

SOLUCIONES DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

Filippo Terragni & Manuel Carretero Cerrajero

COMPORTAMIENTO LOCAL Y GLOBAL DE UNA FUNCIÓN REAL

Problema 6.1.

- $x = 2$ es un punto de mínimo local, $x = -1$ es un punto de máximo local.
- No hay extremos locales.
- $x = 0$ es un punto de mínimo local, $x = 1$ es un punto de máximo local.

Problema 6.2.

- La función $f(x)$ es (estrictamente) creciente en $(0, 3) \cup (4, +\infty)$ y decreciente en $(-\infty, 0) \cup (3, 4)$.
- $x = 0, 4$ son puntos de mínimo local y $x = 3$ es un punto de máximo local.
- La solución es única pues $f(x)$ es estrictamente creciente en el intervalo $(0, 1)$ y además $f(0) < 0, f(1) > 0$.

Problema 6.3. El punto $x = 0$ es de inflexión y $f(x)$ es concava hacia abajo/arriba a la izquierda/derecha de ese punto.

Problema 6.4.

- $f(x)$ es concava hacia arriba en $(-2/5, 0) \cup (0, +\infty)$ y concava hacia abajo en $(-\infty, -2/5)$; así pues, $x = -2/5$ es un punto de inflexión.
- $f(x)$ es concava hacia arriba en $(2, +\infty)$.
- $f(x)$ es concava hacia arriba en \mathbb{R} .
- $f(x)$ es concava hacia abajo en $(-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$.

Problema 6.5. El punto $x = 0$ es de mínimo local y $f(x)$ es concava hacia arriba en un entorno de ese punto.

Problema 6.6.

- La función $f(x)$ es decreciente en $(-\infty, -1/2)$.
- Los valores $\alpha = 0$ y $\beta = 1$ hacen que $f(x)$ sea derivable en $x = 0$, pues en \mathbb{R} .
- El mínimo global es $-5/4$ y se alcanza en $x = -1/2$. Por otra parte, no existe máximo global.

Problema 6.7.

- Los puntos críticos son $x = 1$ (de mínimo local) y $x = 0$ (de inflexión).
- $f(x)$ es creciente en $(1, +\infty)$ y decreciente en $(-\infty, 0) \cup (0, 1)$.
- Los puntos de inflexión son $x = 0, 2/3$.
- $f(x)$ es concava hacia abajo en $(0, 2/3)$ y hacia arriba en $(-\infty, 0) \cup (2/3, +\infty)$.

Problema 6.8.

- El mínimo global es $\frac{3\pi - 4}{4\sqrt{2}}$ y se alcanza en los puntos $x = \pm \frac{3}{4}\pi$. El máximo global es $\frac{\pi + 4}{4\sqrt{2}}$ y se alcanza en los puntos $x = \pm \frac{\pi}{4}$.
- El mínimo global es 0 y se alcanza en el punto $x = 0$, mientras que el máximo global es 7 y se alcanza en el punto $x = 1$.