

CÁLCULO – AUTOEVALUACIÓN 2

Filippo Terragni & Manuel Carretero Cerrajero

Problema 1. Considera la sucesión monótona creciente $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ definida por la siguiente fórmula de recurrencia

$$\begin{aligned} a_1 &= 0, \\ a_{n+1} &= \sqrt{4a_n + 5}, \quad n \geq 1. \end{aligned}$$

Demuestra que la sucesión es acotada y calcula $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

Problema 2. Encuentra *todos* los valores del parámetro $x \in \mathbb{R}$ tales que la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^{2k} x^{3k}}{(2k+1) 5^k}$$

es convergente.

Problema 3. Considera la función

$$F(x) = \int_0^{5x} e^{-7t^4} dt, \quad \text{con } x \in \mathbb{R}.$$

- Demuestra que $F(x)$ es una función *impar*.
 - Demuestra la existencia del límite $\ell = \lim_{x \rightarrow \infty} F(x)$.
 - Demuestra que la función $F : \mathbb{R} \rightarrow (-\ell, \ell)$ es monótona *creciente*.
 - Calcula $(F^{-1})'(0)$.
 - Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x - F(x)}{x^5}$.
-

Problema 4. Calcula

$$\int \frac{dx}{(x+1)^{4/3} - (x+1)^{2/3}}.$$
