



## CÁLCULO DIFERENCIAL APLICADO

### TEMA 7: Series de Fourier y separación de variables: Ecuación de Laplace. PROBLEMAS

**Autores:**

**Manuel Carretero, Luis L. Bonilla, Filippo Terragni, Sergei Iakunin y Rocio Vega**

---

#### Cuestión 1

Hallar la solución del siguiente problema con valores en la frontera:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= 0, \quad x \in (0, 1), \quad y \in (0, 1) \\ u(0, y) &= 0, \quad u(1, y) = 0, \quad y \in [0, 1], \\ \frac{\partial u}{\partial y}(x, 0) &= 1, \quad u(x, 1) = 0, \quad x \in [0, 1]. \end{aligned}$$

---

**Cuestión 2** Hallar la solución del siguiente problema con valores en la frontera:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= 0, \quad x \in (0, 1), \quad y \in (0, 1) \\ u(0, y) &= 0, \quad u(1, y) = \sin \frac{\pi y}{2}, \quad y \in [0, 1], \\ \frac{\partial u}{\partial y}(x, 0) &= 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y}(x, 1) = 0, \quad x \in [0, 1]. \end{aligned}$$

---

**Cuestión 3** Hallar la solución del siguiente problema con valores en la frontera:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= 0, \quad x \in (0, 1), \quad y \in (0, 1) \\ u(0, y) &= 0, \quad u(1, y) = 0, \quad y \in [0, 1], \\ \frac{\partial u}{\partial y}(x, 0) &= e^{2x}, \quad u(x, 1) = 0, \quad x \in [0, 1]. \end{aligned}$$

---