

# CÁLCULO – AUTOEVALUACIÓN 10

Filippo Terragni & Manuel Carretero Cerrajero

**Problema 1.** Considera la sucesión  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  de números reales definida por

$$a_1 = 1; \quad a_{n+1} = 3 - \frac{1}{a_n} \quad \text{con } n = 1, 2, \dots$$

- (a) Demuestra que la sucesión es creciente y acotada superiormente por 3.
  - (b) Calcula  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .
-

**Problema 2.** Estudia la convergencia de la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \ln(n^2)}{(n+1)!}$ .

---

**Problema 3.** Sea  $f(x) = \sin(x)$ .

- (a) Usando un polinomio de Taylor de grado 2 en  $a = \pi/2$ , aproxima  $\sin(\pi/2 + 0,1)$  y estima el error cometido.
  - (b) Aplica el cambio de variable  $s = x - \pi/2$  en el polinomio de Taylor usado en (a) pero de grado genérico  $n \in \mathbb{N}$ . ¿Reconoces el polinomio de Taylor obtenido?
-

**Problema 4.** Calcula el número *exacto* de soluciones reales de la ecuación

$$\arctan(x) - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + \alpha = 0$$

en función del valor del parámetro  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

---