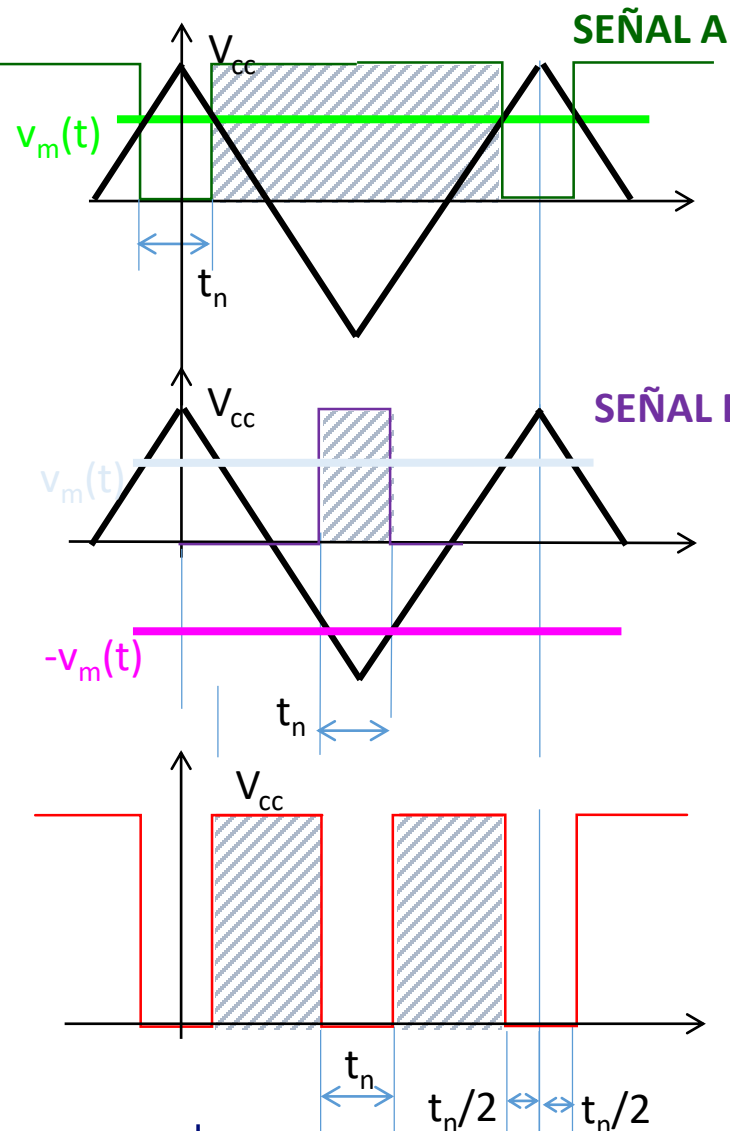


Comparación entre $-v_m$ y v_{tri}



Onda modulada

Modulación PWM unipolar: desarrollo



$$Area_{señalA} = V_{CC} \cdot (T - t_n)$$

$$Area_{señalB} = V_{CC} \cdot t_n$$

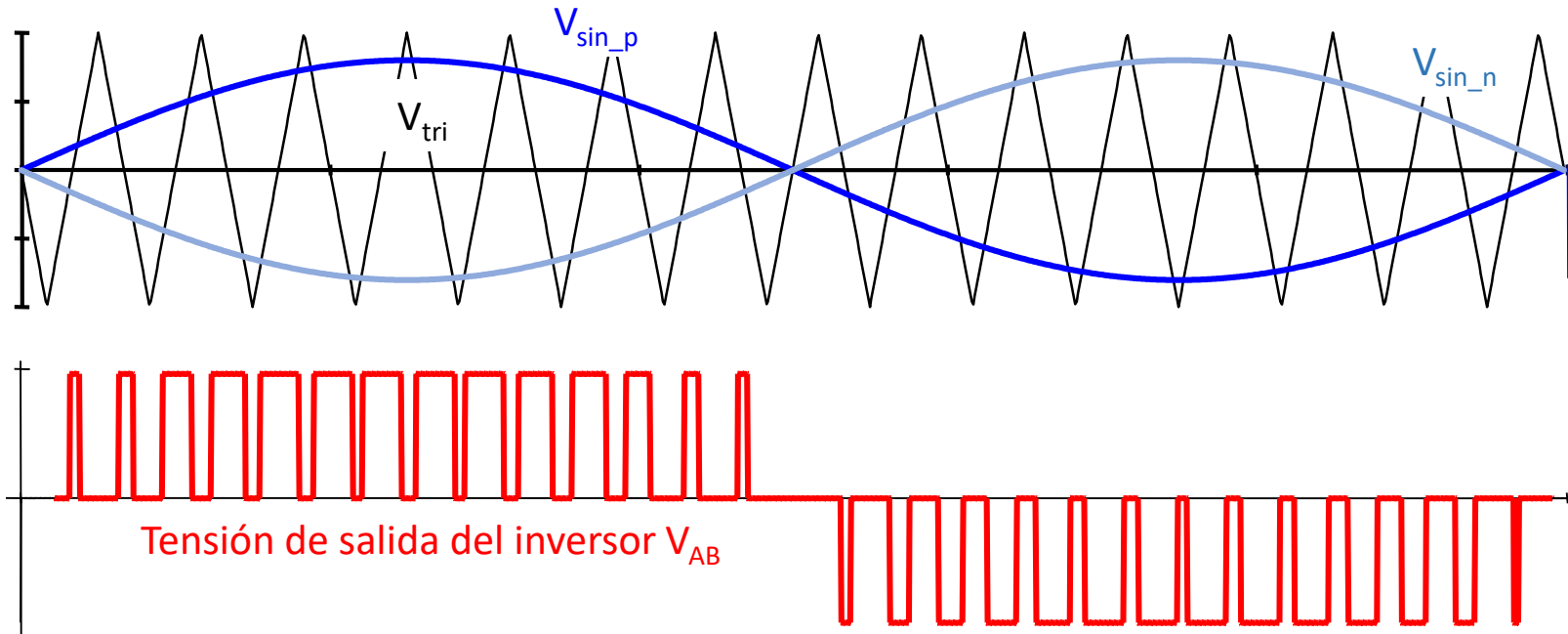
$$\frac{t_n}{T} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{v_m}{V_{CC}}\right)$$

$$V_{ABprom} = \frac{Area_{señalV_{AB}}}{T} = \frac{Area_{señalA} - Area_{señalB}}{T}$$

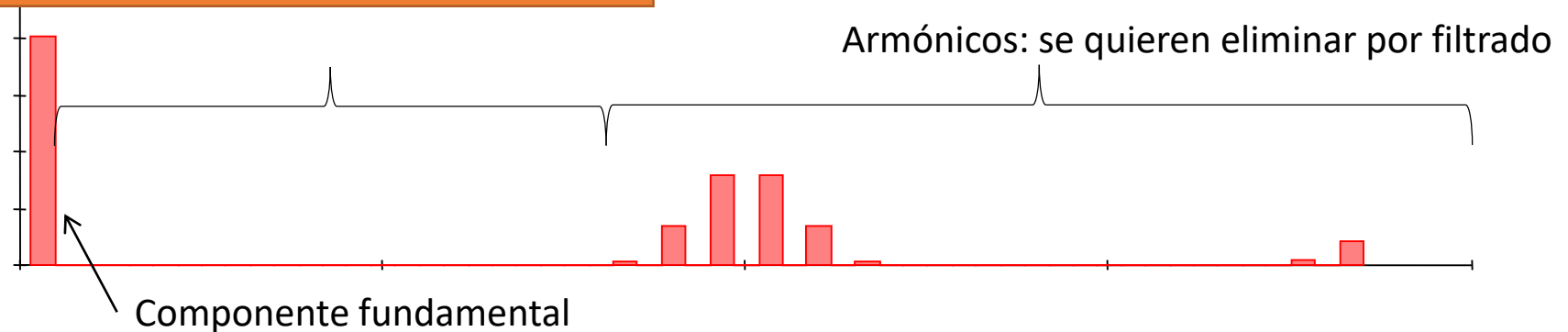
$$V_{ABprom} = \frac{V_{CC} \cdot (T - t_n) - V_{CC} \cdot t_n}{T} = V_{CC} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{t_n}{T}\right)$$

$$V_{ABprom} = v_m$$

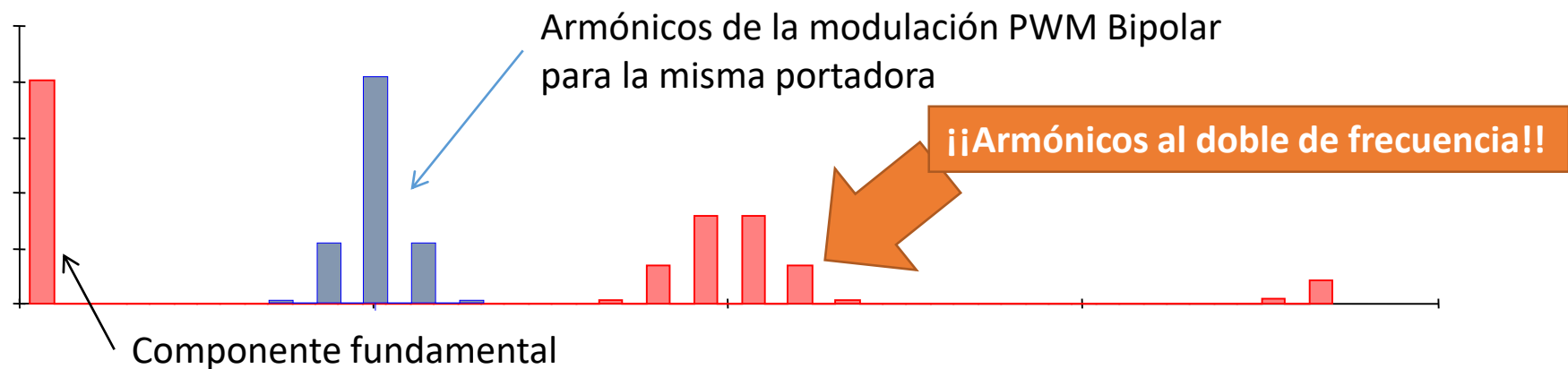
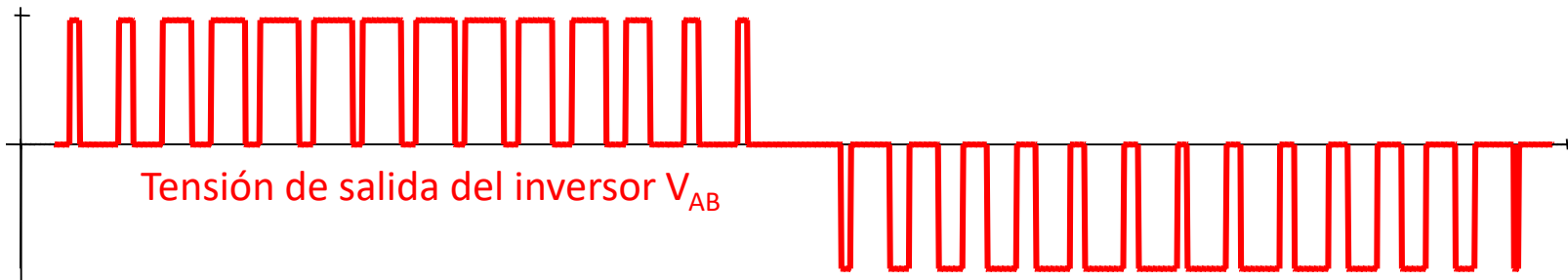
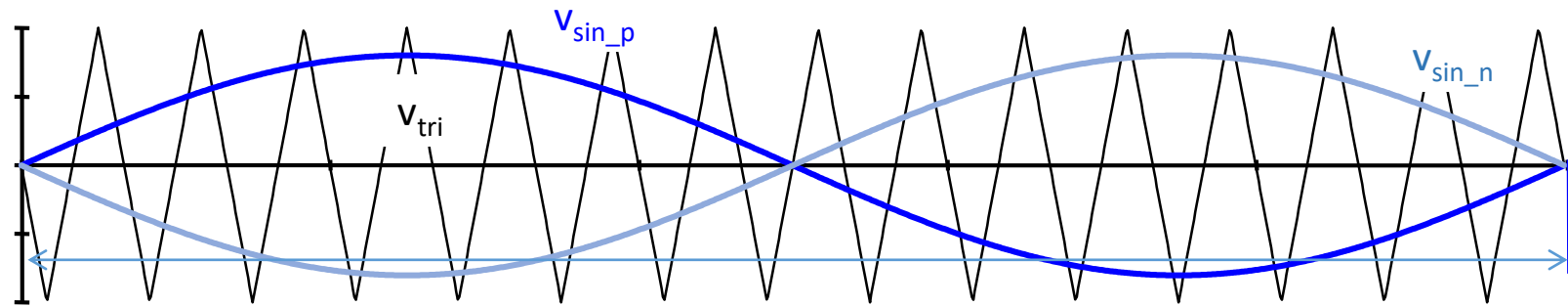
PWM unipolar: contenido armónico (I)



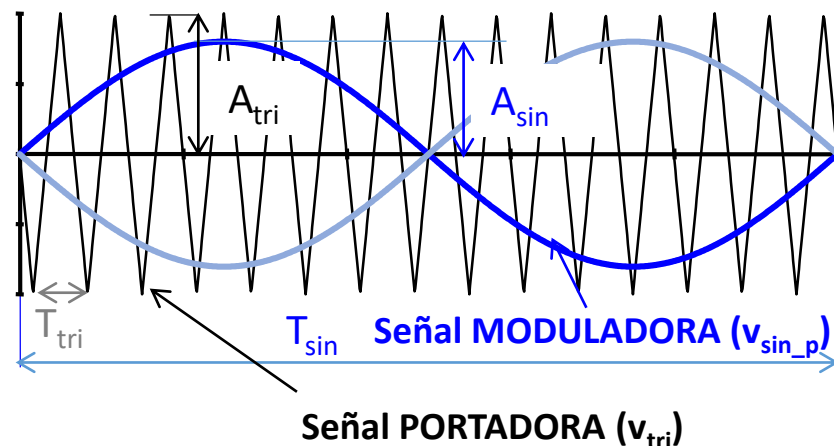
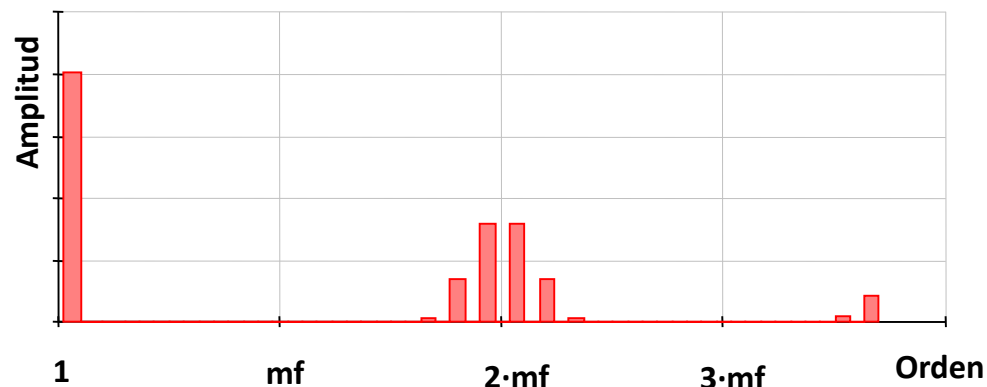
¡¡No hay armónicos de baja frecuencia!!



PWM unipolar: contenido armónico (II)



PWM unipolar: parámetros



m_a

Índice de modulación
en amplitud

- relación entre las amplitudes de la moduladora y de la portadora.

$$m_a = \frac{A_{sin}}{A_{tri}}$$

$m_a < 1$
(normalmente)

m_f

Índice de modulación
en frecuencia

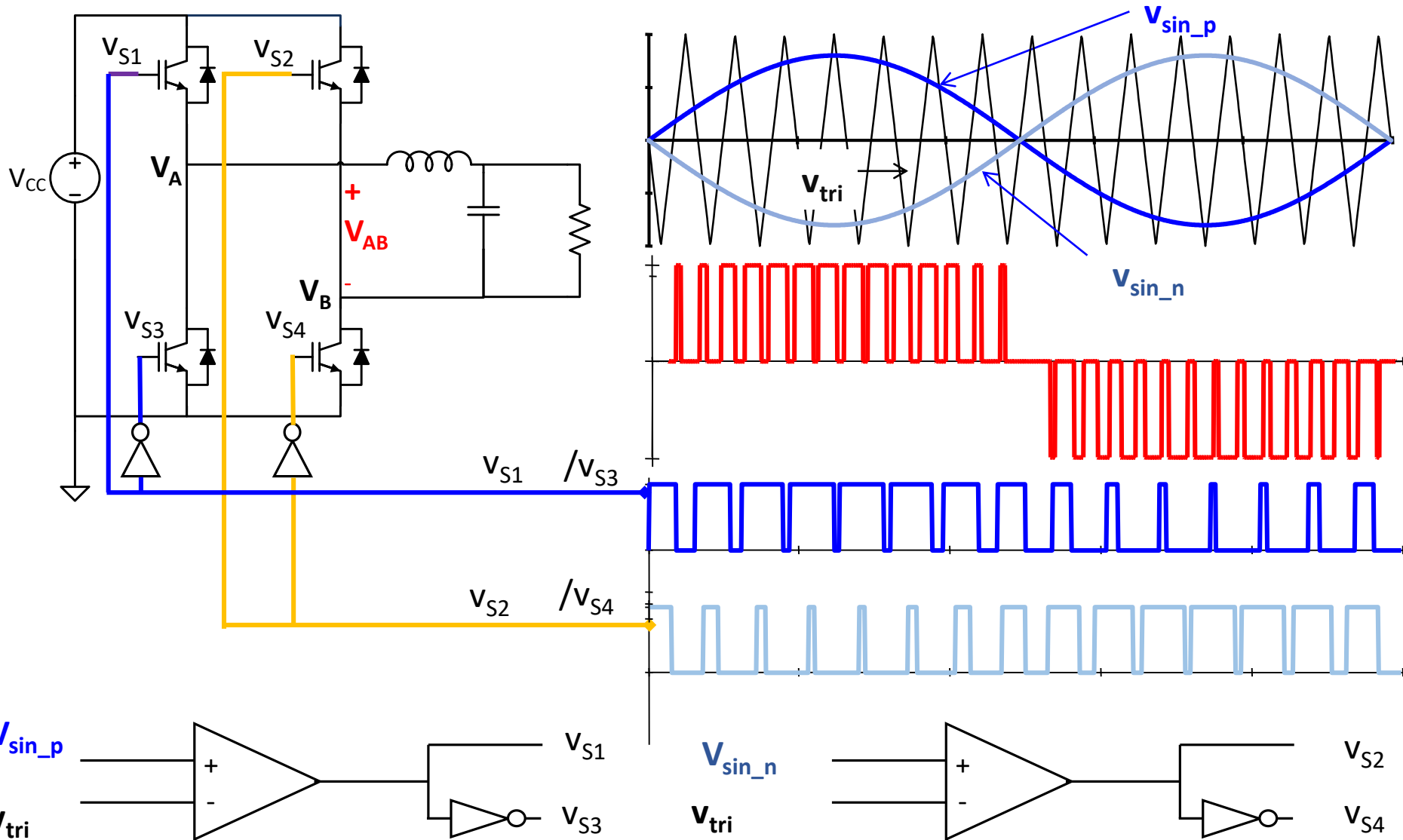
- relación entre las frecuencia de la moduladora y de la portadora

El primer grupo de armónicos no deseados de V_{AB} está alrededor de $2 \cdot mf$

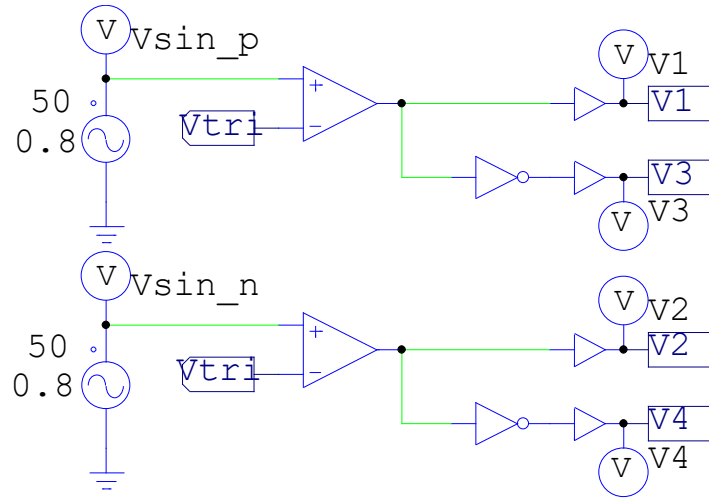
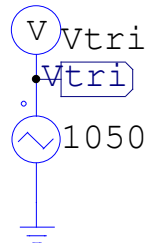
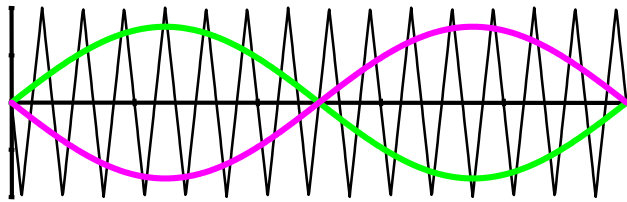
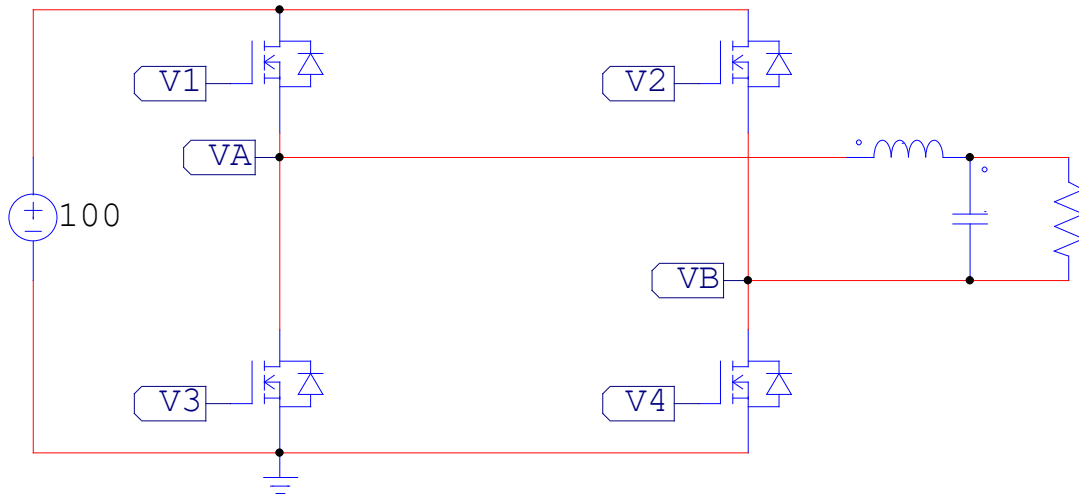
$$m_f = \frac{f_{tri}}{f_{sin}}$$

$m_f \gg 1$

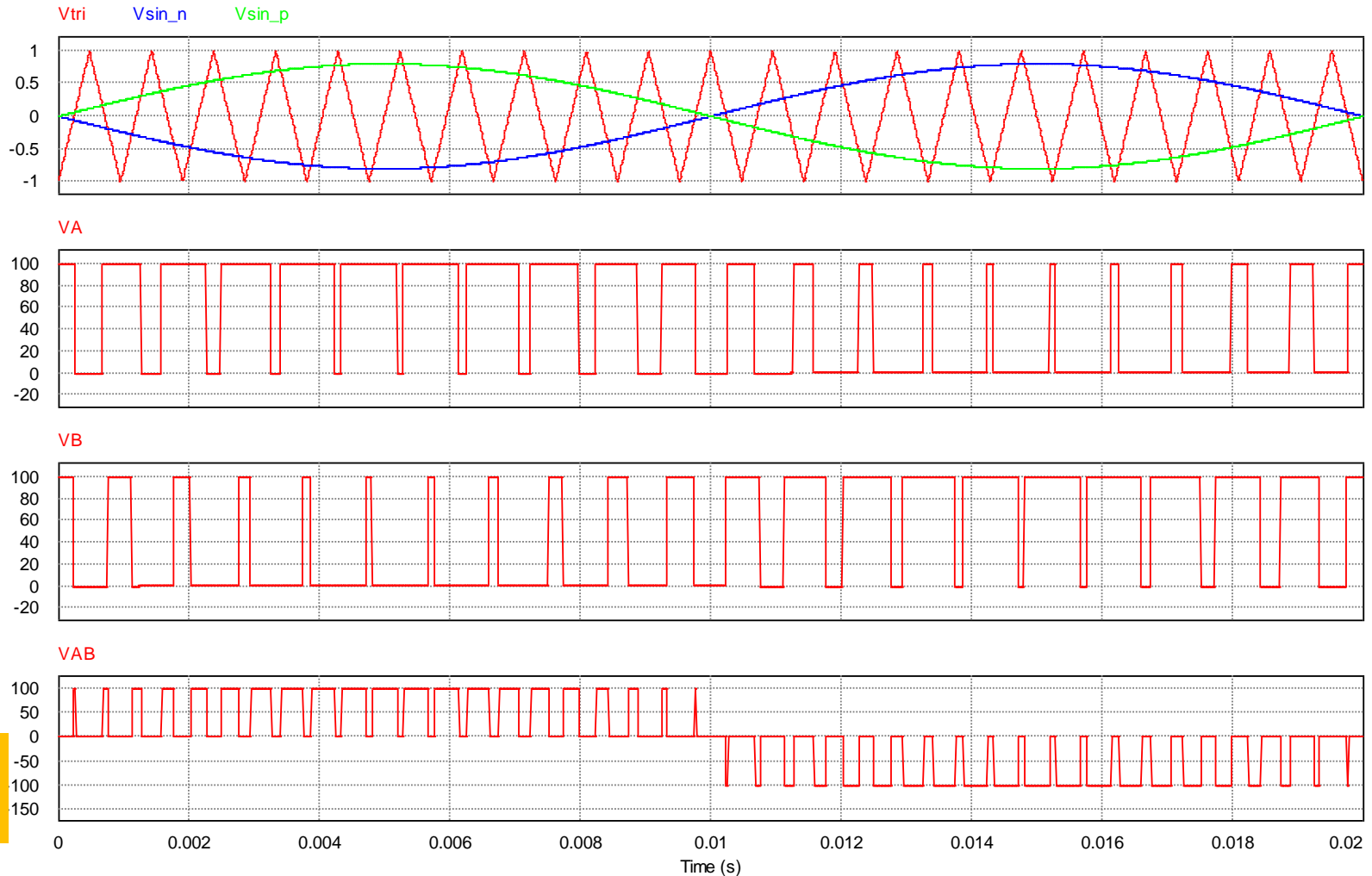
Modulación PWM unipolar: realización



Topología puente completo PWM unipolar

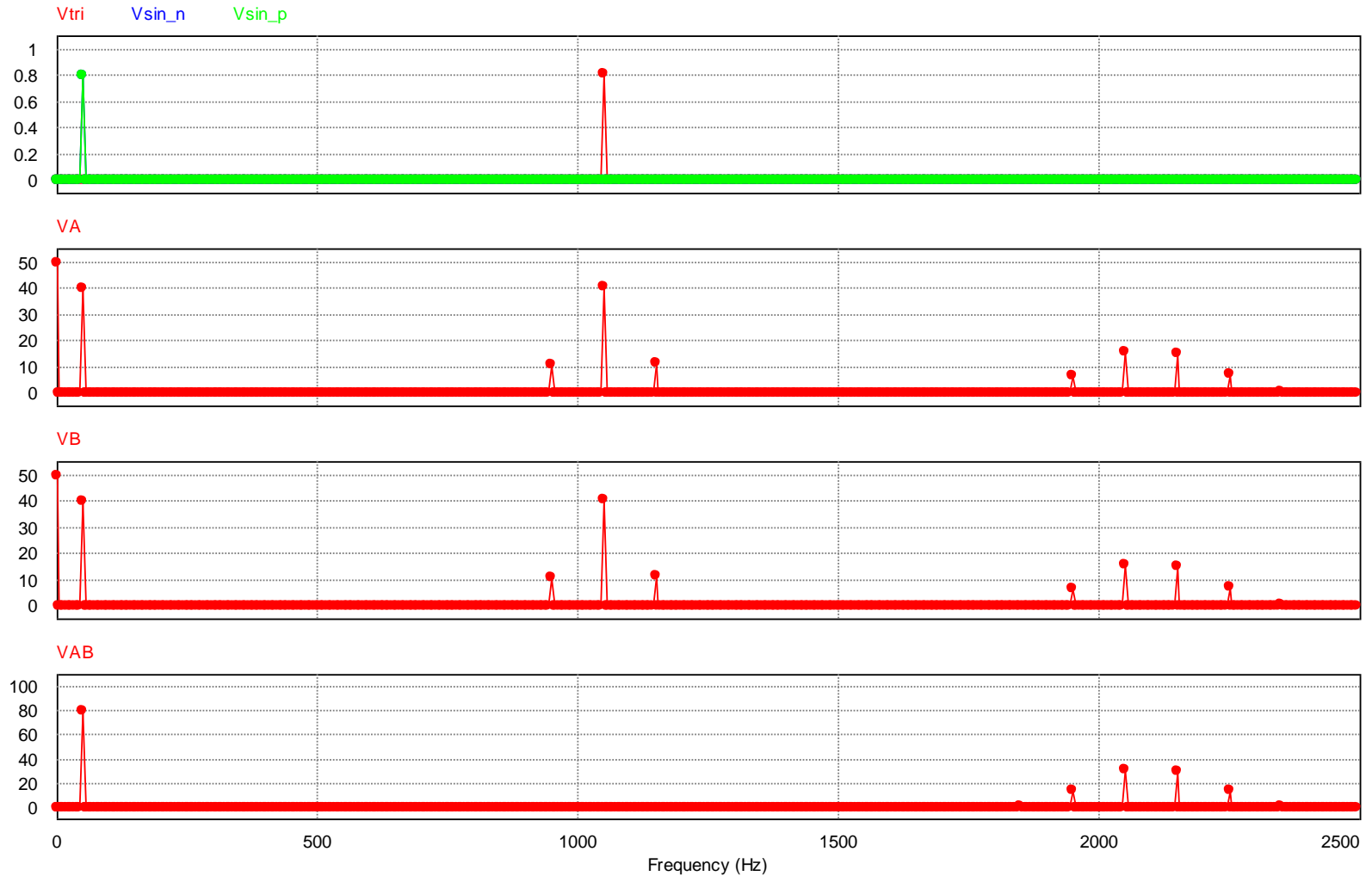


PWM unipolar: formas de onda

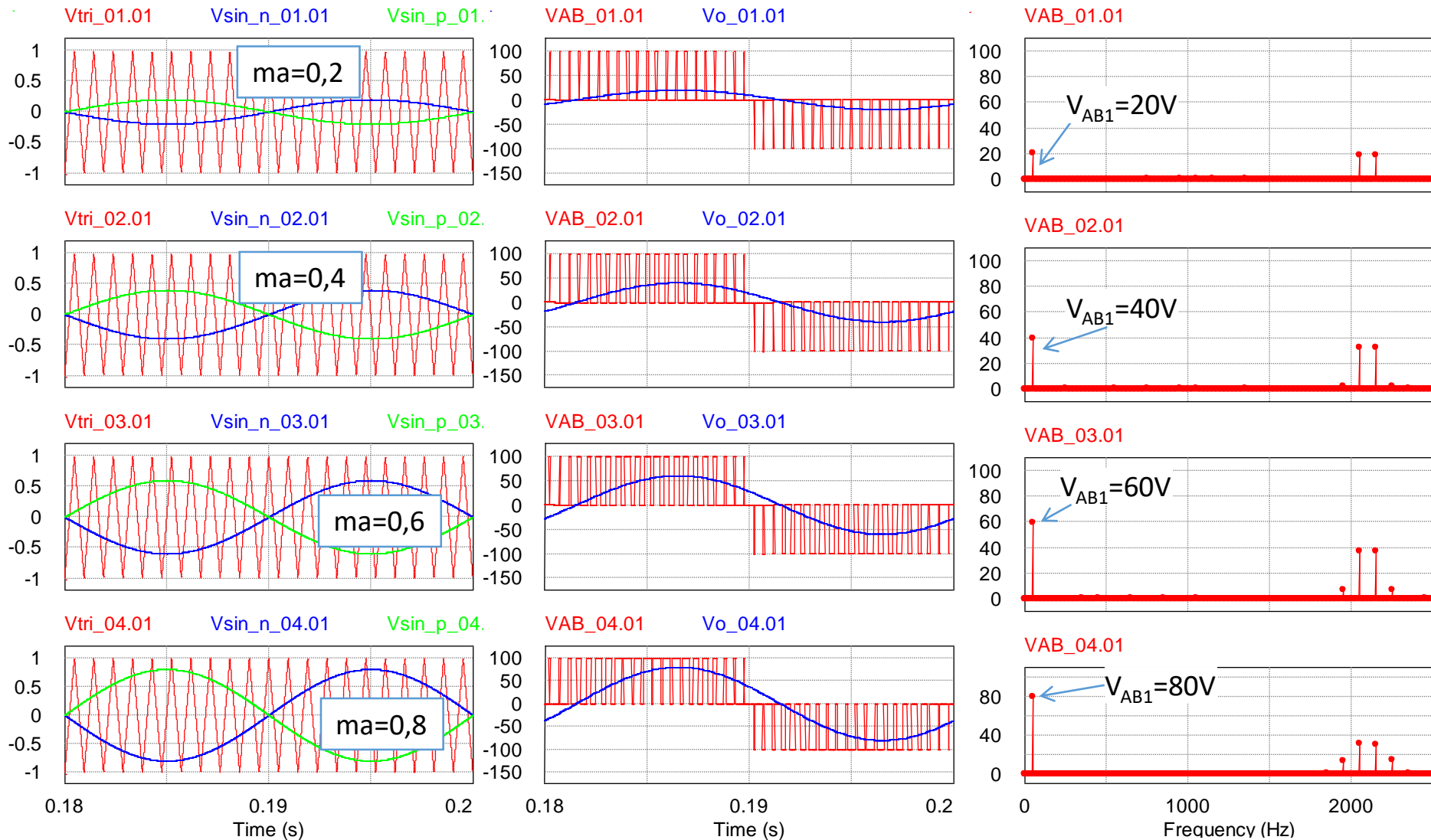


**PWM
unipolar**

PWM unipolar: contenido armónico



PWM unipolar: variación m_a

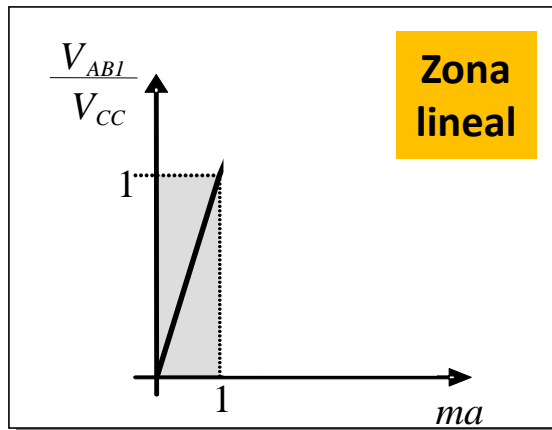


PWM unipolar: zona lineal

- La amplitud de la componente fundamental de V_{AB} es proporcional a m_a (igual que en la bipolar)

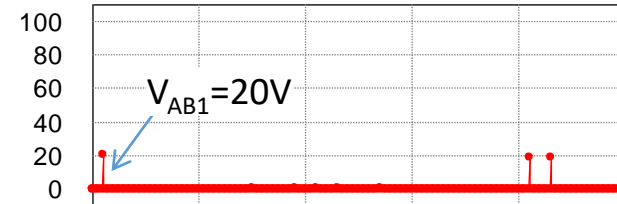
Parámetro de control

$$m_a = \frac{V_{AB1}}{V_{CC}}$$

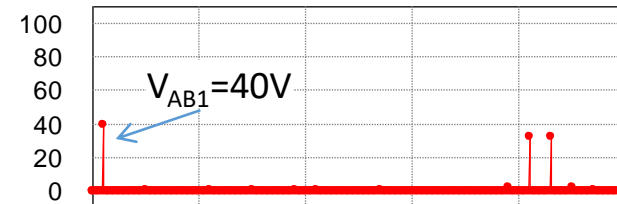


- Al igual que en la PWM bipolar, se utilizan tablas normalizadas para calcular el resto de armónicos

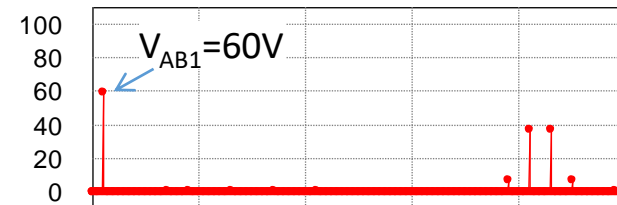
VAB_01.01



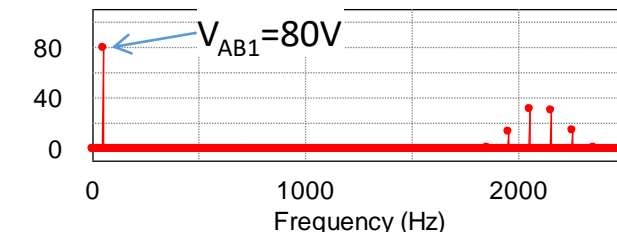
VAB_02.01



VAB_03.01

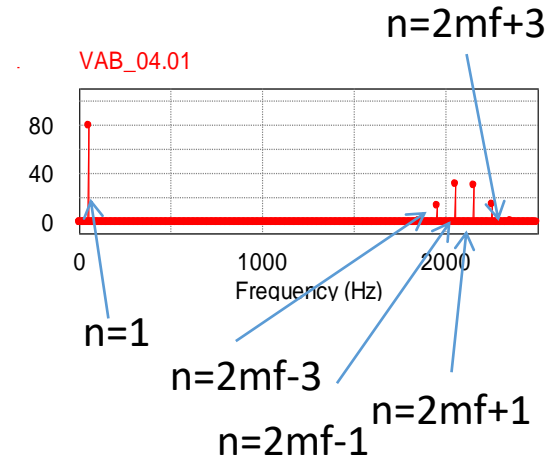
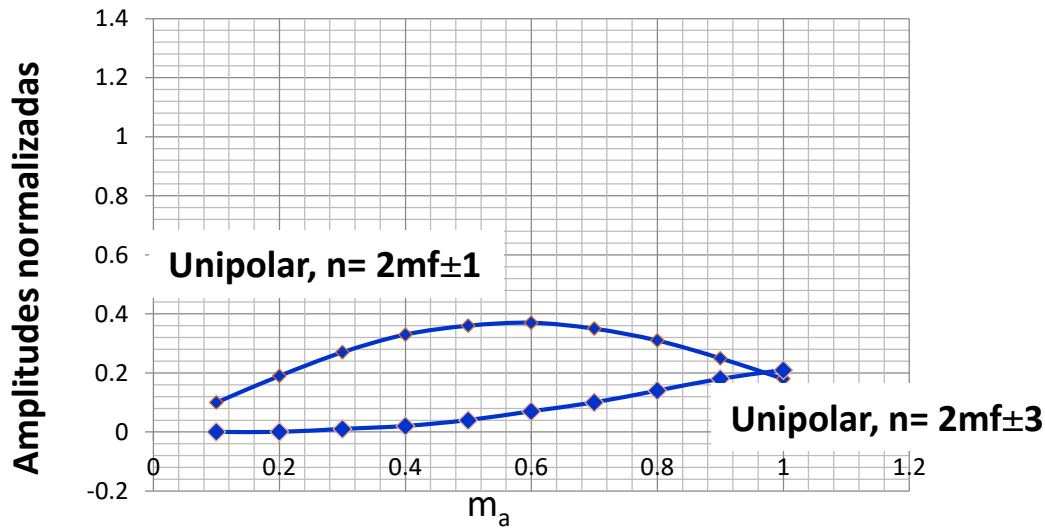


VAB_04.01



PWM unipolar: tabla armónicos normalizados

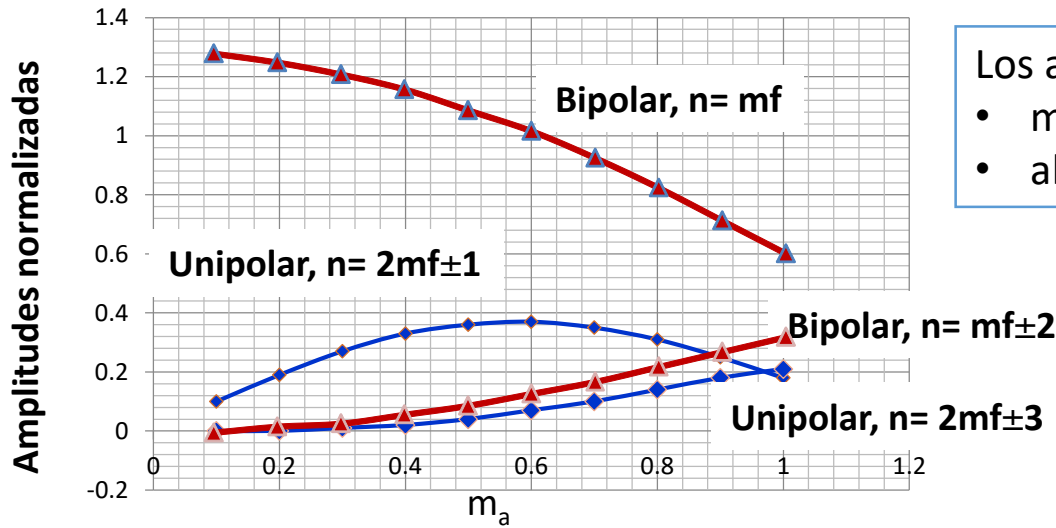
Amplitudes normalizadas $V_n/(V_{CC})$ para modulación PWM Sinusoidal Unipolar										
m_a	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$n=1$	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$n=2mf\pm1$	0,10	0,19	0,27	0,33	0,36	0,37	0,35	0,31	0,25	0,18
$n=2mf\pm3$	0,00	0,00	0,01	0,02	0,04	0,07	0,10	0,14	0,18	0,21



PWM bipolar y unipolar: comparación

Amplitudes normalizadas $V_n/(V_{CC})$ para modulación PWM Sinusoidal Unipolar										
m_a	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$n=1$	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$n= 2mf\pm 1$	0,10	0,19	0,27	0,33	0,36	0,37	0,35	0,31	0,25	0,18
$n= 2mf\pm 3$	0,00	0,00	0,01	0,02	0,04	0,07	0,10	0,14	0,18	0,21

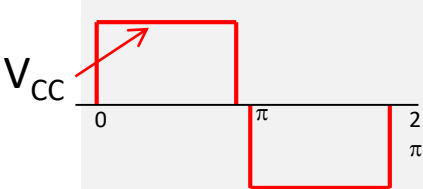
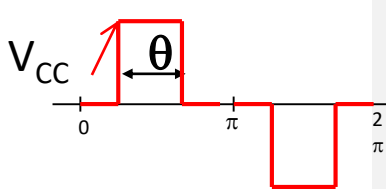
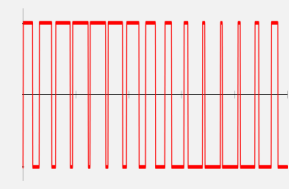
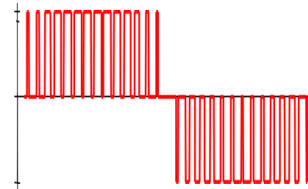

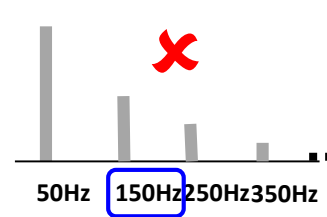
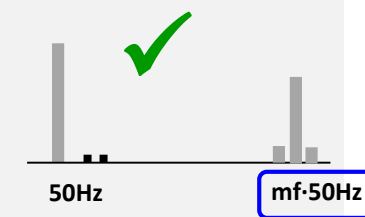
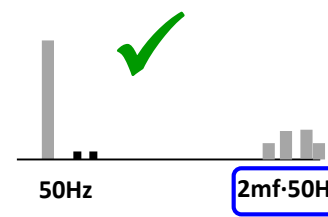
Amplitudes normalizadas $V_n/(V_{CC})$ para modulación PWM Sinusoidal Bipolar										
m_a	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$n=1$	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$n= mf$	1,27	1,24	1,20	1,15	1,08	1,01	0,92	0,82	0,71	0,60
$n= mf\pm 2$	0,00	0,02	0,03	0,06	0,09	0,13	0,17	0,22	0,27	0,32



Los armónicos PWM unipolar (mismo m_a):

- más pequeños
- al doble de frecuencia

Inversores monofásicos puente completo

	Tipo de control			
	Onda cuadrada	Fase desplazada	PWM Bipolar	PWM Unipolar
				
¿Valor eficaz de V_o variable?	<p style="text-align: center;">✗</p> <p>Sólo variando V_{CC}</p>	<p style="text-align: center;">✓</p> <p>Variando θ</p>	<p style="text-align: center;">✓</p> <p>$V_{AB1} = m_a \cdot V_{CC}$</p>	<p style="text-align: center;">✓</p> <p>$V_{AB1} = m_a \cdot V_{CC}$</p>
¿Frec. V_o variable?	✓	✓	✓	✓
¿Bajo contenido armónico y fácil de filtrar?	<p style="text-align: center;">✗</p>  <p>Armónicos de baja frecuencia próximos al fundamental</p>	<p style="text-align: center;">✗</p>  <p>Armónicos de baja frecuencia próximos al fundamental</p>	<p style="text-align: center;">✓</p>  <p>Primer grupo de armónicos de orden alrededor de mf</p>	<p style="text-align: center;">✓</p>  <p>Primer grupo de armónicos de orden alrededor de 2·mf</p>

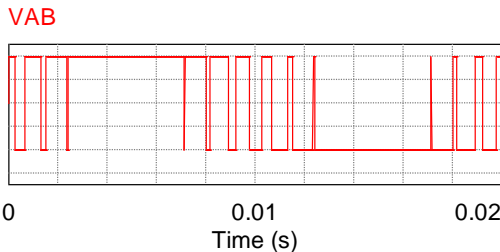
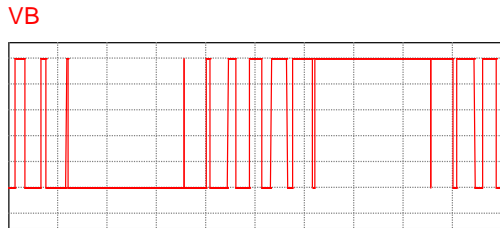
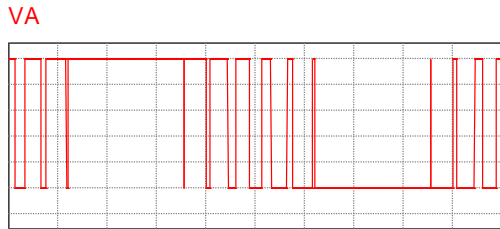
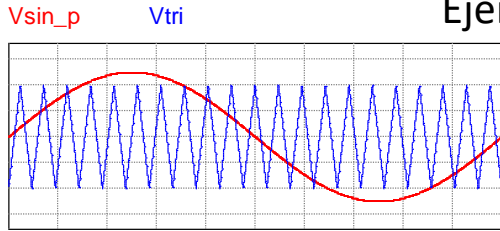
Sobremodulación

Bipolar

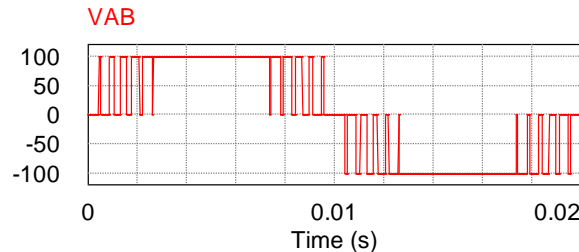
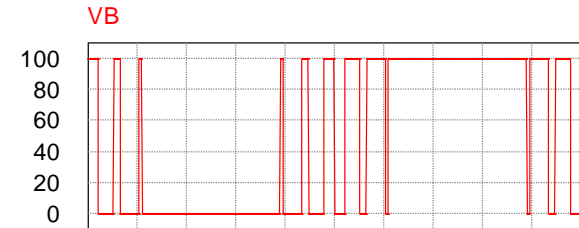
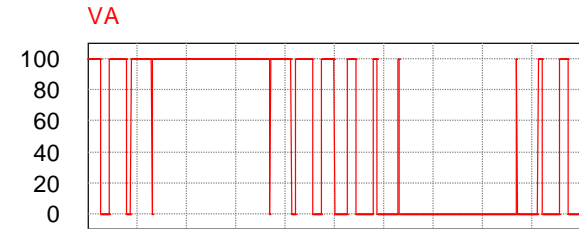
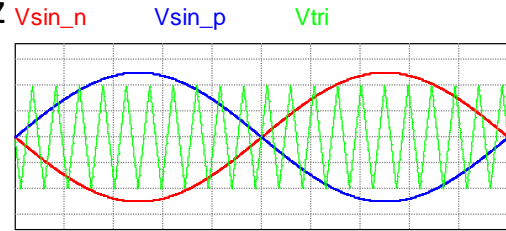
¿Qué sucede si la moduladora es mayor que la portadora?

Unipolar

Ejemplo: $V_{cc}=100V$ $m_a=1,25$ $m_f=21$ $f_{sin}=50Hz$



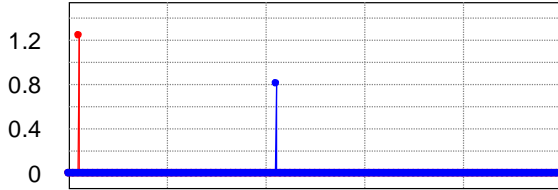
- Sobremodulación: $m_a > 1$
- Hay partes del periodo en el que se pierden pulsos, las señales sinusoidal y triangular no se cruzan



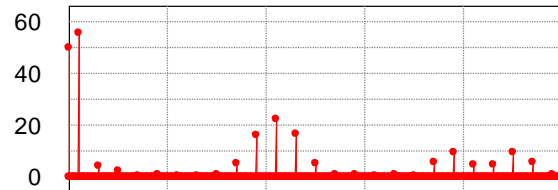
Sobremodulación: contenido armónico

Bipolar

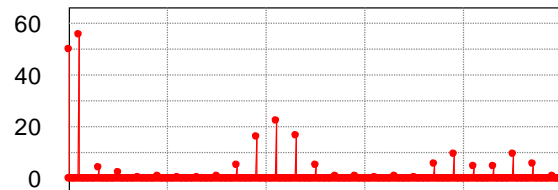
Vsin_p Vtri



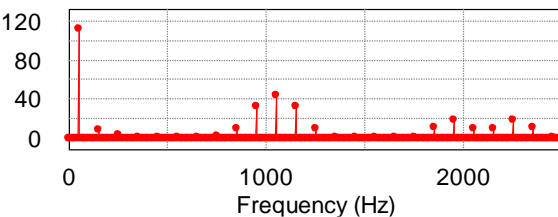
VA



VB

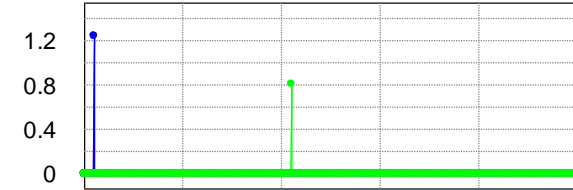


VAB

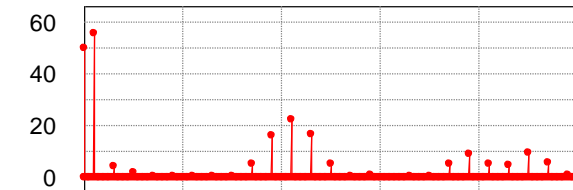


Unipolar

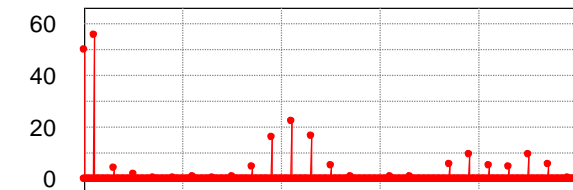
Vsin_n Vsin_p Vtri



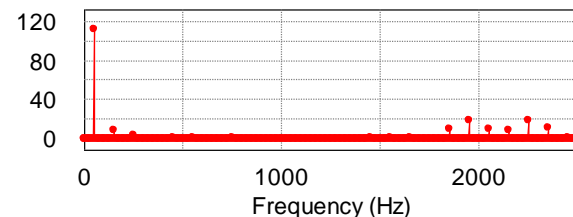
VA



VB

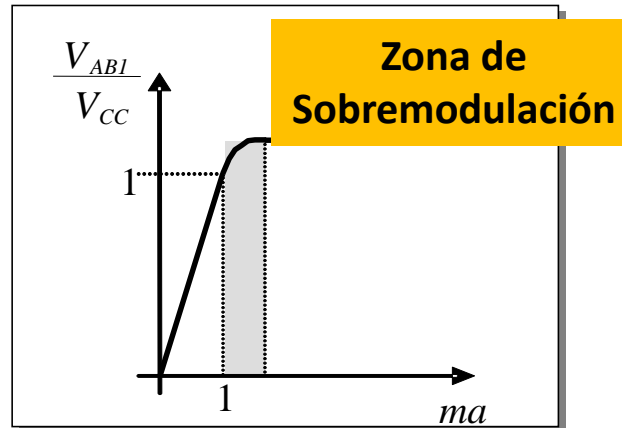


VAB



- No se cumple la ecuación para el primer armónico

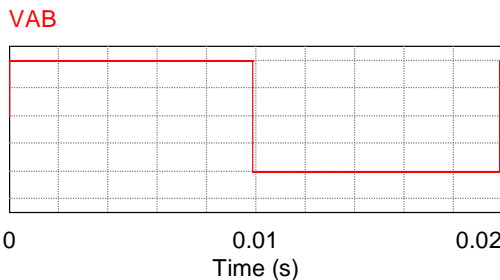
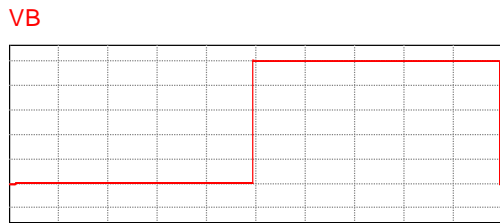
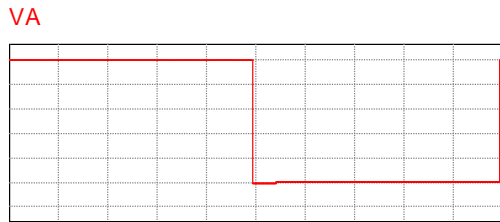
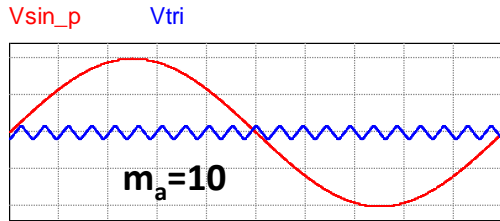
$$m_a \neq \frac{V_{AB1}}{V_{CC}}$$



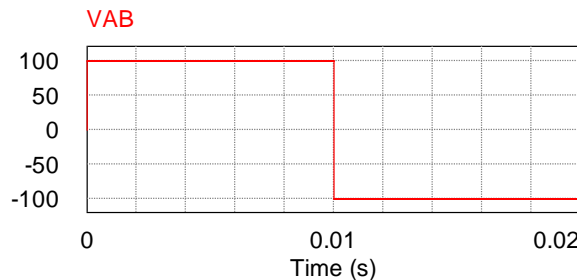
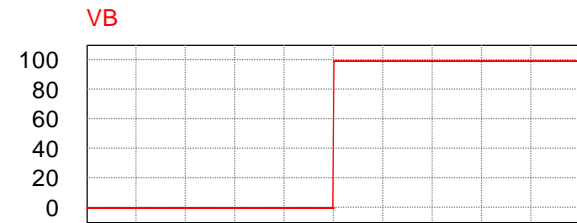
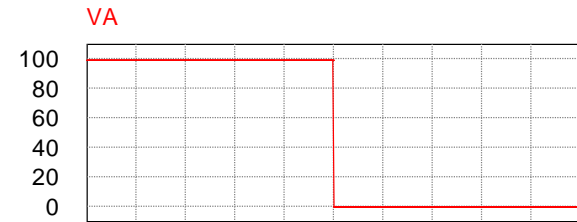
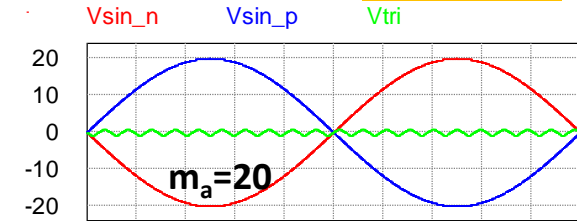
- Aparecen armónicos de baja frecuencia

Sobremodulación extrema: onda cuadrada

Bipolar



Unipolar

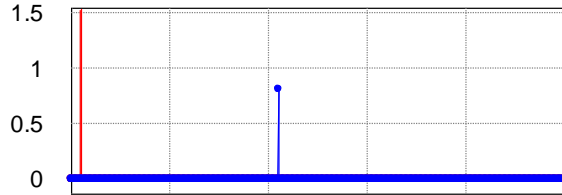


- Si $m_a \gg 1$, la señal sinusoidal y la triangular ya no se corta
- El inversor funciona en onda cuadrada
- El valor de m_a para pasar de sobremodulación a onda cuadrada depende de m_f y del tipo de modulación

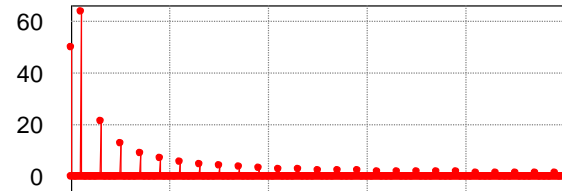
Onda cuadrada

Bipolar

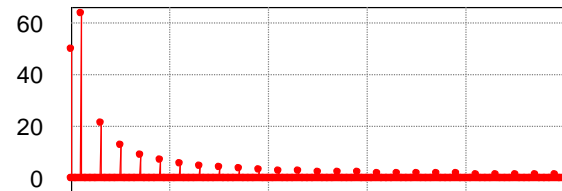
Vsin_p Vtri



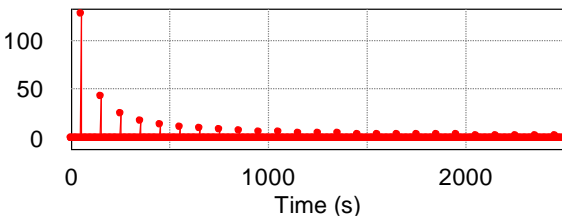
VA



VB

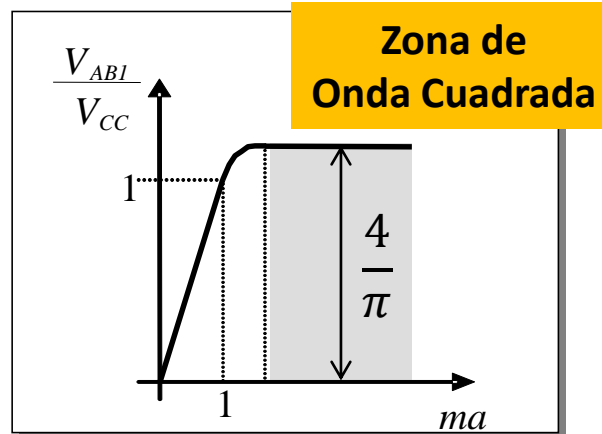


VAB



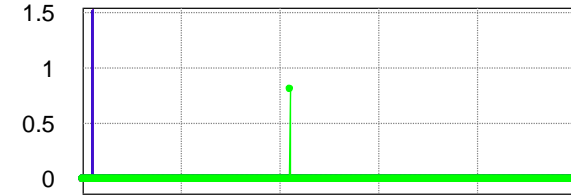
- El espectro es el de la onda cuadrada

$$\frac{V_{AB1}}{V_{CC}} = \frac{4}{\pi}$$

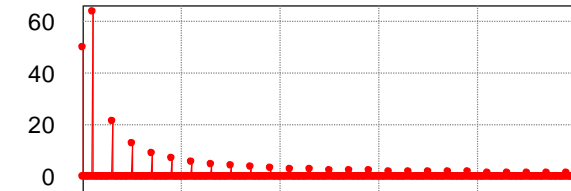


Unipolar

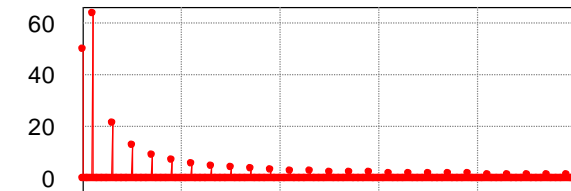
Vsin_n Vsin_p Vtri



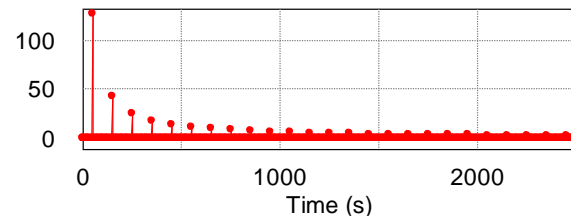
VA



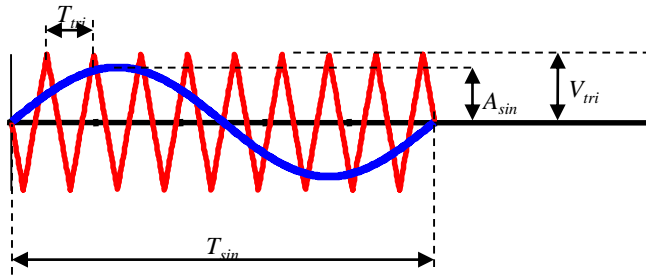
VB



VAB



Resumen inversores monofásicos (I)



Definiciones

Índice de modulación en amplitud

$$m_a = \frac{A_{\sin}}{V_{tri}}$$

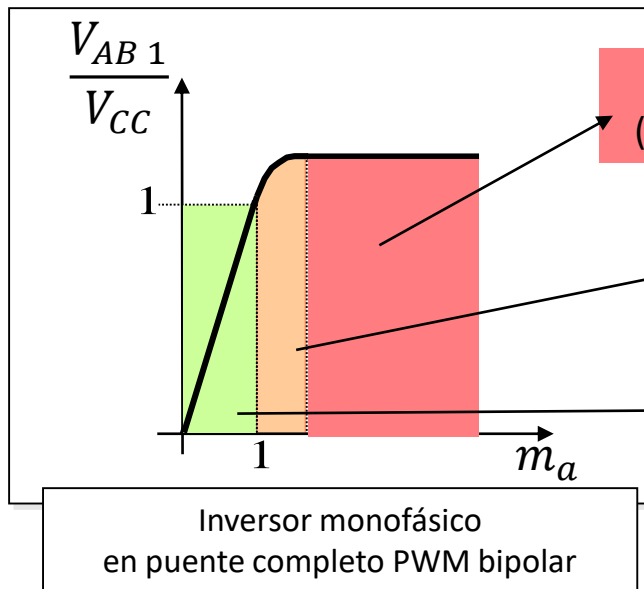
Además, en zona lineal se cumple

$$m_a = \frac{A_{\sin}}{V_{tri}} = \frac{V_{AB1}}{V_{cc}}$$

Índice de modulación en frecuencia

$$m_f = \frac{f_{portadora}}{f_{moduladora}} = \frac{f_{tri}}{f_{\sin}}$$

Comparación zonas funcionamiento



Onda cuadrada
(Inversor no modulado)

Sobremodulación

Lineal

- Hay armónicos de V_{AB} de baja frecuencia ($3f_{\sin}$, $5f_{\sin}$, $7f_{\sin}$)
- La amplitud del primer armónico de V_{AB} no es proporcional al índice de modulación en amplitud

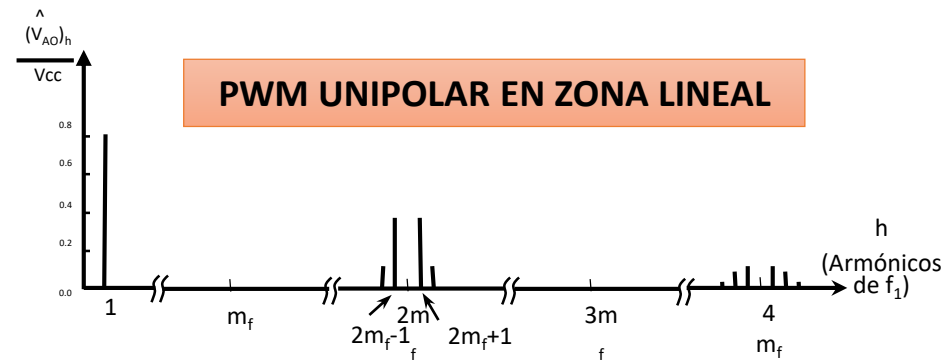
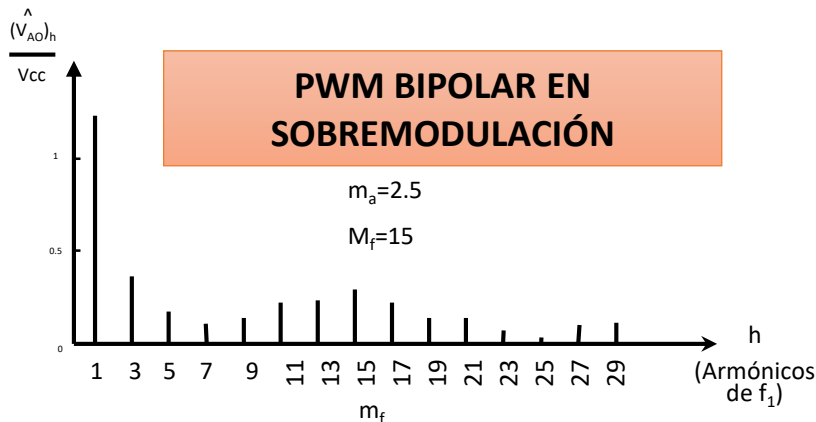
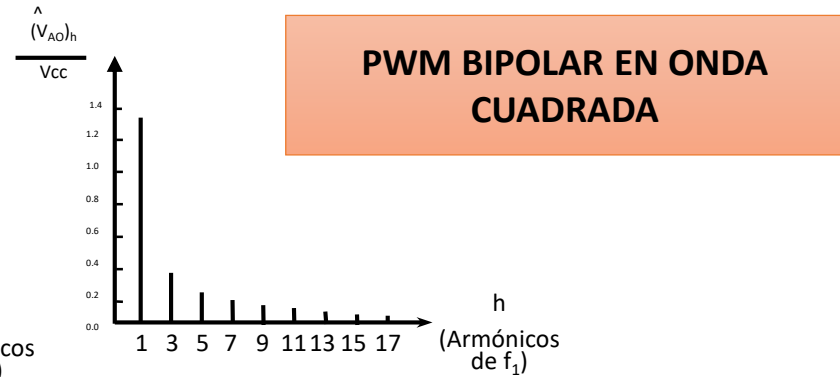
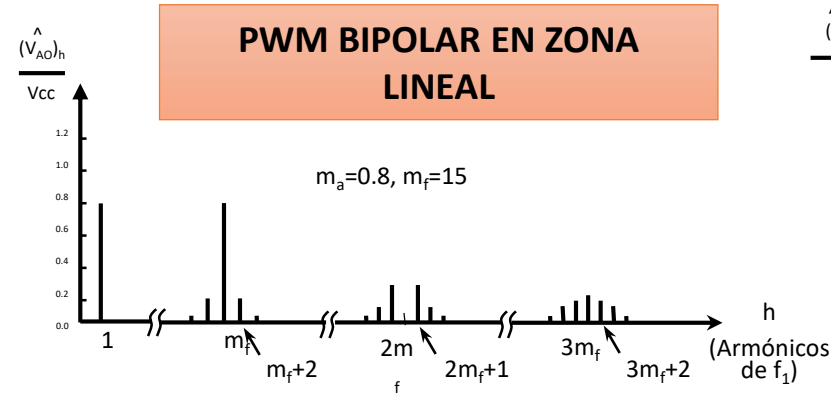
- Armónicos de V_{AB} son de alta frecuencia (f_{tri} , $2f_{tri}$, $3f_{tri}$)
- La amplitud del primer armónico de V_{AB} es proporcional a m_a

$$V_{AB1} = m_a \cdot V_{CC}$$

Resumen inversores monofásicos (II)

COMPARACIÓN CONTENIDO ARMÓNICO:

para las distintas modulaciones y las distintas zonas de funcionamiento

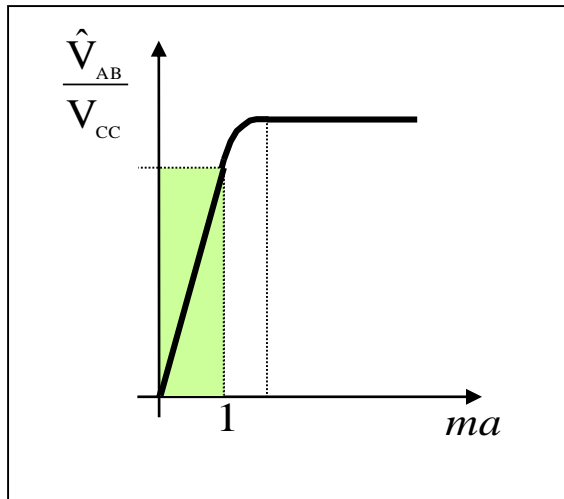


Ventajas unipolar frente a bipolar:

- Armónicos a mayor frecuencia.
- Menor amplitud de los armónicos.

Resumen inversores monofásicos (III)

Cálculo de la amplitud de los armónicos en zona lineal



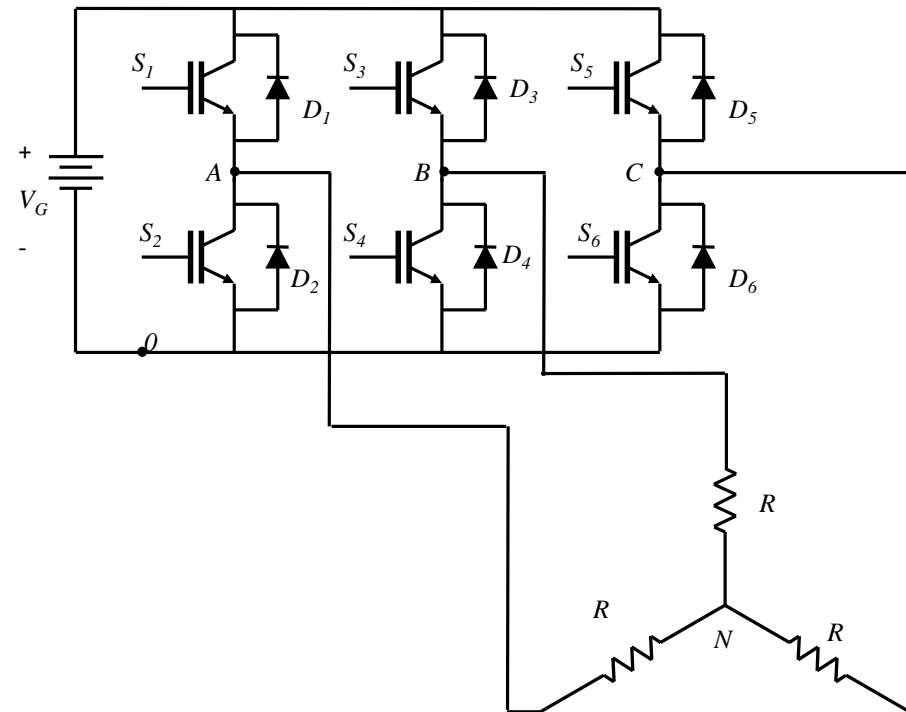
Amplitudes normalizadas V_n/V_{CC} para modulación PWM Sinusoidal Unipolar										
m_a	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$n=1$	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$n=2mf+1$	0,10	0,19	0,27	0,33	0,36	0,37	0,35	0,31	0,25	0,18
$n=2mf+3$	0,00	0,00	0,01	0,02	0,04	0,07	0,10	0,14	0,18	0,21
Amplitudes normalizadas V_n/V_{CC} para modulación PWM Sinusoidal Bipolar										
m_a	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$n=1$	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$n=mf$	1,27	1,24	1,20	1,15	1,08	1,01	0,92	0,82	0,71	0,60
$n=mf+2$	0,00	0,02	0,03	0,06	0,09	0,13	0,17	0,22	0,27	0,32
Amplitudes normalizadas V_n/V_{CC} para tensión de línea, modulación PWM Sinusoidal trifásica										
m_a	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$n=1$	0,087	0,173	0,260	0,346	0,433	0,520	0,606	0,693	0,779	0,866
$n=mf+2$	0,003	0,013	0,030	0,053	0,0801	0,114	0,150	0,190	0,232	0,275
$n=2mf+1$	0,086	0,165	0,232	0,282	0,313	0,321	0,307	0,272	0,221	0,157

- Armónicos de V_{AB} son de alta frecuencia (en torno a f_{tri} para bipolar y en torno a $2f_{tri}$ para unipolar)
- La amplitud del primer armónico de V_{AB} es proporcional a m_a
- La amplitud de los demás armónicos también depende del índice de modulación en amplitud

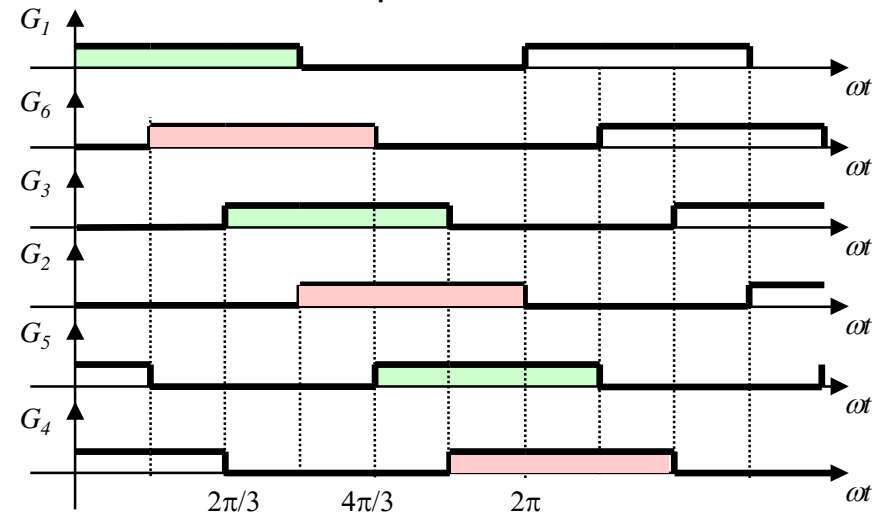
Índice tema

- Conversión CC-CA, ejemplos de aplicaciones y clasificación inversores
- Inversor monofásico:
 - Topología en puente completo
 - Resumen semiconductores
 - Control por onda cuadrada
 - Control por fase desplazada
 - Introducción a la modulación PWM
 - Modulación PWM sinusoidal bipolar
 - Modulación PWM sinusoidal unipolar
- Inversor trifásico:
 - Control por onda cuadrada
 - Modulación PWM sinusoidal

Puente trifásico: señales de gobierno



Inversor de onda cuadrada:
cada interruptor conduce 180°



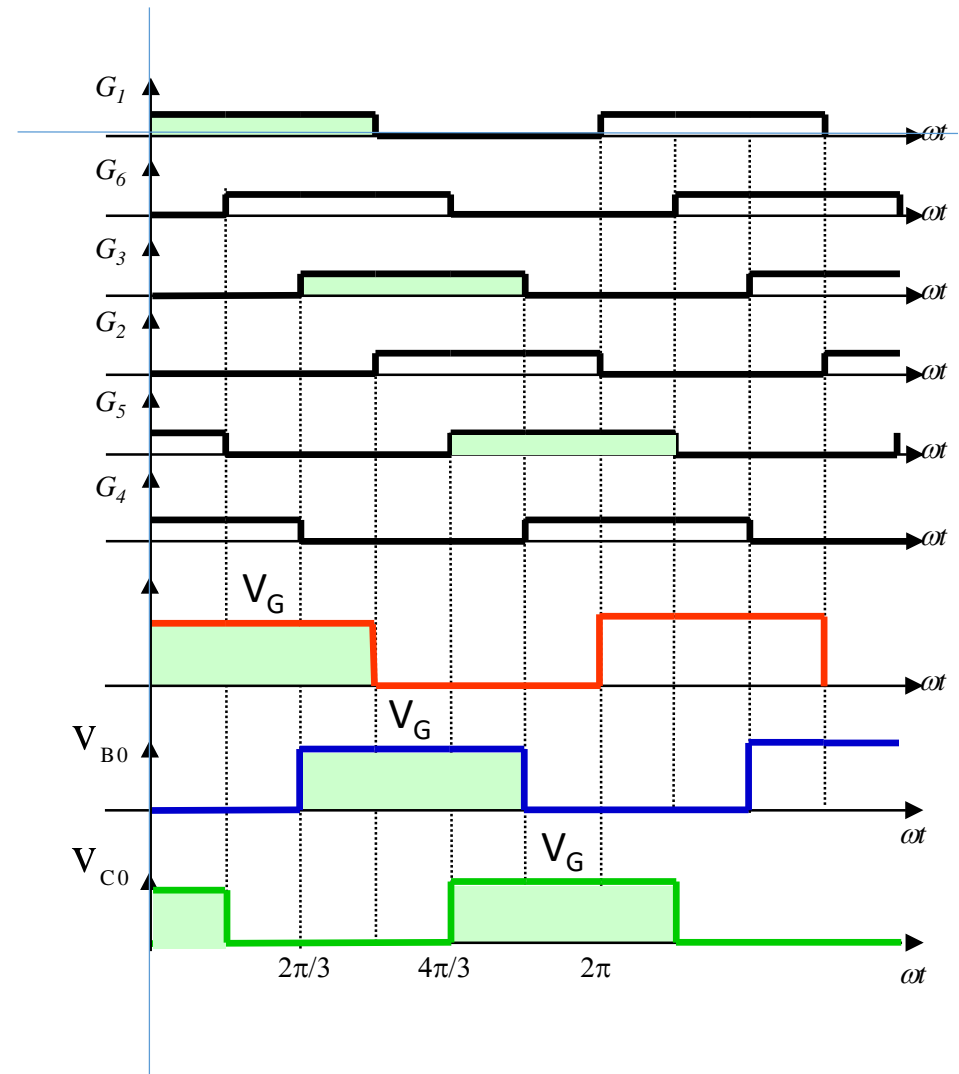
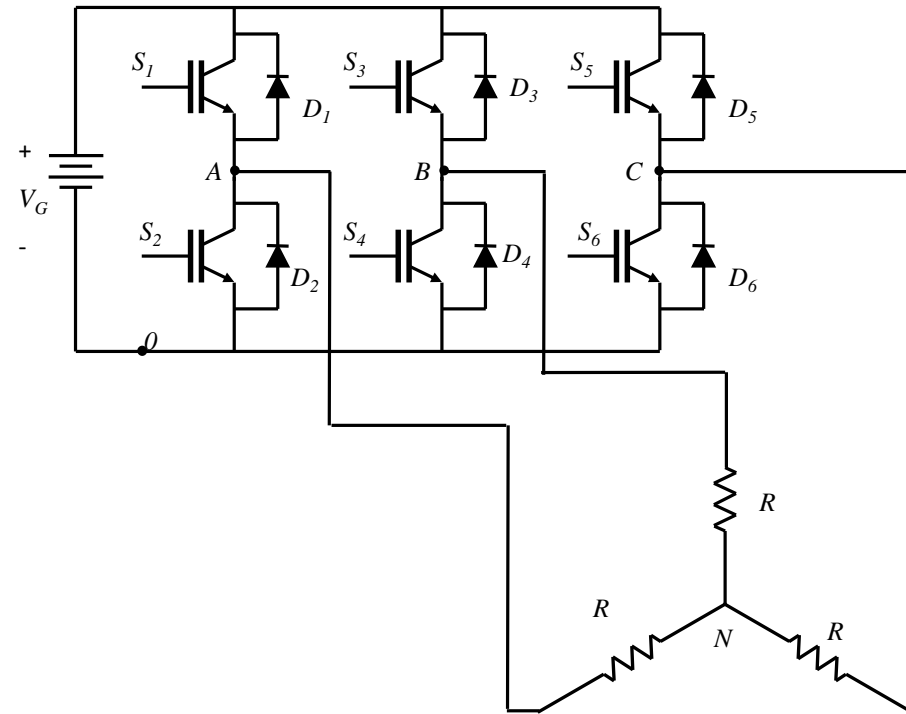
G_1, G_3 y G_5

desfasadas 120°

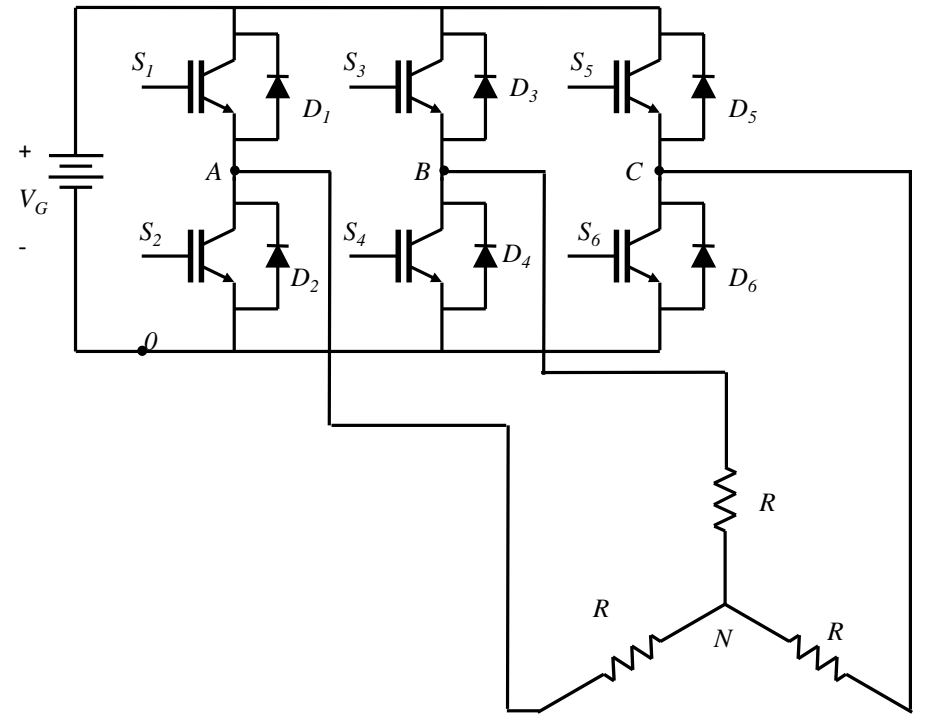
G_2, G_4 y G_6

complementarias
para evitar cortocircuitos
de V_G

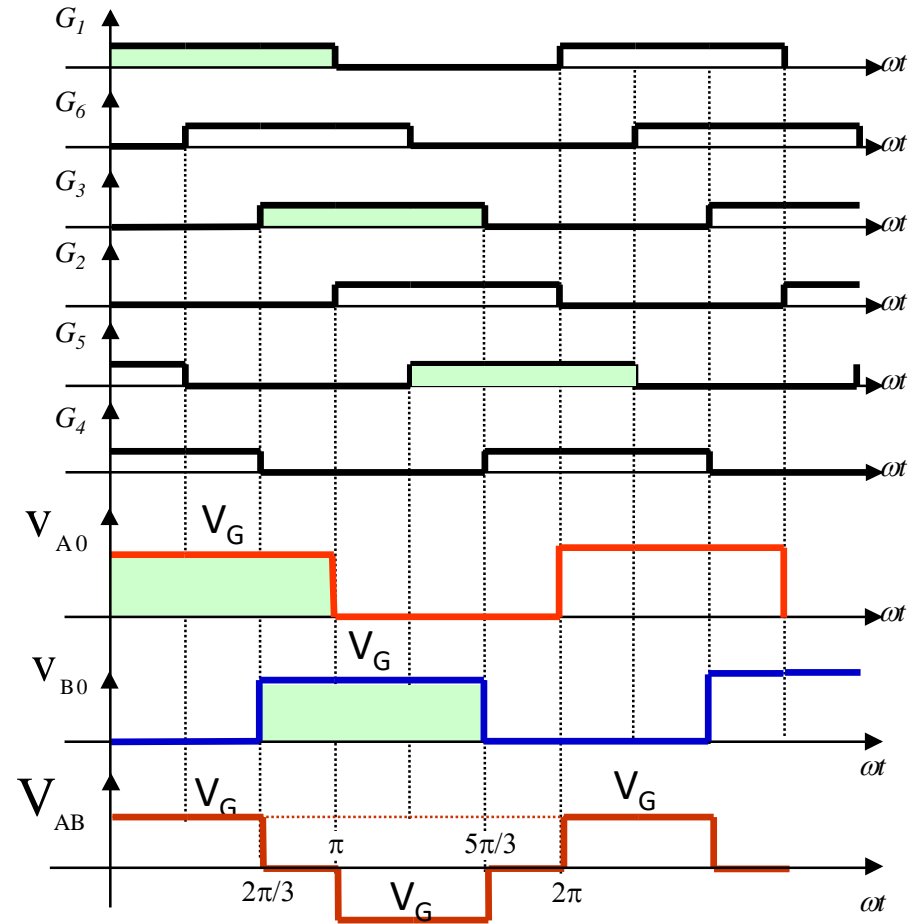
Tensión salida del inversor



Tensión salida del inversor: tensión de línea (I)



$$V_{AB} = V_{A0} - V_{B0}$$



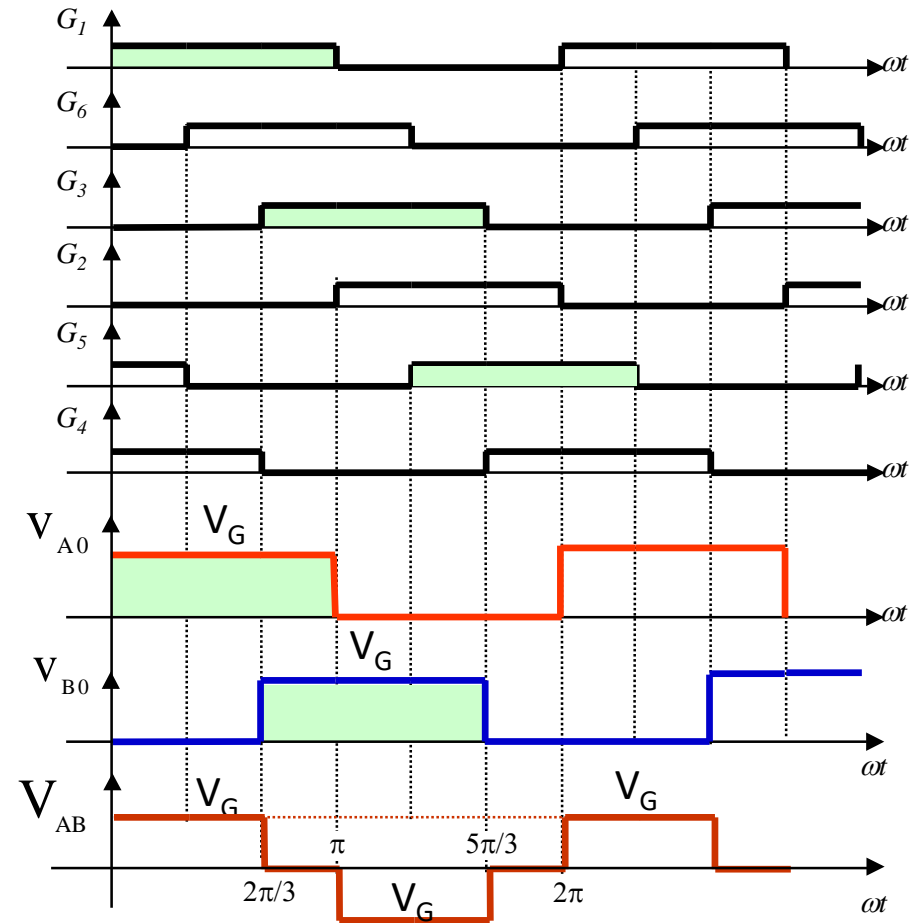
Tensión salida del inversor: armónicos triples

$$V_{AB} = V_{A0} - V_{B0}$$

Tercer armónico

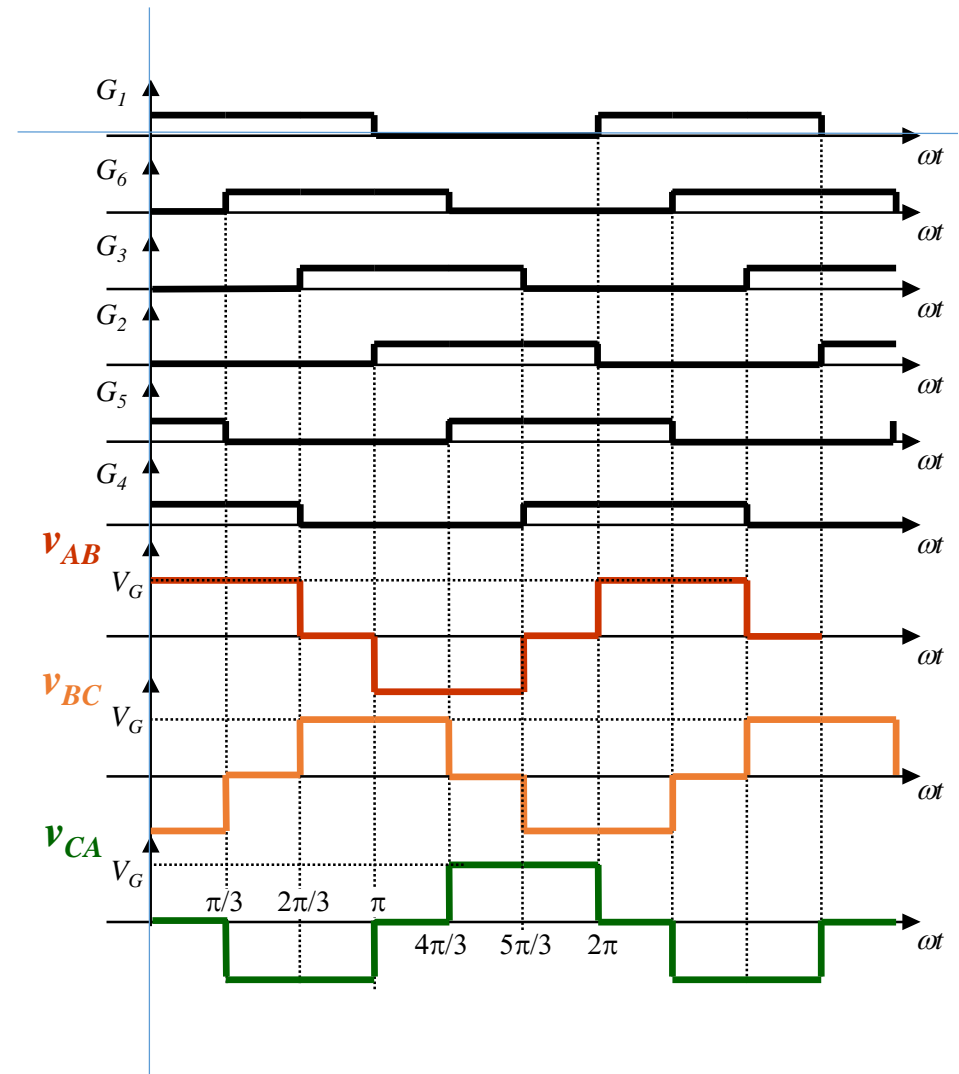
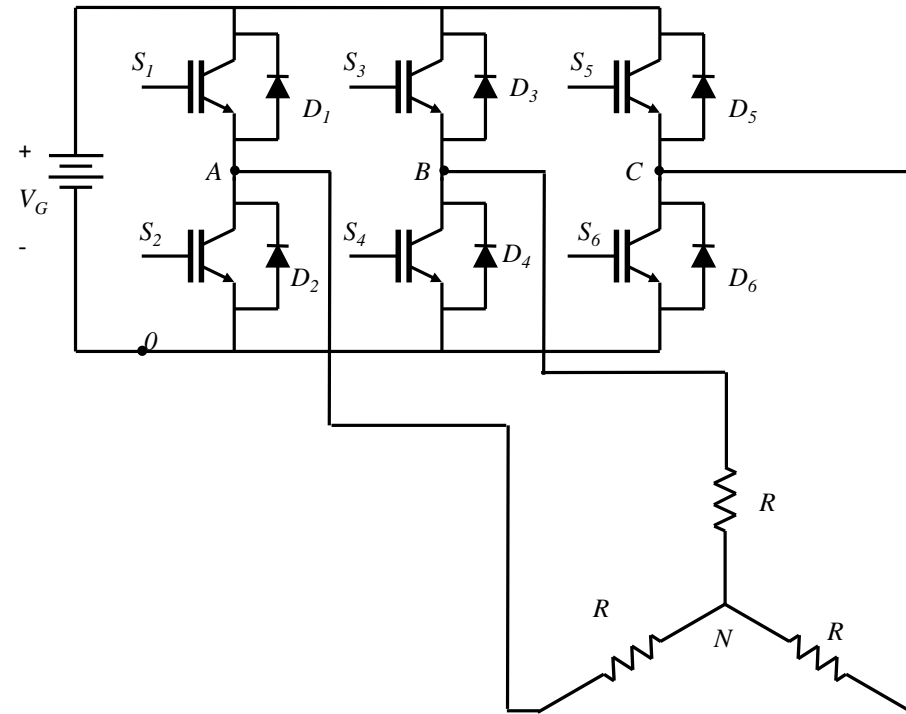
$$\left\{ \begin{array}{l} V_{AB_3} = V_{A_3} - V_{B_3} \\ V_{A_3} = A_3 \cdot \text{sen}(3\omega t) \\ V_{B_3} = A_3 \cdot \text{sen}\left[3\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)\right] \\ V_{B_3} = A_3 \cdot \text{sen}(3\omega t - 2\pi) \\ V_{B_3} = A_3 \cdot \text{sen}(3\omega t) \\ V_{AB_3} = A_3 \cdot \text{sen}(3\omega t) - A_3 \cdot \text{sen}(3\omega t) \end{array} \right.$$

$$V_{AB_3} = 0$$



La tensión de línea no tiene armónicos de orden triple

Tensión salida del inversor: tensión de línea (II)



Tensión salida del inversor: tensión de fase (I)

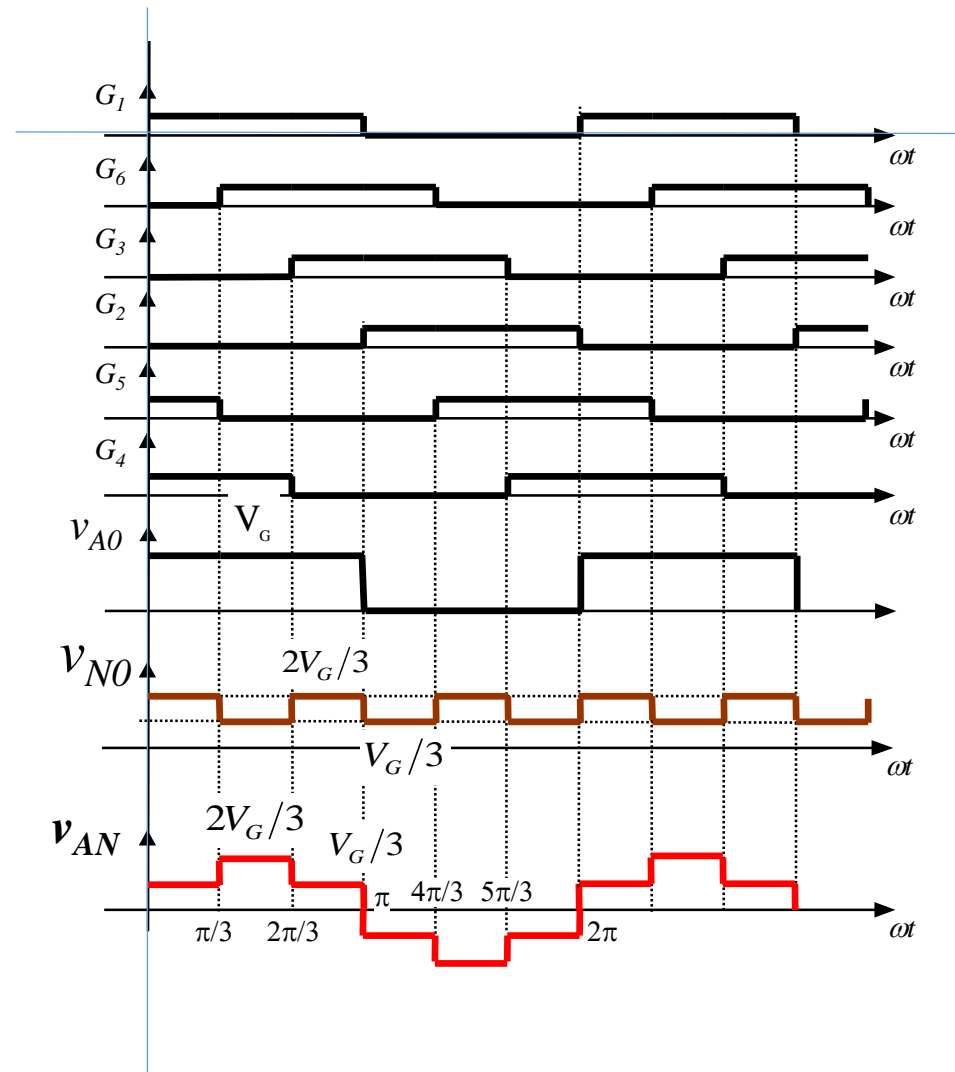
$$v_{AN} = v_{A0} - v_{N0}$$

Sistema trifásico
a 3 hilos

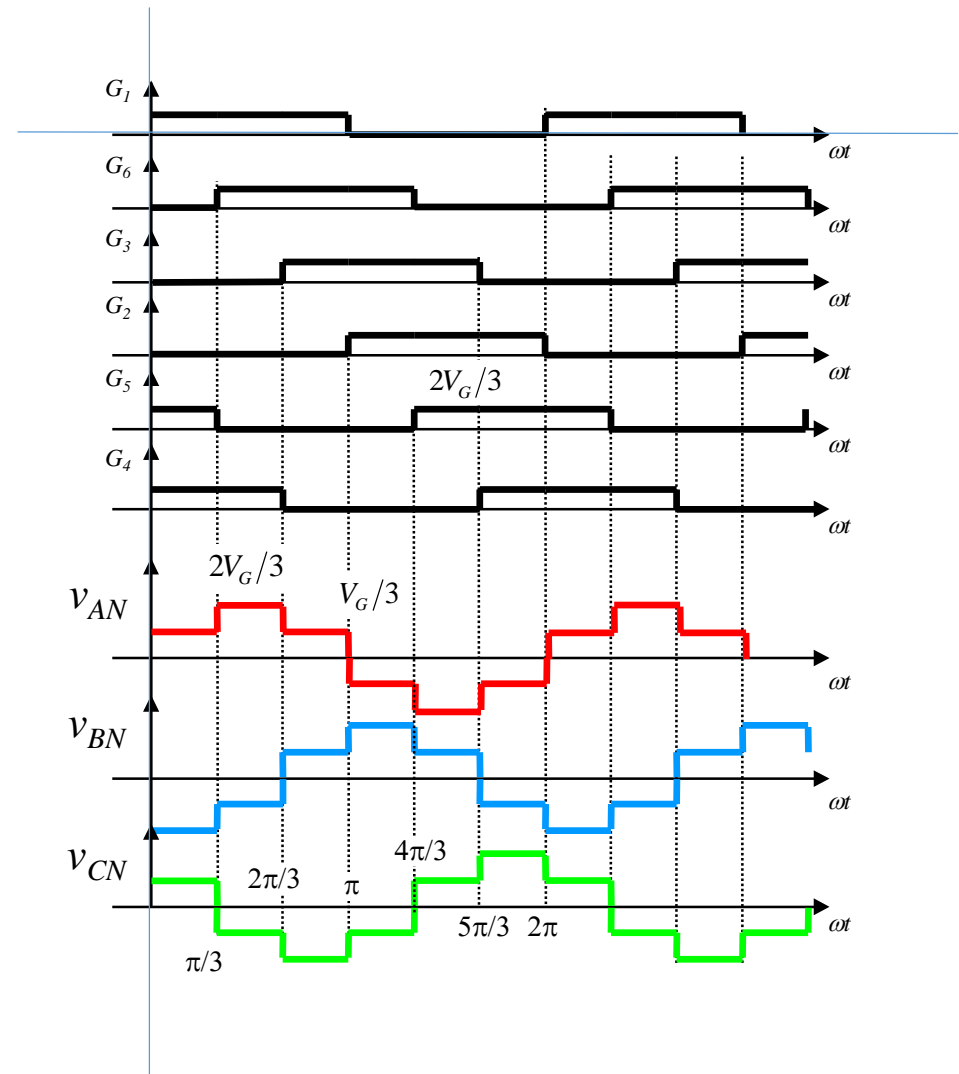
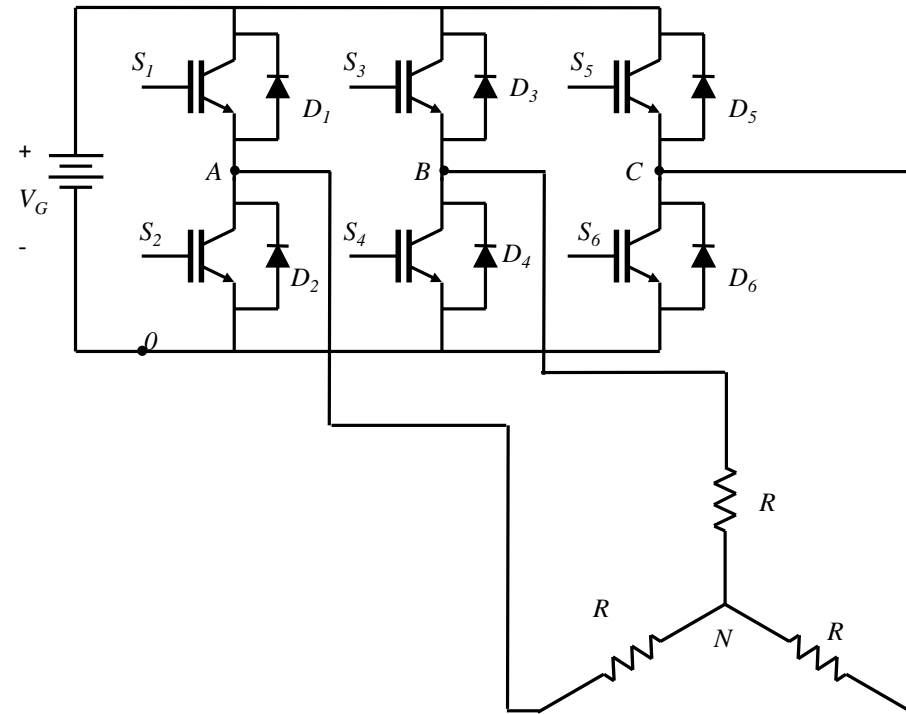
$$i_A + i_B + i_C = 0$$

$$\begin{cases} \frac{v_{AN}}{Z} + \frac{v_{BN}}{Z} + \frac{v_{CN}}{Z} = 0 \\ v_{AN} + v_{BN} + v_{CN} = 0 \\ v_{N0} = \frac{v_{A0} + v_{B0} + v_{C0}}{3} \end{cases}$$

$$v_{AN} = v_{A0} - v_{N0} = v_{A0} - \frac{v_{A0} + v_{B0} + v_{C0}}{3}$$

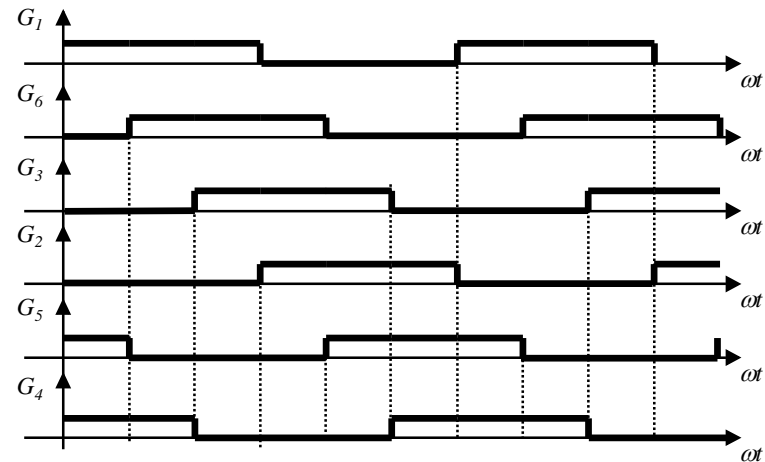
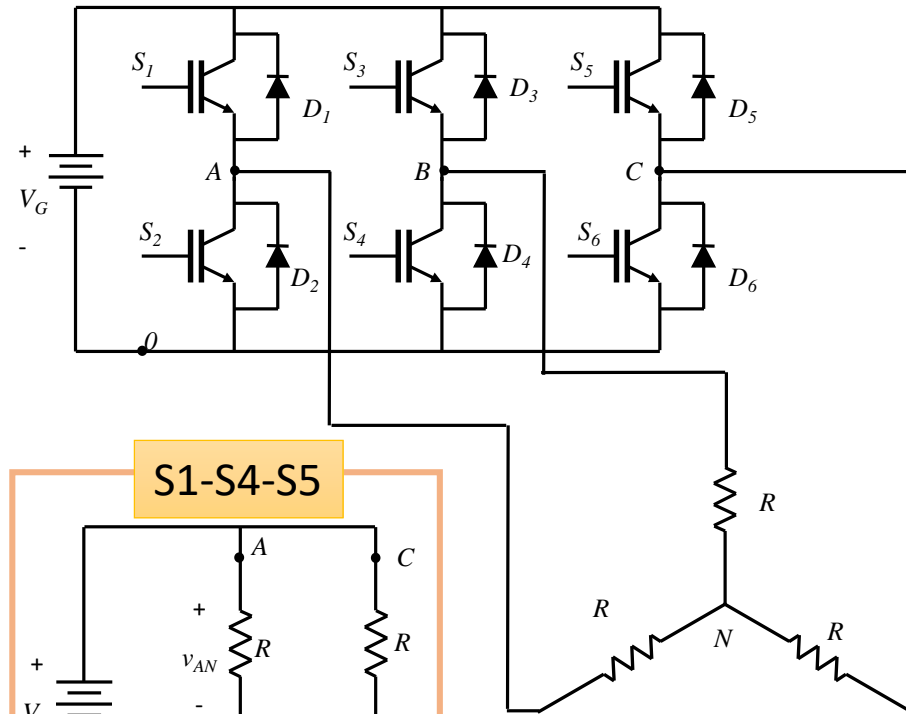


Tensión salida del inversor: tensión de fase (II)



Tensión salida del inversor: tensión de fase (III)

Otra alternativa de análisis:



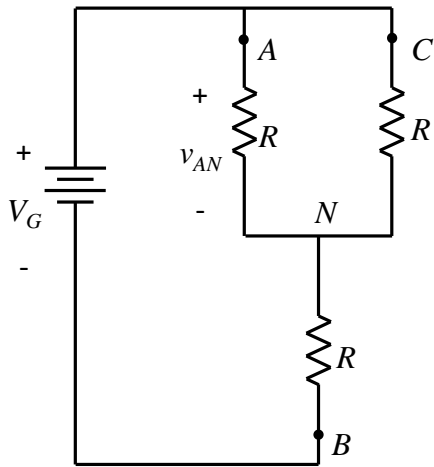
Inversor como matriz de interruptores:

Tensión en cada nodo			Interruptor que conduce			v_{AN}/V_G
A	B	C				
1	0	1	S_1	S_4	S_5	1/3
1	0	0	S_1	S_4	S_6	2/3
1	1	0	S_1	S_3	S_6	1/3
0	1	0	S_2	S_3	S_6	-1/3
0	1	1	S_2	S_3	S_5	-2/3
0	0	1	S_2	S_4	S_5	-1/3

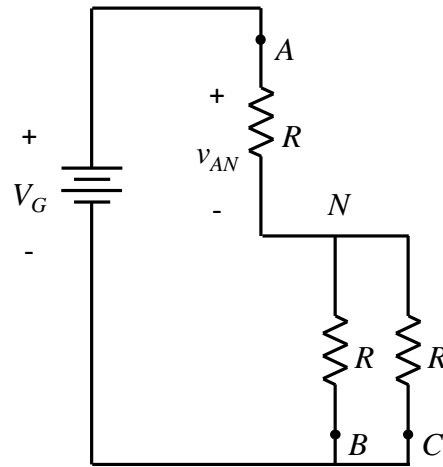
$$v_{AN} = V_G \frac{R/2}{R + R/2} = V_G \frac{1}{3}$$

Tensión salida del inversor: tensión de fase (IV)

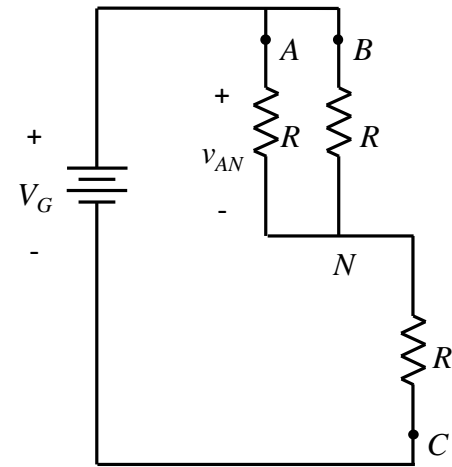
Considerando todas las combinaciones:



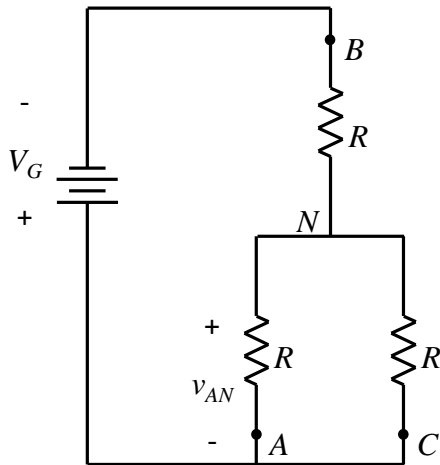
S1-S4-S5



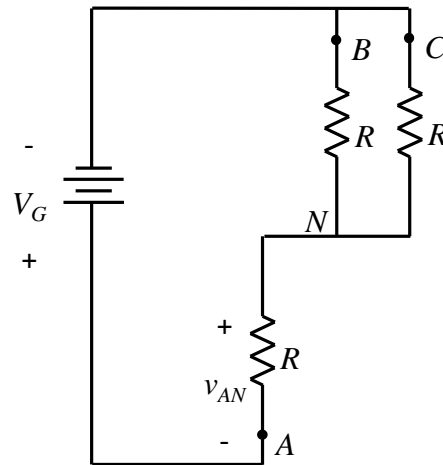
S1-S4-S6



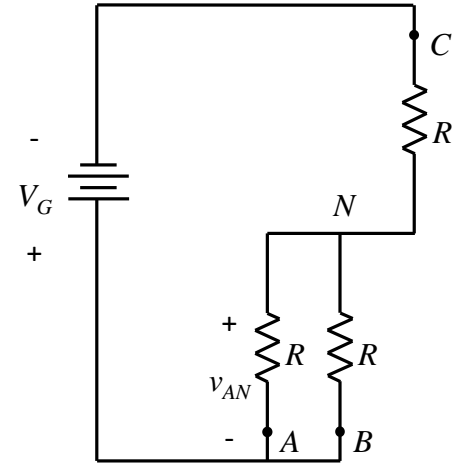
S1-S3-S6



S2-S3-S6

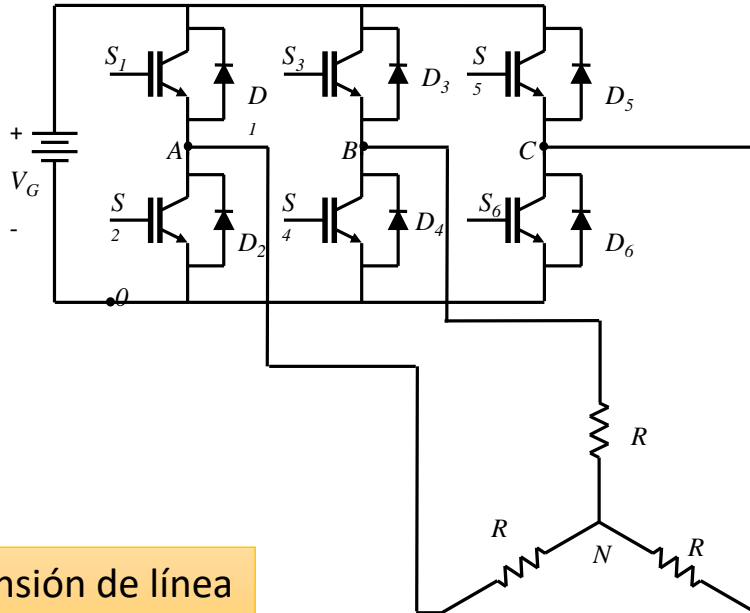


S2-S3-S5

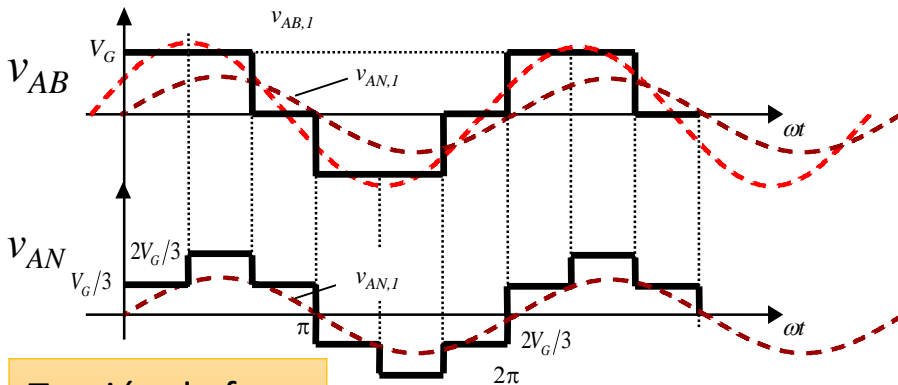


S2-S4-S5

Tensión salida del inversor: contenido armónico



Tensión de línea



Tensión de fase

Empleando series de Fourier:

$$V_{AB,n \ p} = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} v_{AB} \cos(n\omega t) d\omega t$$

si n es par o múltiplo de 3, $\int_0^{\pi} v_{AB} \cos(n\omega t) d\omega t = 0$

si n es impar,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} v_{AB} \cos(n\omega t) d\omega t = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} v_{AB} \cos(n\omega t) d\omega t =$$

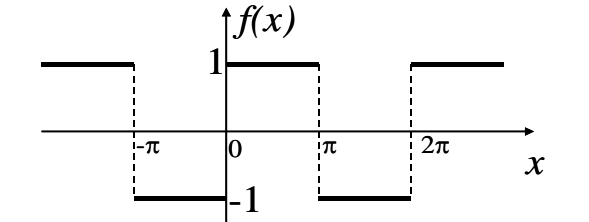
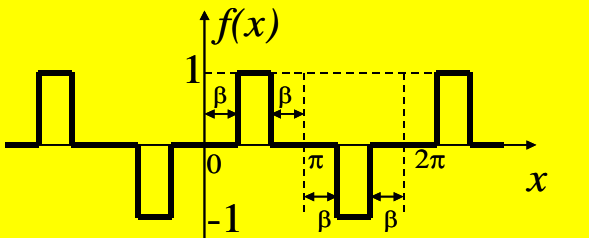
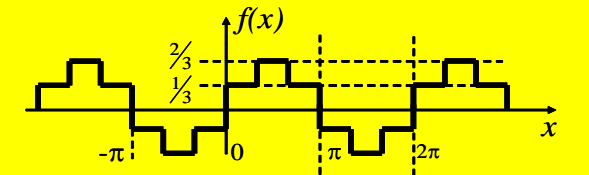
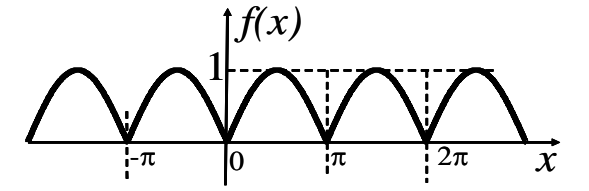
$$= \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} v_{AB} \cos(n\omega t) d\omega t = \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} v_{AB} \cos(n\omega t) d\omega t$$

$$V_{AB,n \ p} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} V_G \cos(n\omega t) d\omega t$$

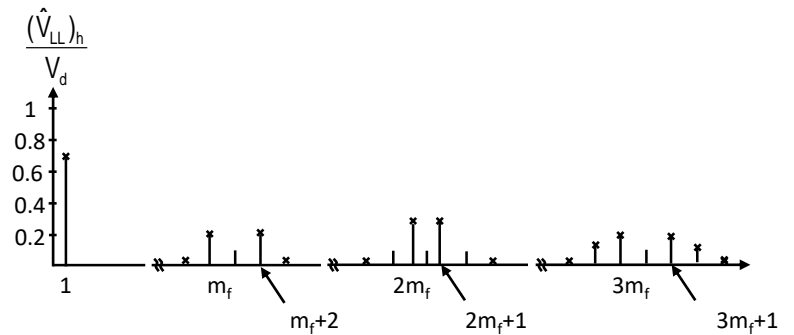
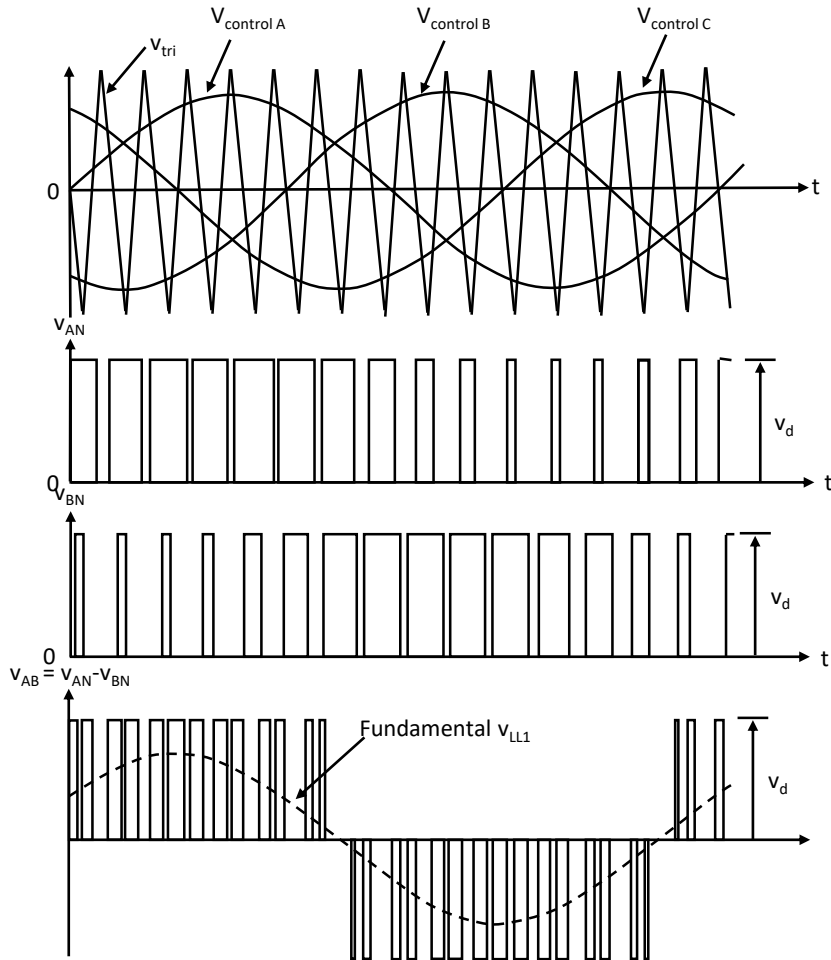
$$V_{AB,n \ p} = \frac{4}{\pi} \frac{V_G}{n} \operatorname{sen}\left(n \frac{\pi}{3}\right)$$

Tabla series de Fourier

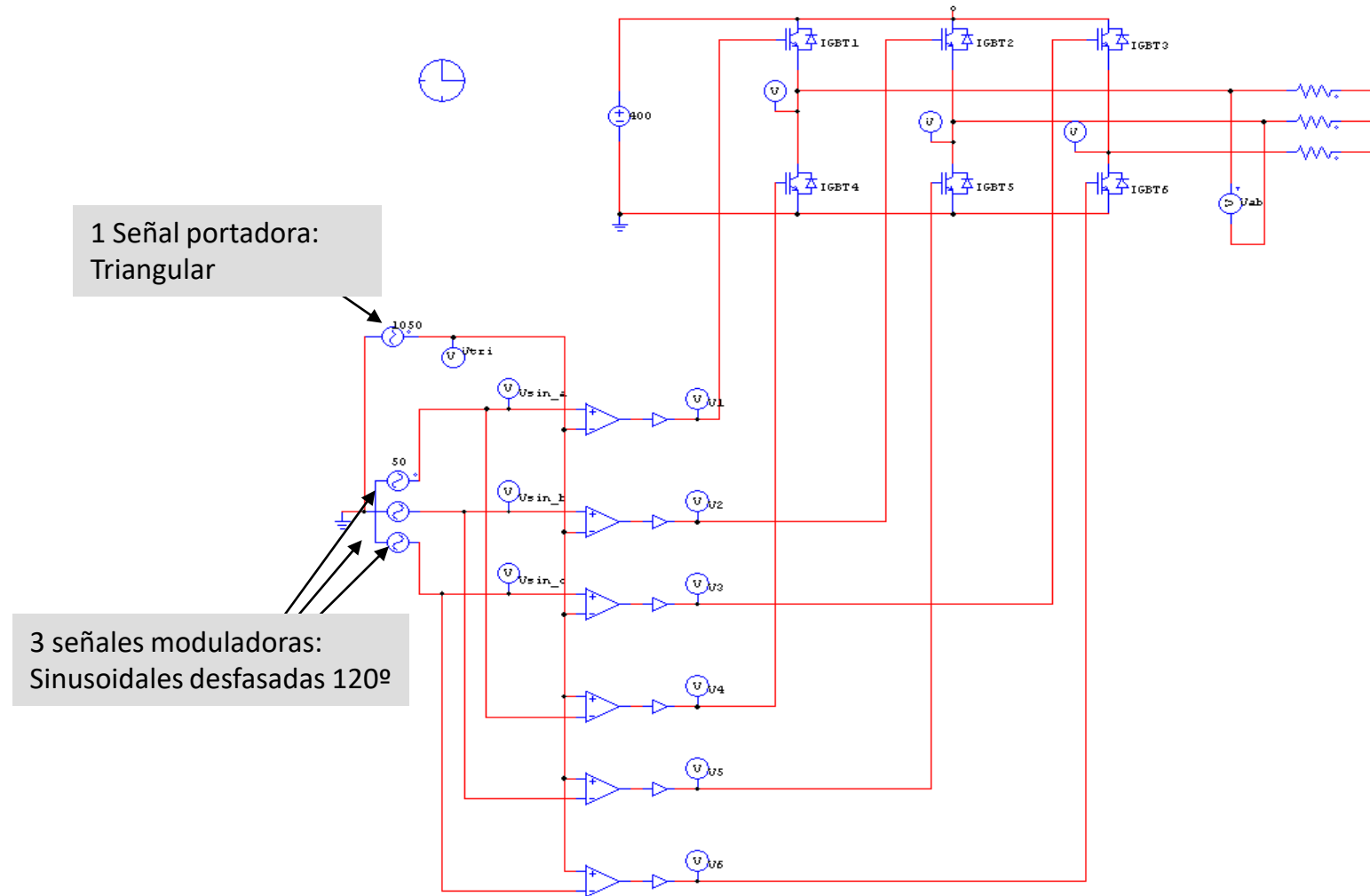
TABLA DE SERIES DE FOURIER

$f(x) = \begin{cases} 1 \rightarrow 0 < x < \pi \\ -1 \rightarrow -\pi < x < 0 \end{cases}$ $\frac{4}{\pi} \cdot \left(\frac{\text{sen}(x)}{1} + \frac{\text{sen}(3 \cdot x)}{3} + \frac{\text{sen}(5 \cdot x)}{5} + \dots \right)$	
$f(x) = \begin{cases} 0 \rightarrow 0 < x < \beta \\ 1 \rightarrow \beta < x < \pi - \beta \\ 0 \rightarrow \pi - \beta < x < \pi \end{cases}$ $\frac{4}{\pi} \cdot \left(\frac{\cos(\beta) \cdot \text{sen}(x)}{1} + \frac{\cos(3 \cdot \beta) \cdot \text{sen}(3 \cdot x)}{3} + \frac{\cos(5 \cdot \beta) \cdot \text{sen}(5 \cdot x)}{5} + \dots \right) =$ $\sum_{n=\text{impar}} \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{n} \cos(n \cdot \beta) \cdot \text{sen}(n \cdot x)$	
$f_n = \frac{2}{3\pi} \cdot \frac{1}{n} \cdot \left(2 + \cos\left(n \cdot \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(n \cdot \frac{2\pi}{3}\right) \right)$ <p>$n = 1, 5, 7, 11, 13, \dots$</p>	
$f(x) = \text{sen}(x) \rightarrow -\pi < x < \pi$ $\frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \cdot \left(\frac{\cos(2 \cdot x)}{1 \cdot 3} + \frac{\cos(4 \cdot x)}{3 \cdot 5} + \frac{\cos(6 \cdot x)}{5 \cdot 7} + \dots \right)$	

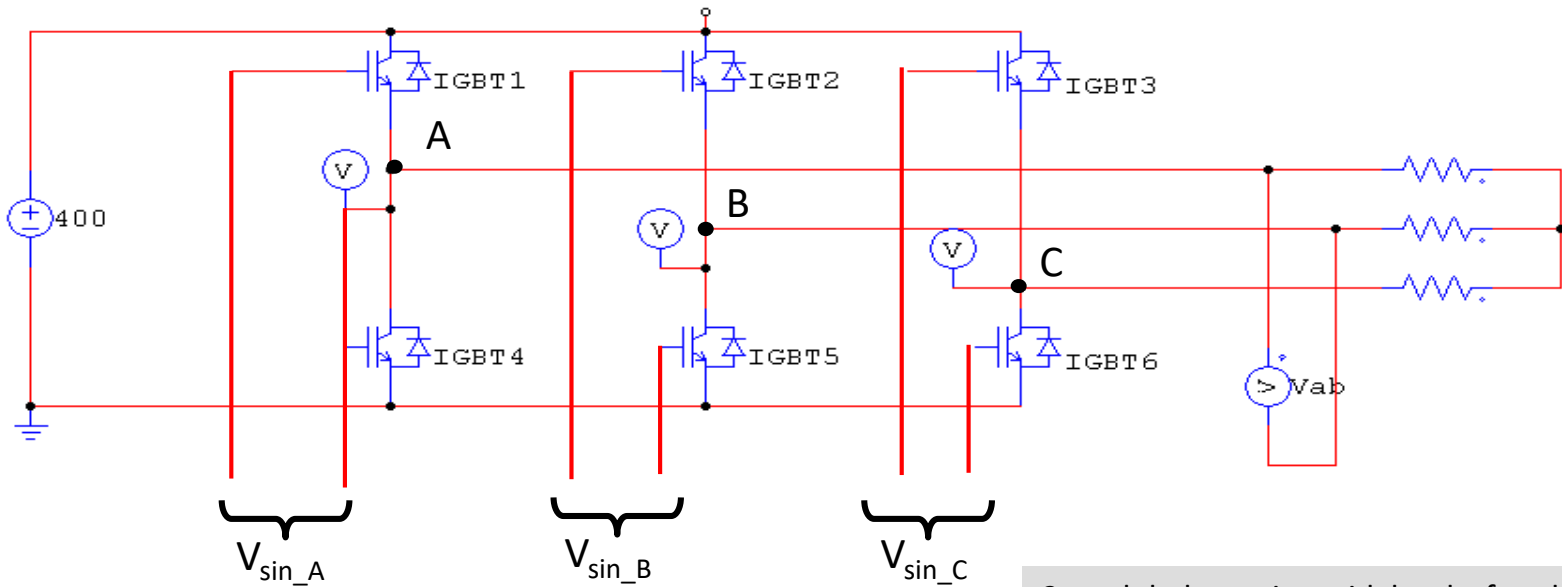
Modulación PWM sinusoidal para trifásica



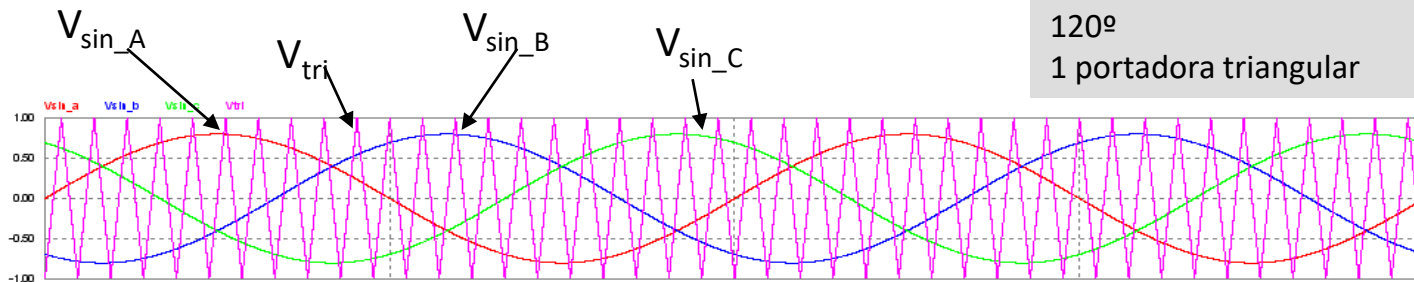
Topología Inversor Trifásico (P3Φ-PWM)



Señales de control



3 moduladoras sinusoidales desfasadas 120°
1 portadora triangular



Tensión de salida zona lineal (I)

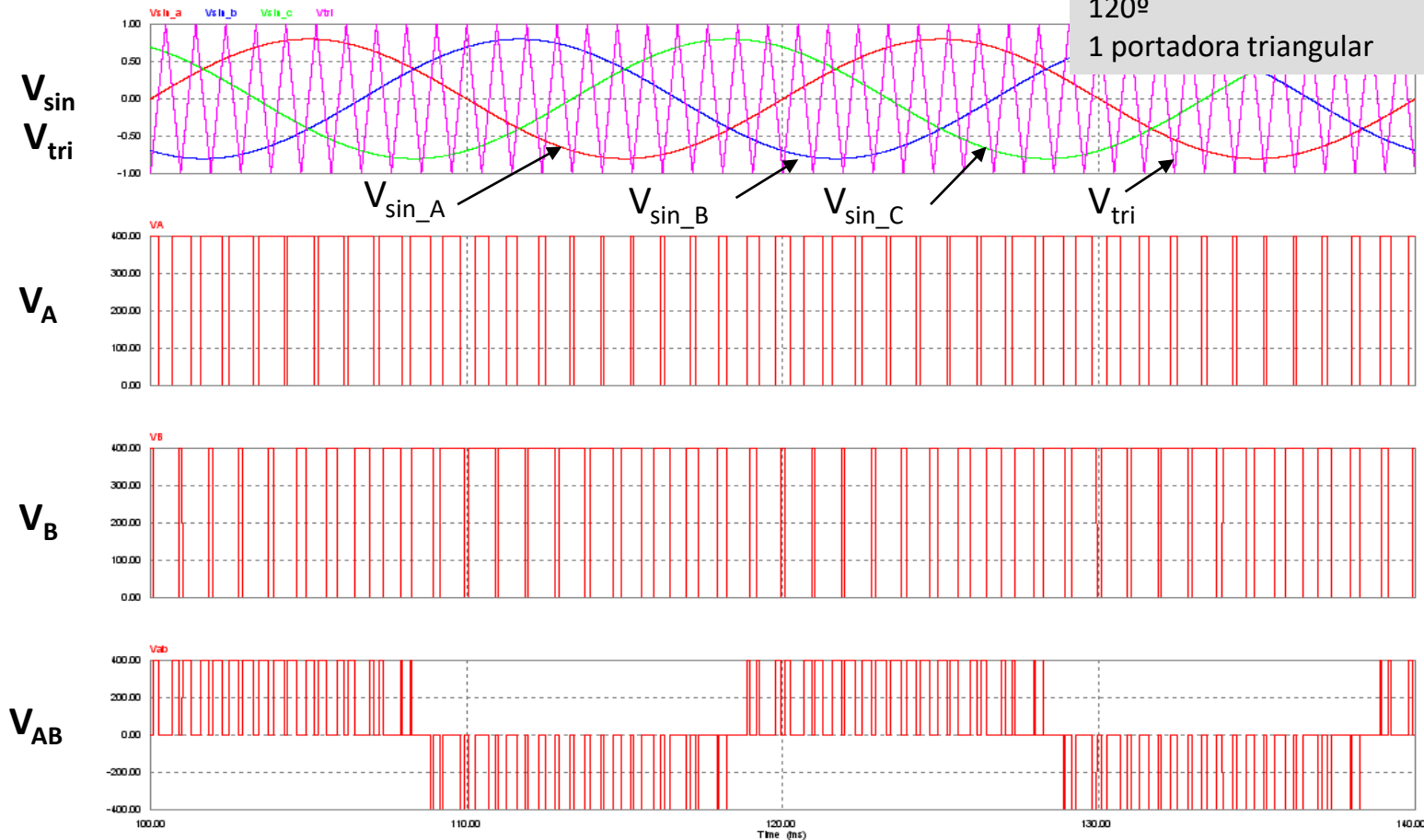
Ejemplo: $V_{cc}=400V$ $m_a=0,8$ $m_f=21$

$f_{sin}=50Hz$

$f_{tri}=1050Hz$

3 moduladoras sinusoidales desfasadas 120°
1 portadora triangular

Zona Lineal



Tensión de salida zona lineal (II)

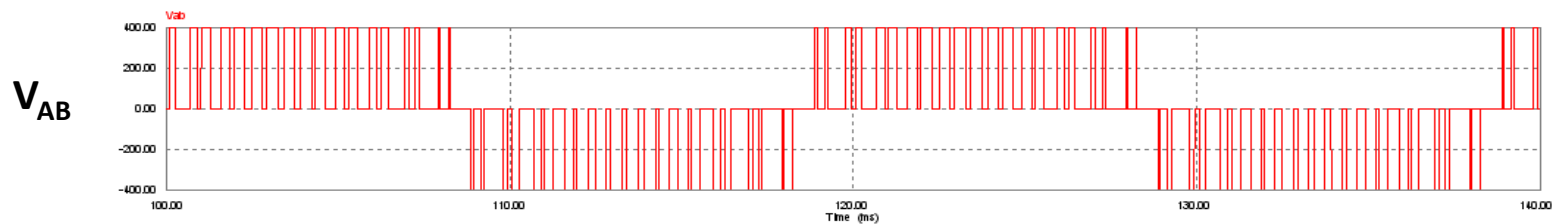
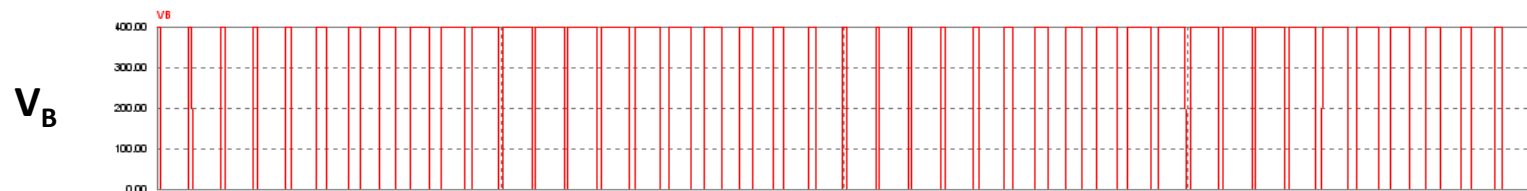
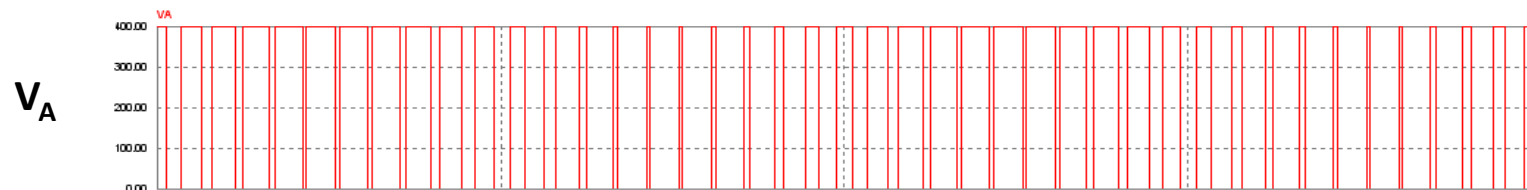
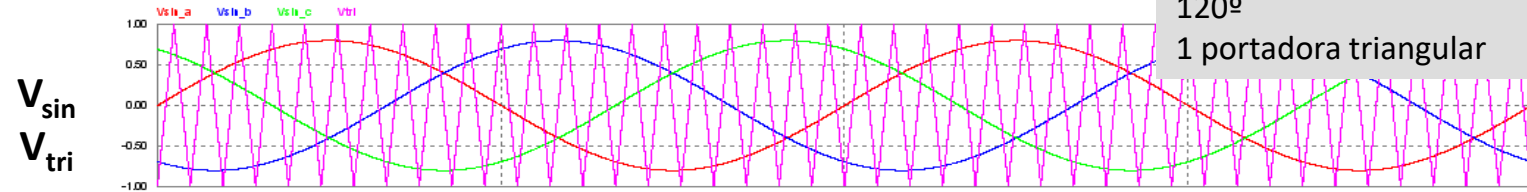
Ejemplo: $V_{cc}=400V$ $m_a=0,8$ $m_f=21$

$f_{sin}=50Hz$

$f_{tri}=1050Hz$

3 moduladoras sinusoidales desfasadas
120°
1 portadora triangular

Zona
Lineal

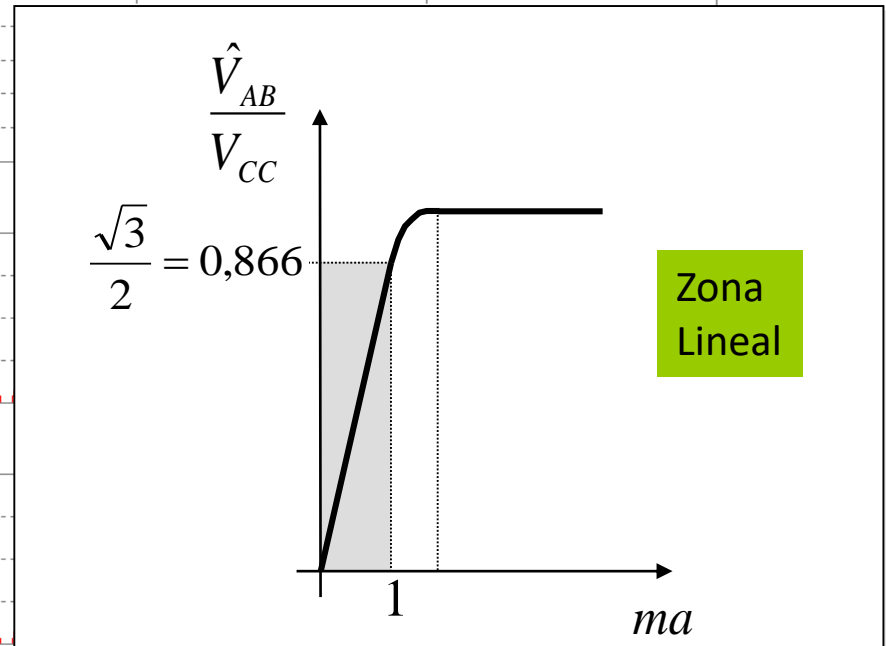
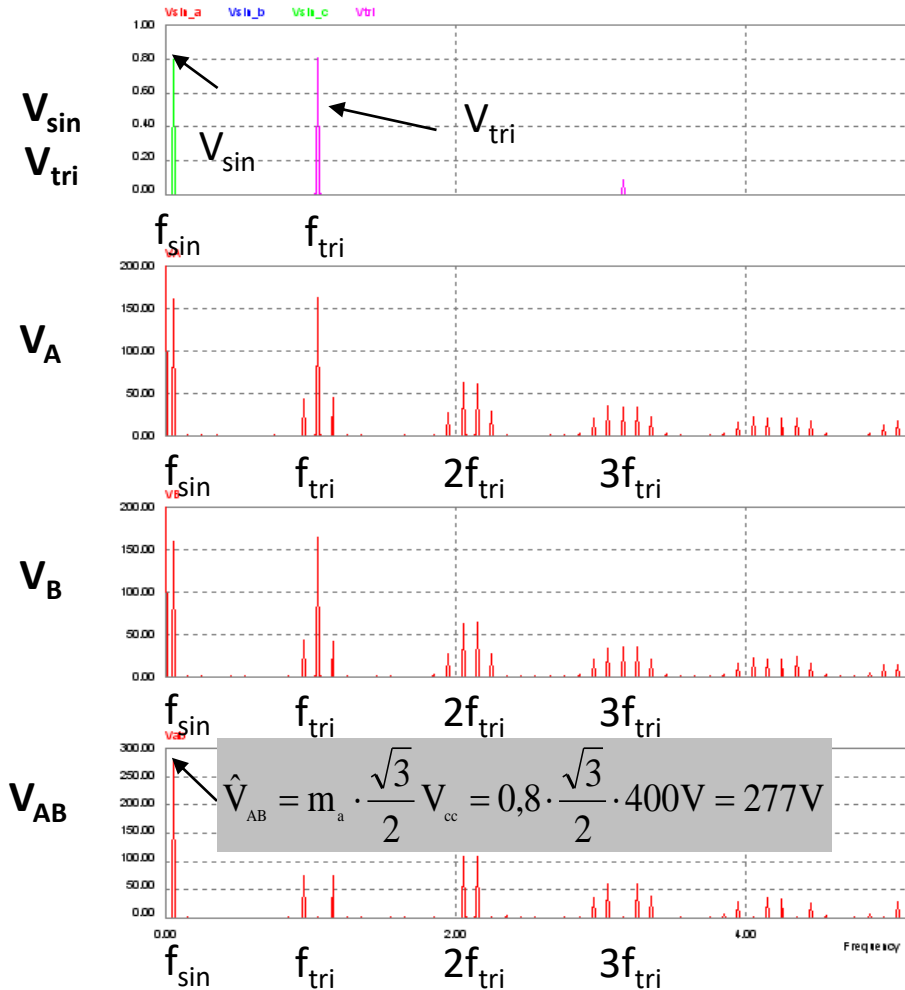


Contenido armónico zona lineal

Ejemplo: $V_{cc}=400V$ $m_a=0,8$ $m_f=21$

$f_{sin}=50Hz$

$f_{tri}=1050Hz$



- No hay tercer armónico de la tensión de línea V_{AB} porque las 3 moduladoras están desfasadas 120°
- La amplitud del primer armónico de V_{AB} es proporcional a m_a

$$V_{AB1} = m_a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot V_{CC}$$

Contenido armónico zona lineal

- La amplitud del primer armónico de V_{AB} es proporcional a m_a

$$V_{AB\ 1} = m_a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot V_{CC}$$

La amplitud de los demás armónicos también depende del índice de modulación en amplitud

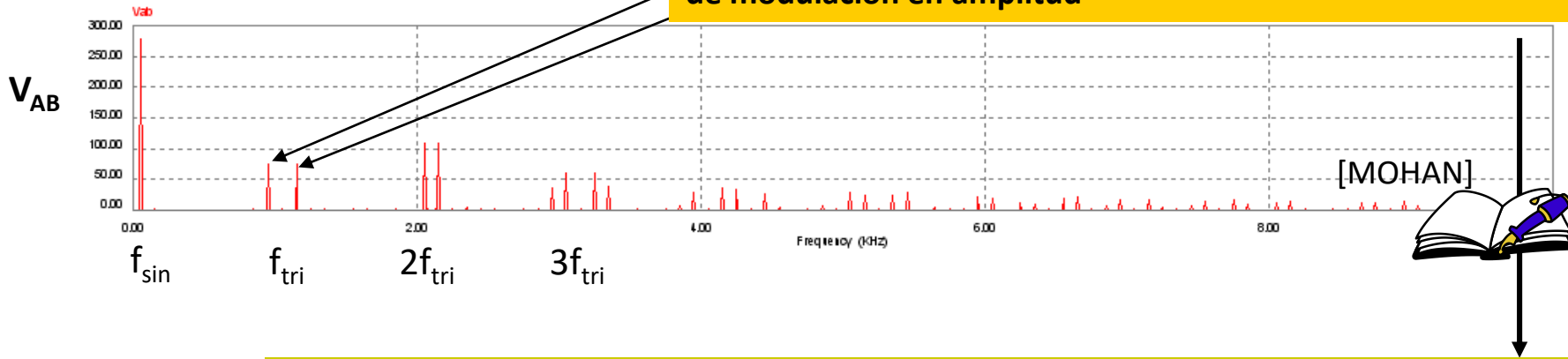


Tabla de amplitudes normalizadas, modulación PWM sinusoidal

Amplitudes normalizadas V_n/V_{CC} para TENSIÓN DE LÍNEA , modulación PWM Sinusoidal trifásica										
m_a	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$n=1$	0,087	0,173	0,260	0,346	0,433	0,520	0,606	0,693	0,779	0,866
$n= mf \pm 2$	0,003	0,013	0,030	0,053	0,081	0,114	0,150	0,190	0,232	0,275
$n= 2mf \pm 1$	0,086	0,165	0,232	0,282	0,313	0,321	0,307	0,272	0,221	0,157

Otras técnicas modulación inversores

- Existen otras técnicas de control de inversores trifásicos no consideradas en este curso:
 - Eliminación de armónicos
 - Inyección del tercer armónico
 - Modulación por vector espacial