

Soluciones de los problemas propuestos:

Problema 1

FORMA ONDA 1

FORMA ONDA 2

1. Valor medio

El valor medio es igual a cero en ambos casos.

2. Valor eficaz

Por comparación con la señal continua:

$$I_{ef} = I \cdot \sqrt{\frac{t_{on}}{T}} = 70 \cdot \sqrt{\frac{\pi - \frac{2\pi}{2,2}}{\pi}} = 21,106 \text{ A}$$

Igual al de la señal continua, es decir, 10 A.

3. Distorsión armónica

La definición de la distorsión armónica es:

$$DAT = \frac{\sqrt{I_{ef}^2 - I_{1ef}^2}}{I_{1ef}}$$

Para calcular el primer armónico es necesario consultar la tabla de series de Fourier. El valor del primer armónico de corriente en cada uno de los casos es:

$$I_{1ef} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\cos(\frac{\pi}{2,2})}{1} \cdot \frac{70}{\sqrt{2}} = 8,989 \text{ A}$$

Por lo tanto la distorsión armónica es:

$$DAT = 0,905$$

$$I_{1ef} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{10}{\sqrt{2}} = 9,003 \text{ A}$$

Por lo tanto la distorsión armónica es:

$$DAT = 0,435$$

4. Factor de potencia

La definición de factor de potencia es:

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{V_{g1ef} \cdot I_{g1ef} \cdot \cos(\varphi_1)}{V_{gef} \cdot I_{gef}}$$

Sabiendo que la fuente de tensión de entrada es sinusoidal pura y se cumple que $V_{g1ef} = V_{gef}$:

$$FP = \frac{I_{g1ef} \cdot \cos(\varphi_1)}{I_{gef}} = \sqrt{1 - DAT^2} \cdot \cos(\varphi_1)$$

En ambos casos el primer armónico de la corriente está en fase con la tensión sinusoidal, por lo que $\varphi_1 = 0$.

Sustituyendo:

$$FP = 0,425$$

$$FP = 0,9$$

5. Potencia activa entregada por el generador

La potencia se puede calcular planteando la integral por observación de las formas de onda:

$$P = \overline{p(t)} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t) \cdot i(t) dt$$

$$P = \frac{2}{2\pi} \cdot \int_{\pi/2,2}^{\pi-\pi/2,2} 70 \cdot 220 \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}(\theta) d\theta = 1973 \text{ W} \quad \left| \quad P = \frac{2}{2\pi} \cdot \int_0^{\pi} 10 \cdot 220 \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}(\theta) d\theta = 1981 \text{ W}$$

O aplicando la descomposición en series de Fourier de la corriente:

$$P = V_{g1ef} \cdot I_{g1ef} \cdot \cos(\varphi_1)$$

Puesto que el valor del primer armónico de corriente es prácticamente el mismo en ambos casos, los dos generadores están entregando casi la misma potencia. Sin embargo, la distorsión armónica y el factor de potencia son peores para la forma de onda 1 que para la 2.

$$P = 220 \cdot 8,969 \cdot \cos(0) = 1973 \text{ W}$$

$$P = 220 \cdot 9,003 \cdot \cos(0) = 1981 \text{ W}$$

Problema 2

Apartado 1: La potencia consumida por la carga puede calcularse la suma de las potencias asociadas a cada componente armónica:

$$P = \bar{v} \cdot \bar{i} + \sum_{n=1}^{\infty} V_{nef} \cdot I_{nef} \cdot \cos(\varphi_n)$$

Donde V_{nef} e I_{nef} representan el valor eficaz del armónico n -ésimo de la tensión $v(t)$ y la corriente $i(t)$, respectivamente. En función de los valores proporcionados en el enunciado, la expresión anterior se puede escribir como:

$$P = E_{cc} \cdot I_{cc} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_n}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_n}{\sqrt{2}} \cdot \cos(\varphi_n)$$

Apartado 2: La expresión para el cálculo de la potencia no cambiaría de ninguna manera respecto a la expresión anterior, puesto que en ningún momento se ha aplicado la hipótesis de linealidad para el cálculo de esa expresión.

Problema 3

Apartado 1: Valor medio de la tensión: $\bar{e} = 5$

Valor eficaz de la tensión: $E_{ef} = \sqrt{5^2 + (7/\sqrt{2})^2}$

Apartado 2: Valor medio de la corriente: $\bar{i} = 0$

Valor eficaz de la corriente: $I_{ef} = \sqrt{(2/\sqrt{2})^2 + (3/\sqrt{2})^2 + (0,5/\sqrt{2})^2}$

Apartado 3: Distorsión armónica de la corriente: $DAT = \frac{\sqrt{(3/\sqrt{2})^2 + (0,5/\sqrt{2})^2}}{2/\sqrt{2}}$

Apartado 4: Potencia entregada por la fuente: $P = \frac{7}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \cos(\pi - 0,75\pi)$

Problema 4

La potencia que consume la carga se tiene:

$$P_{CARGA} = (V_{AB_1})_{EF} \cdot (I_1)_{EF} \cdot \cos \varphi_1$$

Donde:

$(V_{AB_1})_{EF}$ es el valor eficaz del primer armónico de la tensión v_{AB} .

$(I_1)_{EF}$ es el valor eficaz del primer armónico de la corriente por la carga, i .

$\cos \varphi_1$ es factor de desplazamiento o ángulo de retraso del primer armónico de la corriente por la carga, i respecto del primer armónico de la tensión v_{AB} .

A partir de la “Tabla de Series de Fourier” se puede deducir que el valor eficaz del primer armónico de la tensión v_{AB} viene dado por:

$$(V_{AB-1})_{EF} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{V_G}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{100}{\sqrt{2}} = 90V$$

Por tanto:

Carga Tipo 1

$$P_G = P_{CARGA} = 90V \cdot \frac{110A}{\sqrt{2}} \cdot \cos 0 = 7kW$$

. La carga consume potencia.

Carga Tipo 2

$$P_G = P_{CARGA} = 90V \cdot \frac{110A}{\sqrt{2}} \cdot \cos\left(\frac{4 \cdot \pi}{6}\right) = -3,5kW$$

. La carga cede potencia.

Problema 5

Apartado 1: Se va a resolver el ejercicio aplicando descomposición en series de Fourier y calculando la corriente para el circuito de continua y para el primer armónico, cuya frecuencia es de 100 Hz a la vista de la tensión de entrada.

La descomposición en armónicos de la tensión de entrada, obtenida directamente a partir de la tabla

de Fourier es:
$$\frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \cdot \left(\frac{\cos(2x)}{1 \cdot 3} + \dots \right)$$

Cálculo de la tensión U_M y la corriente I_M aplicados a la carga en continua:

$$U_M = \frac{2}{\pi} \cdot U_p = 197,989 V$$

, siendo U_p el valor de pico de la tensión rectificadora, es decir, 311 V

$$I_M = \frac{U_M}{R} = 197,989 A$$

Cálculo del primer armónico (100 Hz):

$$U_1 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{1 \cdot 3} \cdot U_p = 131,992 V$$

Primer armónico de la tensión de entrada:

Módulo de la impedancia particularizado para el primer armónico, es decir, 100 Hz:

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + \omega^2 \cdot L^2} = \sqrt{1^2 + (2 \cdot \pi \cdot 100)^2 \cdot (0,5 \cdot 10^{-3})^2} = 1,048 \Omega$$

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_1} = 125,925 A$$

Amplitud del primer armónico de corriente:

Cálculo de la corriente eficaz mediante la fórmula de Parseval:

$$I_{ef} = \sqrt{I_M^2 + I_{1ef}^2 + I_{2ef}^2 + \dots}$$

Puesto que se pueden descartar todos los armónicos de orden superior al primero:

$$I_M = 197,989 \text{ A}$$

$$I_{1ef} = \frac{I_1}{\sqrt{2}} = \frac{125,925}{\sqrt{2}} = 89,042 \text{ A}$$

$$I_{ef} = \sqrt{I_M^2 + I_{1ef}^2} = \sqrt{197,989^2 + 89,042^2} = 217,09 \text{ A}$$

Apartado 2: La potencia activa consumida por la bobina es igual a cero.

El cálculo de la potencia activa consumida por la resistencia se puede realizar de dos formas diferentes:

Primer método: calculando directamente la potencia consumida por la resistencia $P = R \cdot I_{ef}^2$, puesto que el valor eficaz es conocido del apartado anterior.

$$P = R \cdot I_{ef}^2 = 1 \cdot 217,09^2 = 47,128 \text{ kW}$$

Segundo método: calculando la potencia activa entregada por el generador. Puesto que la bobina no consume potencia activa, la potencia calculada es consumida íntegramente por la resistencia.

Potencia activa suministrada por la fuente: $P = U_M \cdot I_M + U_{1ef} \cdot I_{1ef} \cdot \cos \varphi_1$

Los valores medios de tensión U_M y corriente I_M se calcularon en el apartado anterior, así como la amplitud del primer armónico de tensión I_1 .

$$U_M = 197,989 \text{ V}$$

$$I_M = 197,989 \text{ A}$$

$$I_{1ef} = 89,042 \text{ A}$$

Cálculo del valor eficaz del primer armónico de tensión U_{1ef} : será igual al valor eficaz de la senoide.

$$U_{1ef} = \frac{U_p}{\sqrt{2}} = \frac{131,992}{\sqrt{2}} = 93,332 \text{ A}$$

El desfase entre los primeros armónicos de tensión y corriente es igual a la fase de la impedancia a esa frecuencia:

$$\varphi = a \tan\left(\frac{\omega \cdot L}{R}\right) = 0,304 \text{ rad} = 17,441^\circ$$

Por tanto:

$$P = 197,989 \cdot 197,989 + 93,332 \cdot 89,042 \cdot \cos(0,304) = 47,128 \text{ kW}$$