

## CÁLCULO – AUTOEVALUACIÓN 5

Filippo Terragni & Manuel Carretero Cerrajero

**Problema 1.** Considera la sucesión monótona  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  definida por

$$a_1 = 0; \quad a_n = \sqrt{a_{n-1} + 20}, \quad \text{con } n \geq 2.$$

Demuestra que la sucesión es acotada y calcula  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

---

**Problema 2.** Calcula

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} + 2x + x \arctan(x) - e^{3x} [1 - \ln(1+x)]}{x [\ln(1+5x) + \arctan(2x)]}.$$

---

**Problema 3.** Considera la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \int_0^x e^{1-\sqrt{1+t^2}} dt.$$

- Demuestra que  $f(x)$  es *impar*.
- Demuestra que  $f(x)$  es *creciente*.
- Calcula el polinomio de Taylor de grado 3, centrado en  $x_0 = 0$ , para  $f(x)$ .
- Estudia la convergencia de la *integral impropia*

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \int_0^{\infty} e^{1-\sqrt{1+t^2}} dt.$$

---

**Problema 4.** Calcula

$$\int \frac{\text{sen}(x^{1/3})}{x^{1/3}} dx$$

en términos de funciones elementales.

---