

CÁLCULO – AUTOEVALUACIÓN 3

Filippo Terragni & Manuel Carretero Cerrajero

Problema 1. Encuentra *todos* los valores del parámetro $x \in \mathbb{R}$ tales que la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\text{sen}^k(x/3)}{k^{1/5} + k^{1/6}}$$

converge.

Problema 2. Considera la función $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2} & \text{si } -1 \leq x < 0, \\ x & \text{si } 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

- Demuestra que $f(x)$ es acotada y calcula su imagen.
 - Estudia la derivabilidad de $f(x)$ en el intervalo $(-1, 1)$.
-

Problema 3.

- Aproxima el valor $\sqrt[3]{6/5}$ usando un polinomio de grado 2.
 - Encuentra una cota superior para el error involucrado en la aproximación anterior.
-

Problema 4. Calcula

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^7} \int_0^x \operatorname{sen}(3t^2) dt \right).$$

Problema 5. Calcula la integral definida

$$\int_0^{\ln \sqrt{2}} \sqrt{e^{2t} - 1} dt.$$

Problema 6. Estudia la convergencia de las integrales impropias

$$I_n(\lambda) = \int_0^{+\infty} x^n e^{-\lambda x} dx, \quad \lambda > 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$
