



**CÁLCULO DIFERENCIAL APLICADO**  
**TEMA 4: Problemas con valores en la frontera.**  
**PROBLEMAS**

**Autores:**

**Manuel Carretero, Luis L. Bonilla, Filippo Terragni, Sergei Iakunin y Rocio Vega**

---

**Cuestión 1**

Hallar la solución del siguiente problema con valores en la frontera:

$$y'' + 5y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y(\pi) = 0.$$

---

**Cuestión 2**

Resolver el problema con valores en la frontera:

$$y'' + y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y(\pi) = \alpha,$$

donde  $\alpha$  es un número real dado.

---

**Cuestión 3**

Hallar la solución del siguiente problema con valores en la frontera:

$$y'' + 5y = 0; \quad y(0) = 0; \quad y(\pi) = 0.$$

---

**Cuestión 4**

Resolver el problema con valores en la frontera:

$$y'' + y = 0; \quad y(0) = 0; \quad y(\pi) = 0.$$

---

**Cuestión 5** Dado el siguiente problema con valores en la frontera:

$$X'' + \lambda X = 0; \quad X'(0) = 0, \quad X'(\pi/3) = 0,$$

hallar los valores del parámetro  $\lambda \geq 0$  que da lugar a soluciones no nulas.

---

**Cuestión 6** Resolver el siguiente problema con valores en la frontera:

$$X'' + \lambda X = 0; \quad X'(0) = 0, \quad X(1) = 0,$$

y hallar los valores del parámetro  $\lambda > 0$  que da lugar a soluciones no nulas.

---

**Cuestión 7** Resolver el siguiente problema:

$$X'' + \lambda X = 0; \quad X(0) = 0, \quad X'(1) = 0,$$

y hallar los valores del parámetro  $\lambda > 0$  que da lugar a soluciones no nulas.

---

**Cuestión 8** Resolver el problema:

$$X'' + \lambda X = 0; \quad X(0) = 0, \quad X(1) = 0,$$

y hallar los valores  $\lambda > 0$  que dan soluciones no nulas.

---

**Cuestión 9** Hallar los autovalores y autofunciones del siguiente problema y expandir la función  $f(x) = e^x$  en términos de las autofunciones:

$$\begin{aligned} u'' + \lambda u &= 0, \quad x \in (0, 1), \\ u(0) &= 0, \quad u'(1) = 0. \end{aligned}$$

---