

# Mercados mayoristas de energía eléctrica.

Julio Usaola  
Departamento de Ingeniería Eléctrica  
Universidad Carlos III de Madrid  
e-mail: jusaola@ing.uc3m.es

Versión: 28 de noviembre de 2022

## Índice

<b>Objetivos del tema</b>	<b>2</b>
<b>1. Introducción.</b>	<b>2</b>
<b>2. Mercados mayoristas de energía eléctrica.</b>	<b>4</b>
2.1. Descripción general. Definiciones. . . . .	4
2.2. Organización de los mercados mayoristas al contado. . . . .	5
2.3. Subastas de energía. . . . .	6
2.3.1. Formulación del problema de optimización con funciones de oferta continuas. . . . .	6
2.3.2. Formulación del problema de optimización con funciones de oferta escalonadas. . . . .	8
2.4. Funcionamiento de los mercados continuos. . . . .	9
<b>3. Mecanismos de gestión de congestiones.</b>	<b>9</b>
3.1. Restricciones intrazonales. . . . .	10
3.1.1. Precios nodales. . . . .	10
3.1.2. Redespacho. . . . .	14
3.1.3. Comparación entre ambos métodos . . . . .	14
3.2. Restricciones interzonales. . . . .	15
3.2.1. Precios zonales en un sistema con dos zonas. . . . .	15
3.2.2. Sistemas eléctricos de más de dos zonas. . . . .	16
3.3. Coordinación entre resolución de restricciones interzonales e intrazonales. . . . .	17
<b>4. Mercados a plazo. Derivados financieros y cobertura de riesgo.</b>	<b>18</b>
<b>5. Servicios auxiliares. Mercados de reservas.</b>	<b>21</b>
5.1. Tipos de reserva. . . . .	22
5.2. Provisión de la reserva. . . . .	23
5.3. Uso de la reserva. . . . .	23
<b>A. Definiciones de microeconomía.</b>	<b>26</b>
<b>B. Flujo de potencia en corriente continua y coeficientes de sensibilidad.</b>	<b>28</b>
B.1. Flujo de potencias en corriente alterna. . . . .	28
B.2. Flujo de potencia en continua. . . . .	30



## Objetivos del tema

Este capítulo incluye el tema central de la asignatura: la descripción de los mercados mayoristas de electricidad. Una regulación eficiente conducirá a que el mercado sea verdaderamente competitivo y que la energía eléctrica pueda tener un precio adecuado con los niveles de seguridad y fiabilidad requeridos. Los mercados mayoristas en realidad engloban distintos mercados, pues la gestión del sistema eléctrico es compleja, y requiere de mecanismos sofisticados para igualar la generación a la demanda en una red muy extensa y con muchos consumidores e instalaciones destinadas a cubrir la demanda de estos. En el capítulo se explica de forma simplificada los principios de estos mercados y el fundamento técnico en que están basados. Aunque las líneas generales de los mercados mayoristas de electricidad sean las mismas en todos, en la práctica estos mercados difieren entre sí en detalles que pueden tener mucha incidencia sobre la eficiencia del sistema. Por esta razón, se tiene a describir estos mercados de una forma lo más genérica posible, procurando no llegar a un nivel excesivo de abstracción. Para comprender estos mercados es necesario introducir unos conceptos de microeconomía que facilitan la comprensión del tema.

Los objetivos de este capítulo son los siguientes:

- Enumerar y definir los distintos mercados dentro del mercado mayorista de electricidad.
- Describir los mecanismos de formación de precio y de negociación de la energía en los mercados mayoristas.
- Explicar los mecanismos de adaptación de la solución económica de los mercados de electricidad a las restricciones técnicas que impone la red eléctrica existente.
- Introducir los mecanismos de cobertura de riesgos que existen en los mercados eléctricos.
- Describir los fundamentos de los mercados de reserva en los distintos horizontes temporales en que esta es requerida.

## 1. Introducción.

En los mercados mayoristas de electricidad se negocia la energía eléctrica en grandes cantidades entre productores y grandes consumidores o empresas comercializadoras. Estas últimas venden la energía a pequeños y medianos consumidores en los mercados minoristas.

La negociación de energía que se hace en estos mercados se tiene que ajustar a las restricciones propias del sistema eléctrico: la igualdad de generación y demanda instantánea y la capacidad de transmisión de energía de la red eléctrica de los centros de producción a los de consumo. Además, el suministro se tiene que realizar en las condiciones de seguridad y calidad especificadas.

Estas condiciones determinan que la mayor parte de las veces no se pueda llegar a la solución obtenida según criterios puramente económicos (cruce de las curvas de oferta y demanda agregadas, o maximización del beneficio social neto), por lo que esta solución debe ser modificada para llegar a un punto factible de operación. Puesto que como los mercados mayoristas se celebran con una cierta antelación (que puede ir de horas a meses) con respecto al momento de entrega o de consumo de la energía, estos mercados se basan en previsiones (disponibilidad de las centrales, nivel de demanda, recursos naturales como velocidad del viento o radiación solar, etc.) y hay que ajustar el resultado de estas previsiones a la situación real.

Puesto que la generación de energía tiene que ser igual al consumo en todo momento, los mercados de electricidad se organizan de una forma secuencial a medida que se acerca el momento de entrega. Esta secuencia se organiza del modo que se describe a continuación. La resolución de cada uno de los procesos se realiza mediante mecanismos competitivos.

1. Mercados a plazo y contratos bilaterales. La compraventa de energía entre agentes (contratos bilaterales) o en mercados financieros puede tener lugar con mucha antelación al momento de entrega, sin que tenga que haber una estimación precisa del consumo instantáneo.
2. Mercado diario. En casi todos los mercados existe un mercado que tiene lugar un día antes al momento de entrega, en el que se decide, teniendo en cuenta los contratos bilaterales entre agentes,

cuál es el programa de producción de las plantas productoras gestionables. Para ello se parte de previsiones del consumo y de la producción de las plantas no gestionables (principalmente plantas eólicas y solares). Esto se resuelve mediante mecanismos de mercado a partir de ofertas de compra y venta de energía que da el resultado económicamente óptimo.

3. Resolución de restricciones técnicas. La solución del mercado diario debe ser compatible con la capacidad del sistema eléctrico para entregar la energía desde las plantas de producción a los puntos de consumo. Normalmente, esta solución da lugar a correcciones en el programa que producen un sobrecoste de la energía.
4. Servicios auxiliares de reserva. Se deben establecer las reservas necesarias para hacer frente a las posibles contingencias que puedan producirse a lo largo del día y para el seguimiento de la demanda (ajuste instantáneo de la generación y el consumo).
5. Mercados de ajuste. Se celebran con posterioridad al mercado diario para adaptar la generación a la demanda en función de la evolución del sistema a lo largo del día, y con el fin de utilizar lo menos posible la reserva a fin de que esta esté disponible ante una contingencia imprevista.

Esta descripción corresponde a la arquitectura habitual de los mercados eléctricos, pero la forma de implantarlo difiere de unos mercados a otros. Por ejemplo, en algunos mercados la energía se negocia sobre todo en mercados organizados, en tanto que en otros predominan los contratos bilaterales entre productores y consumidores. O bien, se pueden resolver simultáneamente la cobertura de la demanda y las restricciones de red a partir de las ofertas de compra y venta de energía.

En resumen, las actividades de los sistemas eléctricos en las que hay competencia se realizan en distintos mercados de energía que tienen lugar de una forma secuencial. Estos mercados son los siguientes:

**Mercado mayorista de energía:** En este mercado se negocian grandes cantidades de energía. Las compañías generadoras venden (y eventualmente compran) energía, en tanto que consumidores cualificados (aquellos que consumen una gran cantidad de energía) y comercializadores compran dicha energía. Hay distintos diseños posibles de estos mercados, que se describirán más adelante.

**Mercado minorista:** En estos mercados, los consumidores no cualificados de energía (como, por ejemplo, los domésticos) compran energía a los comercializadores, que venden la que han comprado en los mercados mayoristas. Dado el carácter básico que tiene la energía eléctrica, existe en ocasiones un mecanismo que garantiza que todos los usuarios puedan acceder a ella, mediante una tarifa regulada.

**Mercados de servicios auxiliares:** Estos servicios son necesarios para el funcionamiento del sistema, aunque la energía negociada en ellos sea relativamente pequeña. El mercado más importante es el mercado de reserva.

**Mercados a plazo:** A los mercados anteriores hay que añadir este tipo de mercados, en los que se negocia energía eléctrica a largo plazo (típicamente hasta dos años antes de la entrega). Estos mercados se utilizan como mecanismo para reducir el riesgo que se puede producir en los mercados de energía eléctrica. Pueden o no implicar la entrega física de la energía negociada. Los utilizan también los especuladores para realizar arbitraje, esto es, aprovechar la diferencia de precios temporal y espacial entre mercados para obtener beneficios. Algunos de estos mecanismos se describen en el apartado 4.

En los apartados siguientes se van a describir los mecanismos que se emplean en estos mercados para abastecer la demanda de forma segura al menor coste posible. Para ello se describirán los mercados organizados de energía, los mecanismos más comunes de resolución de restricciones y la gestión de la reserva.

## 2. Mercados mayoristas de energía eléctrica.

### 2.1. Descripción general. Definiciones.

Los mercados mayoristas de electricidad engloban distintos tipos de mercados, de transacciones y de procesos. A continuación se presentan unas definiciones de tipos y procesos de mercado comunes a la práctica totalidad de los que están implantados actualmente.

**Mercados al contado.** En los mercados mayoristas de energía hay dos las formas básicas de contratación: o bien mediante **contratos bilaterales**, o a través de un **mercado organizado** que podría considerarse como una bolsa de compraventa de energía. En la mayor parte de los mercados conviven ambas formas de contratación, aunque el porcentaje de energía que se negocia en cada forma difiere considerablemente entre mercados. En algunos casos, en el mercado organizado se negocia solo la energía necesaria para igualar la oferta a la demanda tras haberse acordado la mayor parte de la energía mediante contratos bilaterales. En otros, se negocia en el mercado organizado la mayor parte o toda la energía consumida.

Un **mercado organizado** se realiza a través de un organismo que recoge ofertas de compra y venta de energía, fija el precio al que se realiza el intercambio de energía y determina las transacciones que van a tener lugar mediante un mecanismo de subasta. Los precios que se obtienen en estos mercados son una referencia para las transacciones bilaterales que tengan lugar en paralelo con ellos, puesto que siempre existe la posibilidad de participar en este mercado y por tanto de adquirir o vender la energía a este precio.

Estos mercados se denominan **mercados al contado** (*spot markets*). En el caso de los mercados centralizados se celebran el día previo al de la entrega de la energía, o pocas horas antes de esta. Los acuerdos bilaterales pueden negociarse con una anticipación de meses o años.

La organización de los mercados eléctricos y la participación en ellos puede tomar formas diversas, que se pueden clasificar en dos modelos básicos: el *pool* y el *Power Exchange* (PX). En el modelo de *pool*, la participación de los generadores puede ser obligatoria o estar fuertemente incentivada. Los participantes son las unidades de producción (por ejemplo, las centrales térmicas) y se pueden incluir condiciones complejas que tengan en cuenta las restricciones térmicas de las centrales participantes. Normalmente se negocia en ellos la mayor parte o toda la energía consumida.

En el modelo PX, los participantes pueden ser agrupaciones de centrales de producción que pertenezcan a una o varias empresas. No se suelen admitir condiciones complejas, sino que cada participante tendrá que tener en cuenta las características técnicas de sus centrales a la hora de elaborar la oferta. En estos mercados el porcentaje de la energía consumida que se negocia en ellos es menor.

En la mayor parte de los mercados se suele celebrar todos los días una subasta como la que se describirá en el apartado 2.3 para determinar la energía intercambiada y el precio en todas las horas (o medias horas en algunos casos) del día. Es el denominado *mercado diario*. En cambio, es frecuente que los mercados de ajuste sean mercados continuos, en los que la negociación se puede establecer desde el cierre de los mercados diarios hasta una hora o menos antes del tiempo real. En algunos países (Italia, OMIE <sup>1</sup>) se celebran también mercados intradiarios de subastas de ajuste además de los mercados continuos.

**Mercados a plazo.** En los sistemas eléctricos la energía producida debe ser igual a la energía consumida en todo momento. Además, la energía demandada es muy variable a lo largo del día, de la semana o del año. A esto debe añadirse la variabilidad del precio del combustible de las centrales térmicas o del recurso de las centrales de energías renovables. Estas razones motivan que los precios de la energía eléctrica sean volátiles y difíciles de predecir a largo plazo.

Para poder soslayar la volatilidad de los mercados organizados al contado existen mercados a plazo en los que se adquiere la energía a un precio dado con una anticipación mayor que la del mercado diario, de forma que se garantiza el precio de la transacción. Esto se puede garantizar mediante contratos bilaterales con entrega física (entre los que se encuentran también los mercados al contado descritos en el párrafo anterior), o mediante contratos bilaterales financieros. En los primeros, se produce la transacción

---

<sup>1</sup>Operador del Mercado Ibérico Polo Español. Este organismo realiza la subasta del mercado mayorista en España y Portugal peninsulares.

(producción y consumo de energía) en el momento fijado y por el precio acordado. En los segundos solo se hace una anotación en cuenta por el resultado de la transacción sin que haya un intercambio real de energía. En estos mercados, el intercambio se puede realizar de forma bilateral entre comprador y vendedor, o a través de un mercado organizado. En el primer caso se puede hacer a través de mediadores (*brokers*) que ponen en contacto dos agentes complementarios.

La utilidad de estos mercados está en que en ellos se puede cubrir el riesgo de pérdidas por diferencia de precios entre el mercado a plazo y los mercados al contado. El que estos mercados sean eficaces depende de su liquidez, es decir, de la facilidad con que un agente puede encontrar una contraparte.

**Gestión de congestiones de red.** Para que se produzca la entrega física de la energía, es necesario que esta pueda transmitirse por la red, y en muchas ocasiones no todas las transacciones acordadas pueden tener lugar. Todos los sistemas deben tener un mecanismo de adaptación de los resultados del mercado a la capacidad de transmisión de la red. Esta adaptación se hace también mediante mecanismos de mercado, de forma que se escoja la solución de más bajo coste para la resolución del problema.

Hay que resaltar que el hecho de que en un sistema eléctrico no se puedan realizar todas las transacciones deseadas porque la red no lo permita no es necesariamente una situación ineficiente. Una mayor capacidad de transmisión implica una red más costosa, que es pagada también por el usuario a través de las tarifas de acceso.

## 2.2. Organización de los mercados mayoristas al contado.

El diseño de los mercados al contado puede variar mucho entre unos y otros. A continuación se describen distintas formas de organizarlos.

**Mercados con operador único y mercados con un doble operador.** Los mercados con operador único son aquellos en el que una única entidad es responsable de la gestión del mercado y de la gestión de la red. Se realiza la optimización conjunta del sistema mediante una optimización que tiene en cuenta las restricciones de red. Estos mercados son más frecuentes en Estados Unidos, en los que la entidad coordinadora se denomina ISO (*Independent System Operator*) o RTO (*Regional Transmission Operator*).

Los mercados con doble operador tienen entidades distintas para la coordinación económica y la gestión técnica de la red. El **operador del mercado** es una entidad que gestiona las ofertas de compraventa de energía y a partir de ellas obtiene el precio de la energía y la energía intercambiada, tanto la que debe entregar cada suministrador, como la que adquiere cada consumidor. El proceso de optimización de las ofertas queda a criterio de los ofertantes.

En la mayor parte de los mercados se suele celebrar todos los días una subasta como la descrita en el apartado 2.3 para determinar la energía intercambiada y el precio en todas las horas (o medias horas en algunos casos) del día. Es el denominado *mercado diario*. En cambio, es frecuente que los mercados de ajuste sean mercados continuos, en los que la negociación se puede establecer desde el cierre de los mercados diarios hasta una hora o menos antes del tiempo real. En algunos países (Italia, OMIE) se celebran también mercados intradiarios de subastas de ajuste además de los mercados continuos.

El **operador del sistema o gestor de la red de transporte** es una entidad que se encarga de la gestión técnica de la red. Su misión principal es garantizar la continuidad y seguridad del suministro eléctrico y la correcta coordinación del sistema de producción y transporte. Por esta razón se encarga de verificar que el programa de generación que ha elaborado el operador del mercado es técnicamente viable, y realiza las correcciones oportunas a este fin, además de supervisar la operación en tiempo real con el fin de que esta sea segura en todo momento. En este modelo, la información relativa a los contratos bilaterales debe comunicarse al Gestor de la red de transporte para que este pueda gestionar las posibles restricciones.

Ambos sistemas tienen ventajas e inconvenientes. Por ejemplo, el sistema de doble operador es menos eficiente en el sentido de que las medidas destinadas a la corrección del programa del operador del mercado a fin de que se ajuste a las restricciones del sistema pueden no ser las óptimas. Por otra parte, la existencia de contratos bilaterales puede reducir la liquidez de la bolsa de energía. Además, este modelo exige una buena coordinación entre ambos operadores, es decir, es algo más complejo.

Sin embargo, en este modelo la optimización descentralizada por parte de cada agente, permite más iniciativa y fomenta la innovación de estos. Además, el tamaño de las bolsas de energía únicamente económicas puede ser mayor sin demasiada complejidad, lo que reduce, en principio, el poder de mercado de los agentes. Estos mercados tienen un precio (o unos pocos) de referencia, lo que facilita la creación de mercados financieros, que permiten limitar riesgos a los usuarios. Este precio, además, da una señal clara a la inversión en generación.

**Mercados continuos frente a mercados de subastas.**  En lo que respecta a la organización temporal de los mercados eléctricos, también existen dos modelos básicos. De una parte, un mercado continuo, en el que se presentan ofertas hasta muy poco tiempo antes del tiempo real. Es lo que sucede, por ejemplo, en el Reino Unido. Los mercados de subastas son mercados que se celebran solo en determinados momentos (una vez, o algunas veces al día), y para los que los agentes presentan sus ofertas antes de la hora de cierre y se resuelven a partir de las curvas de oferta y demanda agregadas, como una subasta. Este tipo de mercados son muy frecuentes en Europa: Nordpool en los países escandinavos, APX en los Países Bajos y Reino Unido, EPEX en Centroeuropa u OMIE en la Península Ibérica operan de esta manera. En los mercados continuos todas las transacciones son bilaterales, aunque en muchos casos anónimas (véase el apartado 2.4).

También ambos modelos tienen ventajas e inconvenientes. Los mercados continuos permiten un mayor conocimiento de la situación antes de presentar una oferta, pero tienen menos liquidez, y no permiten ofertas complejas. Los mercados de subastas son más coherentes con el ciclo diario de demanda, y permiten negociar de una manera eficiente buena parte de la energía consumida en el sistema.

**Mercados diarios y mercados de ajustes.**  En los mercados de subastas suelen coexistir un mercado diario, que se celebra un día antes del día de aplicación de sus resultados, y mercados de ajustes, en el que se corrigen las posibles desviaciones inesperadas con respecto al programa previsto el día anterior.

Los mercados de ajuste pueden ser también continuos o de subastas. En este último caso se celebran varias veces al día. Sus ventajas e inconvenientes son, igualmente, complementarios: un mercado continuo permite mayor flexibilidad en las correcciones, en tanto que un sistema de mercados de subastas tiende a tener mayor liquidez, y por tanto los agentes pueden encontrar más fácilmente su contraparte.

**Sistemas de precio marginal frente a pago según oferta.**  Es frecuente que el precio de la energía tenga un valor único (para todo el sistema, o por zonas o nudos) que reciben todos los generadores y que pagan todos los compradores. Este precio viene determinado por la oferta de venta más cara aceptada. Este sistema se emplea en casi todos los mercados diarios de energía.

Sin embargo, en otros mercados, y en particular en los mercados continuos, el precio que recibe cada generador y el que paga cada consumidor es el acordado entre ellos, transacción cuya contraparte desconocen el resto de agentes.

## 2.3. Subastas de energía.

En las subastas de energía, existentes en casi todos los mercados eléctricos para determinar el precio de la energía en un momento dado, se resuelve un problema de optimización en la que se maximiza el beneficio social neto (v. Apéndice A) con unas determinadas restricciones. En la Figura 9 de este apéndice se muestran los **excedentes netos del productor y del consumidor**. La suma de ambos se denomina **beneficio social neto**. Este beneficio es máximo para el precio y cantidad determinados por la intersección de ambas curvas. Por tanto, este punto se puede obtener como solución de un problema de optimización en el que se plantea la maximización del beneficio social neto, para lo que habrá que hallar la expresión matemática de éste.

### 2.3.1. Formulación del problema de optimización con funciones de oferta continuas.

Sean las siguientes funciones de oferta agregada (costes marginales) y de demanda (utilidad marginal), respectivamente, en un sistema.

$$\pi_g = \pi_g(P_g) \quad ; \quad \pi_d = \pi_d(P_d)$$

Las integrales de estas curvas serán los costes (variables) y la utilidad de la demanda

$$\Pi_g = g(P_g) \quad ; \quad \Pi_d = f(P_d)$$

donde  $\Pi_g$  y  $\Pi_d$  representan los costes de generación y la utilidad de la demanda respectivamente, esto es, las integrales de  $\pi_g$  y  $\pi_d$ . La obtención del punto de máximo beneficio social neto ( $BSN$ ) será la solución del problema de optimización siguiente, que se ilustra en la Figura 1

$$\text{máx} \quad BSN = f(P_d) - g(P_g)$$

Este problema de optimización es el equivalente al siguiente:

$$\text{mín} \quad -BSN = g(P_g) - f(P_d)$$

pues la maximización de una función es equivalente a la minimización de su opuesta.

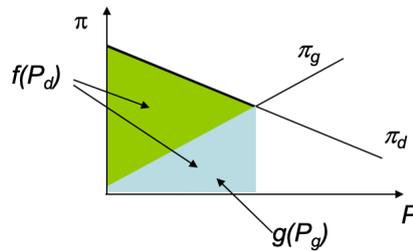


Figura 1: Utilidad de la demanda y coste de la generación.

Cuando la demanda es fija, o infinitamente rígida, el beneficio social neto es infinito, pues la demanda estaría dispuesta a pagar cualquier precio por obtener el producto.

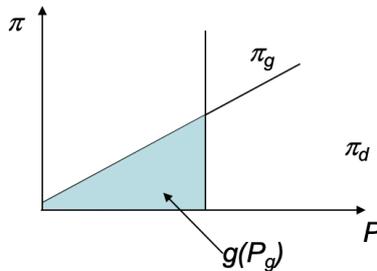


Figura 2: Formación del precio en mercados de competencia perfecta. Demanda fija.

El planteamiento del problema de optimización en este caso, que se ilustra en la Figura 2, es el de minimización de la función de oferta agregada de generación, es decir, del área sombreada en la Figura 2. Por tanto, el problema se plantearía del siguiente modo:

$$\begin{aligned} \text{mín} \quad & g(P_g) \\ \text{s.a.} \quad & P_g = P_o \end{aligned}$$

La solución de este problema se obtiene a partir de la función lagrangiana.

$$\mathcal{L} = \sum_j g_j(P_{gj}) + \lambda \left( P_o - \sum_j P_{gj} \right)$$

En la que se ha expresado la función objetivo como agregación de las funciones de oferta de venta de cada ofertante  $j$ . La solución de este problema es:

$$\frac{dg_k(P_{gk})}{dP_{gk}} = \lambda \quad \forall k$$

Es decir, que la solución óptima es que el valor de la función de oferta sea el mismo para todas las ofertas aceptadas. Naturalmente, la solución real deberá tener en cuenta los límites de potencia ofertada por cada participante<sup>2</sup>.

La solución de este problema de optimización es la misma que la obtenida cruzando las curvas agregadas de ofertas de compra y de venta. Normalmente en los mercados eléctricos estas curvas son escalonadas, es decir, que se ofrece comprar o vender una cantidad de energía a un precio. Con el fin de ilustrar el funcionamiento de un mercado de energía discreto mediante curvas escalonadas de ofertas se muestra a continuación un ejemplo de este tipo de mercado con ofertas simples de compra y venta de energía.

En el caso de un mercado discreto de energía, el operador del mercado recibe, antes del cierre del mercado, las ofertas de venta y de compra de energía que se reciben para cada hora del día siguiente. El operador del mercado calcula las curvas de oferta y demanda agregadas, y a partir de ellas determina el **precio marginal del sistema** para cada hora. Todos los vendedores reciben este precio por su energía, y todos los compradores pagan la energía a este precio. Este proceso se denomina **casación** en el mercado español de electricidad.

### 2.3.2. Formulación del problema de optimización con funciones de oferta escalonadas.

En muchos mercados las ofertas de compra o de venta se hacen de forma escalonada, es decir, se oferta la compra o la venta de una cantidad de energía a un precio dado. La energía ofertada total se divide en fragmentos a distinto precio. Estos precios tienen que ser crecientes en el caso de ofertas de venta y decrecientes en el caso de ofertas de compra. En estos casos la formulación del problema se hace como se indica en las ecuaciones (1).

$$\begin{aligned} \min_{p_{dj}, p_{gj}} \quad & \sum_{j=1}^{NG} \pi_{gj} p_{gj} - \sum_{j=1}^{ND} \pi_{dj} p_{dj} \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{j=1}^{NG} p_{gj} = \sum_{j=1}^{ND} p_{dj} \\ & 0 \leq p_{dj} \leq p_{dj}^{max} \quad \forall j \\ & 0 \leq p_{gj} \leq p_{gj}^{max} \quad \forall j \end{aligned} \quad (1)$$

En estas ecuaciones se han dividido las ofertas de venta y de compra en  $NG$  y  $ND$  tramos, respectivamente. Cada tramo tiene un valor de  $p_{dj}^{max}$ ,  $p_{gj}^{max}$  para la demanda y generación respectivamente. Cada tramo se oferta a un precio de venta  $\pi_{gj}$  o de compra  $\pi_{dj}$ . El punto de encuentro de las curvas agregadas de oferta y demanda se obtiene maximizando el beneficio social neto, o minimizando su opuesto, como en este caso.

Las ofertas de compra de energía pueden incluir una estimación de las pérdidas de tal manera que coincida la generación y el consumo. Las pérdidas reales, sin embargo, solo se podrá estimar su valor real tras haberse realizado la entrega de energía.

**Ofertas simples y complejas.** Las ofertas que se han descrito en el ejemplo previo son *ofertas simples*, es decir ofertas que solo incluyen cantidad de energía y el precio de esta. Sin embargo, algunos mercados permiten la posibilidad de hacer *ofertas complejas*, esto es, pueden incluir condiciones adicionales para que sus ofertas sean aceptadas. Estas condiciones especifican en la oferta restricciones que pueden tener las centrales, especialmente algunas centrales térmicas. A modo de ejemplo, a continuación se describen las

<sup>2</sup>Compárese este resultado con la igualdad de costes marginales de las centrales en el problema del despacho económico.

condiciones complejas que pueden incluirse en las ofertas presentadas en el mercado ibérico de electricidad (OMIE).

**Ingresos mínimos:** Permite la realización de ofertas en todas las horas, pero respetando que la unidad de producción no participe en el resultado de la casación del día, si no obtiene para el conjunto de su producción en el día, un ingreso superior a una cantidad fija, establecida en euros, más una remuneración variable establecida en euros por MWh casado.

**Parada programada:** Permite que si la unidad de producción ha sido retirada de la casación por no cumplir la condición de ingresos mínimos solicitada, realice una parada programada en un tiempo máximo de tres horas, evitando parar desde su programa en la última hora del día anterior a cero en la primera hora del día siguiente, mediante la aceptación del primer tramo de las tres primeras horas de su oferta como ofertas simples, con la única condición de que la energía ofertada sea decreciente en cada hora.

**Gradiente de carga:** Permite establecer la diferencia máxima entre la potencia inicio de hora y la potencia final de hora de la unidad de producción, lo que limita la energía máxima a casar en función de la casación de la hora anterior y la siguiente, para evitar cambios bruscos en las unidades de producción que no pueden, técnicamente, seguir las mismas.

## 2.4. Funcionamiento de los mercados continuos.

En los mercados continuos se pueden realizar transacciones durante el intervalo de su funcionamiento. Este intervalo suele estar comprendido entre el momento del cierre del mercado diario y una hora o menos antes del tiempo real. En ellos cada participante puede realizar ofertas de compra o venta de energía al precio que señale. Puede también adquirir energía de las ofertas que haya disponibles al precio que hayan indicado. Por tanto, no hay un precio marginal, sino que el pago es según oferta. Los agentes que participan en este mercado lo hacen de forma anónima, identificados mediante una clave.

## 3. Mecanismos de gestión de congestiones.

Para que la generación sea igual a la demanda en todo momento, es necesario que se pueda transmitir la energía asignada en los mercados a compradores y vendedores a través de la red eléctrica. Si no es así, esta asignación debe ser corregida mediante un procedimiento de resolución de restricciones, o de gestión de congestiones que debe utilizar mecanismos de mercado. Esta corrección implica una desviación con respecto a la solución que proporciona el máximo beneficio social neto, por lo que el proceso de gestión de congestiones implica un sobrecoste de la energía con respecto a la asignación del mercado.

Normalmente se denominan **restricciones** a las contingencias que impiden hacer efectiva la asignación de generación y demanda realizada por los mercados. Las restricciones más frecuentes se deben a que se supera la capacidad de transmisión de las líneas de la red y se denominan **congestiones**. Otras restricciones pueden deberse a problemas de tensión que requieren la modificación de la asignación de potencia activa para su solución. Sin embargo, también es frecuente que mediante el término *congestiones* se incluyan todas las restricciones de la red de transmisión, por lo que en este apartado se emplearán ambos términos indistintamente, salvo especificación en contra.

Los procedimientos de resolución de restricciones suelen ser distintos si se emplean en el interior de un mercado o sistema eléctrico y cuando se emplean para resolver restricciones entre mercados. Aunque los procedimientos conceptualmente sean los mismos, la dimensión de los sistemas a los que se aplica, y la necesidad de coordinar operadores diferentes motiva que haya diferencias entre ellos. Por esta razón en los apartados siguientes se ha distinguido entre las dos categorías de métodos. Como se verá, la resolución unificada de las congestiones es lo que garantiza la mayor eficiencia (entendida como máximo beneficio social neto) de la gestión de las restricciones. El coste asociado a las congestiones suele ser significativo (en un sistema como el peninsular español puede ser de alrededor del 5% del coste de la energía en el mercado mayorista), por lo que una mayor coordinación y eficacia redundan en una disminución del precio de la energía sin necesidad de realizar costosas inversiones.

La resolución de restricciones suele resolverse mediante cambios en la generación asignada, es decir, en estos mecanismos no suele participar la demanda. La razón es que un consumidor podría requerir en el mercado una energía mayor que la que necesita para crear una congestión y recibir una compensación por participar en su resolución. Sin embargo, en algunos países esta participación sí es posible, y la evolución de los mercados llevará a la generalización de esta participación. La existencia de restricciones puede exacerbar el poder de mercado que tienen algunos generadores, puesto que si solo uno de ellos puede solucionar una restricción frecuente en el sistema, este generador puede imponer el precio de resolución de la restricción. El problema del ejercicio del poder de mercado, tanto por parte de la demanda como por parte de los generadores debe ser resuelto mediante esquemas regulatorios que lo impidan.

### 3.1. Restricciones intrazonales.

Las restricciones intrazonales son aquellas que se producen en un sistema con un mismo gestor de red de transporte, es decir, que tiene capacidad de actuar sobre todos los nudos de la red de transporte y tomar las medidas más adecuadas para resolverlas. También incluye aquellas situaciones en las que varios gestores operan de manera perfectamente coordinada.

Dada la dimensión de la red en la que se deben aplicar los métodos, la solución de las restricciones intrazonales es un problema computacionalmente complejo. Adicionalmente, el gestor de la red de transporte tiene que considerar la situación del sistema si se produjese alguna contingencia en él, tales como la pérdida accidental de una línea o de una central, lo que aumenta la dimensión del problema.

Los métodos que se emplean se pueden dividir de la siguiente manera:

**Precios nodales:** Métodos que buscan el óptimo del mercado teniendo en cuenta las restricciones impuestas por la red. Estos métodos los lleva a cabo un único operador (de mercado y sistema) que resuelve un solo proceso de asignación.

**Redespacho:** Métodos que corrigen una solución previa, obtenida sin tener en cuenta la red (los métodos de redespacho). Los segundos normalmente se llevan a cabo por un operador de mercado, que calcula el óptimo económico, y un gestor de la red de transporte u operador del sistema, que ajusta este óptimo a las restricciones impuestas por la red.

A continuación se describe con más detalle cada uno de ellos.

#### 3.1.1. Precios nodales.

Este procedimiento de resolución de restricciones se practica en mercados con operador único. El procedimiento de precios nodales incluye en un mismo proceso la casación y la resolución de restricciones. La característica básica de este método es que la energía puede tener un precio diferente en cada uno de los nudos del sistema.

La resolución de este problema se realiza mediante lo que se denomina un **flujo de potencia óptimo** (OPF, *Optimal Power Flow* en inglés) que utiliza las ofertas de compra y venta de energía presentadas en cada nudo. Los precios nodales reflejan las restricciones existentes y las pérdidas en el sistema, y así, en un sistema sin pérdidas ni restricciones, el precio de la energía en todos los nudos es el mismo.

El mecanismo de precios nodales es eficiente en la fijación de precios. Su formulación general utiliza las ecuaciones del flujo de potencia en corriente alterna, con lo que se puede utilizar también, idealmente, para resolver mediante mecanismos de mercado las necesidades de potencia reactiva en un sistema y la asignación de las pérdidas a los distintos agentes. Normalmente, sin embargo, se utilizan las ecuaciones del flujo de potencia en corriente continua por su mayor simplicidad, que lo hace más apto para su aplicación en sistemas eléctricos de grandes dimensiones. En este caso se necesitarán métodos adicionales para resolver las congestiones debidas a sobre o subtensiones o los efectos de la transmisión de potencia reactiva sobre la capacidad de transmisión de las líneas.

**Flujo de potencia óptimo en corriente alterna.** El flujo de potencia óptimo es un algoritmo que proporciona el valor de las variables que minimizan una función objetivo en un sistema eléctrico, teniendo en cuenta las restricciones de red que se presentan en él, como el límite de potencia que pueden transmitir

las líneas o los límites de tensión en los nudos del sistema. La función objetivo más utilizada son los costes de generación del sistema eléctrico, o, en el caso de mercados de energía eléctrica el Beneficio Social Neto. Las variables son la potencia activa y reactiva de los generadores, así como las consignas de tensión en los nudos PV, o las tomas de los transformadores.

En la formulación simplificada que se presenta en este apartado, las variables que se consideran serán las potencias ofertadas por los generadores ( $p_{gi}$ ) y por los consumidores ( $p_{di}$ ), que se reflejan en la formulación de la ecuación. Se consideran funciones de oferta continuas.

$$\max_{\mathbf{p}_d, \mathbf{p}_g} \sum_{i=1}^N f_i(p_{di}) - g_i(p_{gi}) \quad (2)$$

En esta función hay dos términos, que representan, respectivamente la función de utilidad de la demanda y la integral de la curva de oferta. Esta diferencia es la suma del excedente de la demanda y del excedente de generación, es decir, el beneficio social neto. Puesto que en la formulación habitual del flujo de potencia óptimo se procede a minimizar la función objetivo, esta se reformula como el opuesto del beneficio social neto, ya que la minimización de esta diferencia es equivalente a la maximización de su opuesto, como se indica en (3). De esta manera se pueden formular las condiciones de Kuhn-Tucker como en el tema 2.

$$\max_{\mathbf{p}_d, \mathbf{p}_g} \sum_{i=1}^N f_i(p_{di}) - g_i(p_{gi}) = \min_{\mathbf{p}_d, \mathbf{p}_g} \sum_{i=1}^N g_i(p_{gi}) - f_i(p_{di}) \quad (3)$$

Las restricciones de igualdad son las ecuaciones de flujo de potencia (9) del Apéndice B, que deben cumplirse para todos los nudos. Estas ecuaciones se repiten aquí para mayor comodidad.

$$\begin{aligned} p_i &= \sum_k u_i u_k y_{ik} \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \\ q_i &= \sum_k u_i u_k y_{ik} \sin(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \end{aligned}$$

Las restricciones de desigualdad son los límites de funcionamiento de los elementos del sistema eléctrico.

- Restricciones de potencia máxima circulante por las líneas.

$$\begin{aligned} p_{ik} &= u_i u_k y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) - u_i^2 y_{ik} \cos \theta_{ik} \\ q_{ik} &= u_i u_k y_{ik} \sin(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) + u_i^2 y_{ik} \sin \theta_{ik} - b_{ik} u_i^2 \\ (s_{ik}^{max})^2 &\geq p_{ik}^2 + q_{ik}^2 \end{aligned}$$

donde  $s_{ik}^{max}$  es la capacidad de transporte de la rama  $i - k$

- Restricciones de potencia máxima y mínima en generadores y tensiones máxima y mínima en los nudos

$$\begin{aligned} p_{gi}^{min} &\leq p_{gi} \leq p_{gi}^{max} \\ q_{gi}^{min} &\leq q_{gi} \leq q_{gi}^{max} \\ u^{min} &\leq u_i \leq u^{max} \end{aligned}$$

**Flujo de potencia óptimo en corriente continua.** El flujo de potencia óptimo en corriente alterna es un problema de optimización no lineal que en sistemas muy grandes puede ser difícil de resolver, o requerir tiempos de cálculo muy elevados. Frecuentemente se emplea un método más simplificado para obtener los precios nodales, que es el flujo de potencia óptimo en continua, es decir, un flujo de potencia en el que no se tienen en cuenta ni las pérdidas en el sistema ni la influencia de las tensiones o la circulación de potencia reactiva. El problema de optimización se plantea mediante las ecuaciones (4) <sup>3</sup>:

$$\begin{aligned}
& \min_{\mathbf{p}_d, \mathbf{p}_g} \sum_{i=1}^N g_i(p_{gi}) - f_i(p_{di}) \\
\text{s.a. } & \mathbf{B}\delta = \mathbf{p}_g - \mathbf{p}_d \\
& \mathbf{X}^{-1}\mathbf{A}^t\delta = \mathbf{p}_f \\
& \mathbf{p}_f \leq \mathbf{p}_f^{max} \\
& -\mathbf{p}_f \leq \mathbf{p}_f^{max} \\
& \mathbf{p}_g \leq \mathbf{p}_g^{max} \\
& -\mathbf{p}_g \leq \mathbf{p}_g^{min}
\end{aligned} \tag{4}$$

donde  $\mathbf{p}_d$ ,  $\mathbf{p}_g$  y  $\mathbf{p}_f$  son, respectivamente, los vectores de potencias demandadas y generadas en los nudos del sistema, y de potencias circulantes por las ramas.

La función objetivo en (4) es, como en el flujo de potencia en alterna, la opuesta de la diferencia entre la integral de las funciones de demanda agregada y las de oferta agregada de cada nudo, esto es, la suma de los beneficios sociales netos de cada nudo.

La primera restricción es la correspondiente a las ecuaciones de flujo de cargas (en continua), y la segunda da la expresión de las potencias en las ramas en función de las potencias inyectadas. En esta fórmula, la matriz  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ , donde  $N$  es el número de nudos del sistema, es una matriz diagonal cuyos términos son las inversas de las reactancias de cada rama. La matriz  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{N \times R}$ , donde  $R$  es el número de ramas del sistema, es la matriz de incidencias.

Las últimas restricciones indican que las magnitudes deben estar dentro de los límites admisibles.

Se puede observar que el problema resultante es un problema lineal, cuya resolución es más sencilla que la del problema completo.

**Solución del problema de precios nodales en corriente continua.** La función lagrangiana del problema de optimización sería la siguiente (se han omitido las restricciones de desigualdad correspondientes a los límites de las ofertas de compra y venta):

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^N g_i(p_{gi}) - f_i(p_{di}) + \lambda^t(\mathbf{B}\delta - \mathbf{p}_g + \mathbf{p}_d) + \mu^{+t}(\mathbf{X}^{-1}\mathbf{A}^t\delta - \mathbf{p}_f^{max}) - \mu^{-t}(-\mathbf{X}^{-1}\mathbf{A}^t\delta - \mathbf{p}_f^{max})$$

Al igualar el gradiente de esta lagrangiana a cero, se obtienen las siguientes ecuaciones, cuya solución sería la solución al problema:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{p}_g} &= \frac{\partial g}{\partial \mathbf{p}_g} - \lambda = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{p}_d} &= -\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}_d} + \lambda = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \delta} &= \lambda^t \mathbf{B} + \mu^{+t} \mathbf{X}^{-1} \mathbf{A}^t - \mu^{-t} \mathbf{X}^{-1} \mathbf{A}^t = 0
\end{aligned}$$

A estas ecuaciones habría que añadir las restricciones, cuya expresión es:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= \mathbf{B}\delta - (\mathbf{p}_g - \mathbf{p}_d) = 0 \\
\mathbf{X}^{-1}\mathbf{A}^t\delta - \mathbf{p}_f^{max} &\leq 0 \\
-\mathbf{X}^{-1}\mathbf{A}^t\delta - \mathbf{p}_f^{max} &\leq 0
\end{aligned}$$

---

<sup>3</sup>La formulación del problema se puede encontrar con más detalle en el Apéndice B.

En la solución se tienen que cumplir las condiciones de Kuhn-Tucker vinculadas con la desigualdad, que se expresan como:

$$\begin{aligned}\mu^{+t}(\mathbf{X}^{-1}\mathbf{A}^t\delta - \mathbf{p}_f^{max}) &= 0 \\ \mu^{+t} &\geq 0 \\ \mu^{-t}(\mathbf{X}^{-1}\mathbf{A}^t\delta - \mathbf{p}_f^{max}) &= 0 \\ \mu^{-t} &\geq 0\end{aligned}$$

La ecuación

$$\lambda^t\mathbf{B} + \mu^{+t}\mathbf{X}^{-1}\mathbf{A}^t - \mu^{-t}\mathbf{X}^{-1}\mathbf{A}^t = 0$$

puede multiplicarse por el vector no nulo  $\delta$ , con lo que se llega a

$$\lambda^t\mathbf{B}\delta + \mu^{+t}\mathbf{X}^{-1}\mathbf{A}^t\delta - \mu^{-t}\mathbf{X}^{-1}\mathbf{A}^t\delta = 0$$

o, lo que es lo mismo

$$\lambda^t(\mathbf{p}_g - \mathbf{p}_d) + \mu^{+t}\mathbf{p}_f - \mu^{-t}\mathbf{p}_f = 0$$

Es decir,

$$\lambda^t(\mathbf{p}_d - \mathbf{p}_g) = \mu^{+t}\mathbf{p}_f - \mu^{-t}\mathbf{p}_f$$

El segundo término de esta ecuación es no negativo, puesto que las ramas cuya potencia circulante es positiva y están en su límite tendrán asociado un multiplicador de Lagrange  $\mu_k^+ \geq 0$ , en tanto que las líneas cuya potencia circulante es negativa tendrán un asociado un multiplicador de Lagrange  $\mu_k^- \geq 0$ . Por consiguiente,

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i p_{gi} \leq \sum_{i=1}^N \lambda_i p_{di}$$

Esto significa que lo que paga la demanda por la energía que consume es más de lo que recibe la generación por la energía que genera en cuanto exista una congestión en una rama que haga que una restricción de desigualdad está activa, y por tanto, que el multiplicador de Lagrange asociado a ella sea positivo. Por tanto, en el sistema de precios nodales se genera un **excedente de saturación**, o **renta de congestión**. Su expresión es:

$$\text{RC} = \sum_{i=1}^N \lambda_i p_{di} - \sum_{i=1}^N \lambda_i p_{gi} = \sum_{k=1}^R \mu_k^+ p_{fk} - \sum_{k=1}^R \mu_k^- p_{fk}$$

Obsérvese que en esta última expresión, el término  $\sum_{k=1}^R \mu_k^+ p_{fk}$  es no negativo, puesto que los valores de  $\mu_k^+$  son positivos solo en el caso en que  $p_{fk}$  sea positivo e igual al límite de capacidad de la rama. El término  $\sum_{k=1}^R \mu_k^- p_{fk}$  es negativo puesto que los valores de  $\mu_k^-$  son positivos solo cuando  $p_{fk}$  es negativo e igual en valor absoluto al límite admisible de capacidad de la rama.

**Situaciones paradójicas** En un mercado eléctrico con precios nodales se pueden dar algunos casos que no son fáciles de explicar desde un punto de vista puramente económico. Estas situaciones se dan en sistemas mallados, es decir, con más de dos nudos y al menos una malla cerrada.

1. Pueden darse flujos de energía que vayan desde nudos con precio más alto a nudos con precio más bajo.
2. Los precios de la energía en un sistema no disminuyen necesariamente si aumenta la capacidad de transmisión en el sistema, aunque sí aumenta el beneficio social neto del sistema.

### 3.1.2. Redespacho.

Entre los métodos aplicados para resolver restricciones en un sistema eléctrico, corrigiendo una solución óptima previa, uno de los más frecuentes es el denominado *redespacho*. Este método consiste en una reasignación de la potencia de una forma óptima para que las transacciones sean compatibles con las restricciones de red. Para ello se deben tener en cuenta el coste de esa modificación. Este coste es considerado a través de las ofertas de compra o de venta de energía que los agentes realizan para ofrecer su disponibilidad a participar en el proceso de resolución de restricciones.

Estas ofertas pueden ser específicas para este proceso, o pueden ser las mismas que las presentadas en el mercado diario. Normalmente, el segundo método permite un mayor ejercicio del poder de mercado, por lo que se ha abandonado en algunos casos. La asignación de potencia a generadores y consumidores se hace en dos etapas:

1. En primer lugar, se calcula la solución del mercado sin tener en cuenta las restricciones de red. Esta solución la calcula el operador del mercado o entidad equivalente.
2. En segundo lugar, el gestor de la red de transporte verifica la factibilidad de la solución del mercado y hace las modificaciones necesarias al programa en caso de que no lo sea a partir de las ofertas presentadas por los agentes para la resolución de los problemas presentados.

Puesto que la restricción es un fenómeno local, puede haber pocos agentes que sean capaces de resolver el problema, y por tanto se pueden dar situaciones de ejercicio de poder de mercado. Para tratar de evitar estas situaciones, estos métodos suelen tener las siguientes características:

1. Solo se paga por la energía realmente producida, es decir, no se paga, por ejemplo, a un generador, por reducir su generación cuando esta reducción es necesaria para resolver la congestión. Esta medida trata de evitar que los agentes provoquen congestiones ofertando a propósito más potencia de la que puede admitir la red. Solo cuando una reducción de potencia resuelve una restricción el gestor de la red de transporte puede recomprar la energía a un precio más bajo que el del mercado.
2. El mecanismo de pago de la energía es según oferta, es decir, no se altera el precio marginal de la energía.
3. Para la resolución de los problemas de restricciones se suelen solicitar ofertas específicas, diferentes de las presentadas al mercado de energía.
4. Como se ha indicado ya, la demanda no suele participar en este proceso para evitar que se hagan ofertas de compra mayores que las necesidades previstas con el fin de ser pagados por reducir el consumo. Dada la creciente capacidad de gestión de la demanda, la participación de los consumidores en el proceso de resolución de restricciones puede hacerse más factible y puede aumentar la competencia en este mercado. Una regulación adecuada debería permitir esta participación impidiendo situaciones de abuso.

El procedimiento de redespacho se realiza en mercados con doble operador. El Operador del mercado que determina los precios de la energía sin considerar las restricciones y el Gestor de la red de transporte que modifica la solución del operador del mercado de forma óptima para hacerla compatible con las posibilidades de transmisión de la red.

### 3.1.3. Comparación entre ambos métodos

Como se ha indicado ya, cuando el gestor de la red de transporte tiene control sobre toda la red de transporte del sistema, es decir, en las condiciones supuestas de restricciones intrazonales, el método de redespacho y el de precios zonales llevan a la misma solución, puesto que la asignación se realiza mediante un flujo de cargas óptimo. Sin embargo, se presentan algunas diferencias

- La remuneración a los participantes que resuelven las restricciones según el método de redespacho varía con respecto a la solución de precios nodales.

- El pago de los consumidores también varía.
- En el método de redespacho no se produce renta de congestión.
- La demanda no suele participar en el proceso de resolución de restricciones mediante redespacho, por lo que la potencia demandada es la adjudicada por el operador del mercado.

En general, el sistema de redespacho conduce a costes menores de la energía para los consumidores, no produce rentas de congestión y hace más difícil la regulación de la participación de la demanda en el proceso de resolución de restricciones. El método de precios nodales da unos incentivos más fuertes para la conexión de nuevos participantes en el mercado (tanto generación como demanda), lo que puede redundar en menores desarrollos de red en el futuro.

### 3.2. Restricciones interzonales.

La red eléctrica en un sistema con líneas en corriente alterna o continua es una unidad física, que se divide en distintos mercados o sistemas eléctricos zonales en función de las entidades que controlan parte de esta red, los gestores de la red de transporte. Cada zona puede coincidir con los límites de un estado, puede abarcar varios estados, o solo una parte del mismo. Para que se produzcan intercambios entre las distintas zonas es necesario que los gestores de la red de transporte se coordinen para determinar cuál es la capacidad de transmisión disponible entre ellas. Esta coordinación puede ser más o menos estrecha, pero puesto que no hay una sola entidad que opere la totalidad de la red física, el nivel de detalle con el que se conoce la red completa es menor que dentro de una zona.

Varios sistemas zonales interconectados constituyen un mercado regional. Debido a la necesidad de coordinación entre gestores de red de transporte y el tamaño de la red resultante, es necesario realizar simplificaciones para establecer los intercambios posibles entre las distintas zonas de la región. Como consecuencia de estas simplificaciones, los mecanismos de resolución de congestiones entre zonas son menos eficientes que en el interior de una zona, es decir, no se consigue el máximo beneficio social neto.

Los mecanismos de gestión de las interconexiones entre zonas son diferentes a largo y a corto plazo. A largo plazo su objetivo es cubrir el riesgo que se produce como consecuencia de la volatilidad de precios entre las zonas de una región. Se trata de mecanismos que en la mayor parte de los casos son puramente financieros y que consisten en adquirir derechos de transmisión entre zonas a través de subastas de la capacidad de interconexión entre ellas. Estos mecanismos se describen en el apartado 4.

Los mecanismos de gestión a corto plazo son diferentes en función del grado de coordinación entre sistemas. Cuando la coordinación es escasa, se pueden realizar subastas de la capacidad de interconexión, que previamente ha tenido que ser calculada por los gestores de la red de transporte implicados. En los mercados más coordinados se emplea frecuentemente el mecanismo de los precios nodales. Este mecanismo es análogo al de los precios zonales, pero cada nudo es un sistema eléctrico y el intercambio que se puede realizar entre ellos viene determinado por la capacidad de transmisión, que también tiene que calcularse de forma coordinada por los gestores de la red de transporte de los sistemas implicados. El cálculo de la capacidad de transmisión de forma precisa es una operación complicada, especialmente en sistemas con muchas interconexiones, pero es necesario para que el procedimiento de gestión de las interconexiones y de resolución de las congestiones sea eficiente.

En el caso de los mercados regionales, dada la complejidad del sistema conjunto y las simplificaciones que se suelen hacer, solo se consideran las restricciones producidas por la capacidad de transmisión de potencia activa, no los problemas de tensión. Por ello, se utiliza el término congestiones o restricciones indistintamente.

#### 3.2.1. Precios zonales en un sistema con dos zonas.

Sean dos sistemas eléctricos enlazados entre sí con una capacidad de interconexión  $T$  en los que las funciones de oferta tienen las expresiones siguientes:

$$\pi_{g1} = b_1 + a_1 P_{g1} \quad ; \quad \pi_{g2} = b_2 + a_2 P_{g2}$$

Por simplicidad se considerará que la demanda es independiente del precio en ambos sistemas y de valores respectivos  $P_{d1}$  y  $P_{d2}$ .

Supóngase que el sistema 1 exporta energía al sistema 2 utilizando toda la capacidad de interconexión, puesto que la energía es más barata en el sistema 1 que en el sistema 2. En este caso, los precios en ambos sistemas serán:

$$\pi_1 = b_1 + a_1(P_{d1} + T) \quad ; \quad \pi_2 = b_2 + a_2(P_{d2} - T) \quad ; \quad \pi_2 > \pi_1$$

A partir de estas ecuaciones se pueden hacer las observaciones siguientes:

- Se puede observar que en el sistema 1 (exportador), los precios suben cuanto mayor es la potencia de interconexión. Esto significa que los ingresos de los generadores aumentan, así como los pagos de los consumidores. En este sistema los generadores son los beneficiarios del aumento de la capacidad de interconexión.
- En el sistema 2 (importador) sucede lo contrario: los precios disminuyen cuando aumenta la potencia de interconexión, y por tanto también los ingresos de los generadores y los pagos de los consumidores. Estos últimos son los beneficiados por el incremento de la potencia de interconexión.
- Además, los costes de generación disminuyen puesto que se reduce la generación más cara.
- Para un determinado valor de la capacidad de la interconexión se igualarán los precios de los dos sistemas. Si la interconexión tiene una capacidad mayor, esta capacidad solo se utilizará parcialmente.
- Se produce un excedente de congestión cuando la capacidad de la interconexión no permite todos los intercambios que tendrían lugar en el sistema cuando se igualan los precios. Se puede deducir fácilmente que este excedente tiene el valor  $T(\pi_2 - \pi_1)$ .

### 3.2.2. Sistemas eléctricos de más de dos zonas.

Muchos sistemas eléctricos están constituidos por más de dos zonas interconectadas entre sí y con capacidad de transmisión entre ellas limitada. En estos casos, para tener un problema de optimización determinado hay que tener en cuenta no solo esta capacidad de la interconexión, sino también la influencia que la inyección de potencia en una de las zonas tiene sobre la potencia que circula por las interconexiones.

Normalmente, los operadores de mercado, que son quienes realizan el proceso de cálculo de precios maximizando el beneficio social neto del conjunto de las áreas, no conocen los datos de la red del mercado que gestionan (que, por otro lado, puede tener un tamaño muy grande), sino que emplean para calcular estos precios zonales la información que les facilitan los gestores de la red de transporte: la capacidad de interconexión entre zonas y la influencia de las potencias inyectadas en las zonas sobre la potencia circulante por las interconexiones, los PTDF (*Power Transfer Distribution Factors*).

Los coeficientes PTDF son las sensibilidades de las potencias que circulan por una rama (o una interconexión) con respecto a una inyección de potencia en un nudo, compensada por otra de igual magnitud (si se ignoran las pérdidas) y de signo opuesto en el nudo oscilante. Por tanto, una de las zonas del sistema tienen que considerarse como equivalente al nudo oscilante de un flujo de potencia (en continua). La definición de los coeficientes PTDF se da en el Apéndice B.

A partir de estas consideraciones, el problema de optimización que maximiza el beneficio social neto (en realidad, la minimización del opuesto, como se indicó en el apartado 3.1.1) de un sistema con precios zonales teniendo en cuenta los límites de la capacidad de interconexión entre zonas es el que se muestra en las ecuaciones (5). Obsérvese que son las ecuaciones del flujo de potencia óptimo, expresadas de otra forma.

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{P}_d, \mathbf{P}_g} \sum_{z=1}^{N_z} g_z(P_{gz}) - f_z(P_{dz}) \\ \text{s.a. } & \mathbf{HP} = \mathbf{P}_f \\ & \sum_{z=1}^{N_z} (P_{gz} - P_{dz}) = 0 \\ & \mathbf{P}_f \leq \mathbf{P}_f^{max} \\ & -\mathbf{P}_f \leq \mathbf{P}_f^{max} \end{aligned} \tag{5}$$

En donde  $z$  es el índice de zona,  $N_z$  el número de zonas,  $\mathbf{H}$  es la matriz de PTDF de dimensiones  $N_x \times N_z$ , en donde  $N_x$  es el número de interconexiones y  $\mathbf{P}_f$  y  $\mathbf{P}_f^{max}$  son los vectores de potencias circulantes por las interconexiones y las capacidades de transmisión de cada una de ellas, respectivamente.

**Formulación con funciones de oferta escalonadas.** Si las ofertas de compra y de venta no son continuas, sino escalonadas, la formulación del problema se realiza de la forma indicada en las ecuaciones (6).

$$\begin{aligned}
\text{mín}_{p_{d,zj}, p_{g,zj}} \quad & \sum_{z=1}^{NZ} (\sum_{j=1}^{NG} \pi_{g,zj} p_{g,zj} - \sum_{j=1}^{ND} \pi_{d,zj} p_{d,zj}) \\
\text{s.a.} \quad & \sum_{z=1}^{NZ} \sum_{j=1}^{NG} p_{g,zj} = \sum_{z=1}^{NZ} \sum_{j=1}^{ND} p_{d,zj} \\
& \sum_{z=1}^{NZ} PTDF_{Lz} p_z = p_L \quad L = 1 \dots NL \\
& p_z = \sum_{j=1}^{NJ} p_{g,zj} - \sum_{j=1}^{NJ} p_{d,zj} \quad z = 1 \dots NZ \\
& 0 \leq p_{g,zj} \leq p_{g,zj}^{max} \quad z = 1 \dots NZ, j = 1 \dots NJ \\
& 0 \leq p_{d,zj} \leq p_{d,zj}^{max} \quad z = 1 \dots NZ, j = 1 \dots NJ \\
& -p_L^{min} \leq p_L \leq p_L^{max} \quad \forall L = 1 \dots N
\end{aligned} \tag{6}$$

donde los signos tienen el siguiente significado

$j$	índice de tramo de oferta
$ND$	número de tramos de oferta de compra
$NG$	número de tramos de oferta de venta
$z$	índice de zona
$NZ$	número de zonas
$L$	índice de interconexión
$NL$	número de interconexiones
$\pi_{g,zj}$	precio de la oferta de venta $j$ de la zona $z$
$\pi_{d,zj}$	precio de la oferta $j$ de compra de la zona $z$
$p_{g,iz}$	potencia aceptada de la oferta $j$ de venta de la zona $z$
$p_{d,iz}$	potencia aceptada de la oferta $j$ de compra de la zona $z$
$p_z$	potencia neta inyectada de la zona $z$
$p_{g,zj}^{max}$	potencia de venta ofertada en el tramo $j$ en la zona $z$
$p_{d,zj}^{max}$	potencia de compra ofertada en el tramo $j$ en la zona $z$
$p_L$	potencia circulante por la interconexión $L$ en el sentido elegido
$PTDF_{Lz}$	sensibilidad de la interconexión $L$ a una inyección de potencia en la zona $z$
$p_L^{max}$	límite de la potencia en la interconexión en el sentido de orientación de la interconexión
$p_L^{min}$	límite de la potencia en la interconexión en el sentido contrario a la orientación de la interconexión

Como se ha indicado al definir los coeficientes de sensibilidad  $PTDF$ , estos se calculan para una determinada orientación de la interconexión, es decir, para una zona inicial y una zona final, que se eligen arbitrariamente.

### 3.3. Coordinación entre resolución de restricciones interzonales e intrazonales.

En las regiones con varias zonas suele haber dos procesos de resolución de congestiones, uno para las congestiones interzonales y otro, más detallado, para las intrazonales. Un mayor grado de coordinación entre ambos procesos conlleva una mayor eficiencia, es decir, un mayor beneficio social neto. Esta eficiencia sería máxima si todas las congestiones se resolvieran en un único proceso. Normalmente la resolución de las restricciones en sistemas regionales se resuelve como se describe a continuación. Nótese que se supone que hay un único operador del mercado suprazonal o regional y varios gestores de red de transporte.

1. En primer lugar, los gestores de la red de transporte ( $TSOs$ ) calculan las capacidades de intercambio entre sistemas ( $ATCs$ ) y la sensibilidad de estas capacidades a las potencias inyectadas en cada zona ( $PTDFs$ ).

2. A partir de esta información, un operador de mercado centralizado calcula mediante un método de precios zonales como el descrito en el apartado anterior los precios marginales en cada una de las zonas, así como la generación y la demanda en cada una.
3. Los gestores de la red de transporte de los sistemas de cada zona resuelven las congestiones que se crean en el interior de cada zona a partir de esta solución del mercado mediante redespacho (también llamado *counter trading* en este contexto).

Este proceso puede generar ineficiencias por las siguientes razones:

- Las interconexiones entre las zonas están representadas por su capacidad de transmisión, es decir, de forma simplificada, sin incluir todas las líneas entre dos sistemas, por lo que este cálculo no puede ser preciso. Hay que destacar que estas capacidades de transmisión son difíciles de calcular.
- Las zonas se suelen establecer de forma arbitraria, coincidiendo con fronteras entre países, zonas de control de gestores de red de transporte, y estos límites no tienen por qué coincidir con puntos en los que hay restricciones. De hecho, las zonas pueden ser distintas en diferentes momentos.

La solución a estas ineficiencias es la resolución centralizada de las congestiones mediante una representación detallada de toda la red. Aunque esto puede ser muy difícil en redes muy extensas como la europea, una representación más detallada y con más nudos conducirá a una eficiencia mayor en el proceso.

## 4. Mercados a plazo. Derivados financieros y cobertura de riesgo.

Los precios de la electricidad en los mercados diarios suelen ser muy volátiles y difíciles de predecir a medio y largo plazo. Las causas de esta volatilidad son la variabilidad de la demanda, los precios de los combustibles de las centrales fósiles y la disponibilidad de recursos renovables, como el sol, el agua o el viento. En la Figura 3 se muestra la evolución de los precios horarios de la energía en los mercados mayoristas de España y de Francia durante los años 2016 y 2017. Se pueden observar las amplias variaciones de los precios a lo largo de este periodo, y en particular los altos valores que se alcanzaron en Francia a finales de 2016. En el mercado francés no existe la limitación de precios que existe actualmente en el mercado español, si bien la energía negociada en este último es porcentualmente mayor, y por lo tanto no todos los consumidores en Francia están expuestos a estos valores tan altos de la energía.

Tanto los productores como los comercializadores y consumidores prefieren tener un precio más estable de la energía eléctrica, por lo que intentan cubrir el riesgo de precios muy altos o muy bajos. Esto se consigue mediante contratos a plazo, es decir, la compraventa de energía por adelantado a un precio fijo. La anticipación con la que realizan estos contratos puede variar entre un día (previamente al mercado diario) y uno o varios años. Estos contratos pueden ser con entrega física o puramente financieros. En los primeros las dos partes están interesadas en la compra o venta de energía. En los contratos financieros no hay generación ni consumo físico de energía, sino que las partes liquidan económicamente el contrato. En el caso de la energía eléctrica, la liquidación física puede equivaler a una liquidación financiera más la participación en los mercados al contado.

Debido al carácter puramente financiero de muchos de estos contratos, en ellos los participantes no son solo productores y consumidores de energía eléctrica, sino que además participan intermediarios y especuladores. Estos participantes obtienen sus beneficios negociando entre ellos, comprando barato y vendiendo caro, a partir de las diferencias espaciales y temporales entre los precios. Los beneficios conseguidos los obtienen asumiendo riesgos. La utilidad de los especuladores es doble: por un lado los usuarios que no quieren asumir riesgos los transfieren a otros agentes que no los rechazan; por otro lado, aumentan la liquidez del mercado, puesto que hay más agentes que negocian en él y puede ser más fácil encontrar contraparte si se quieren transferir estos riesgos.

Los contratos a plazo se pueden negociar en mercados organizados o de forma bilateral. En este caso se denominan contratos OTC, *Over The Counter*). Los contratos bilaterales (OTC) son más flexibles pero no está garantizada la transacción en caso de incumplimiento de la contraparte, salvo que

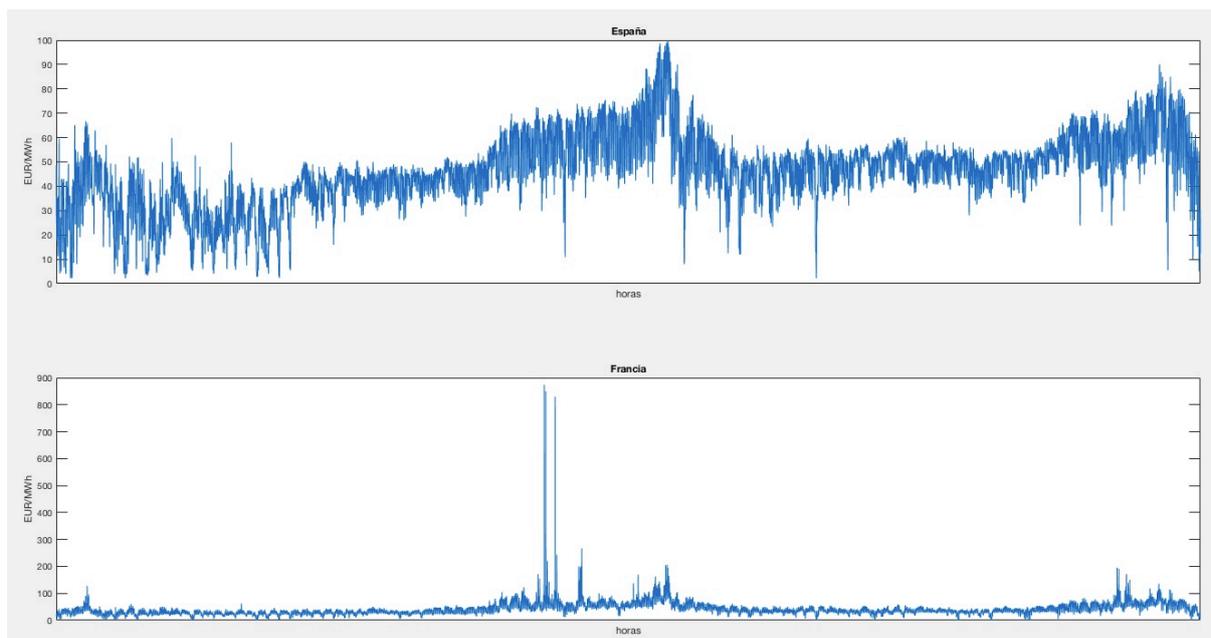


Figura 3: Precios horarios del mercado diario en España y Francia en 2016 y 2017.

se establezca en el propio contrato algún tipo de garantía. Estos contratos son facilitados por agencias de intermediación (*brokers*) que pueden poner de acuerdo dos partes con necesidades complementarias. Los contratos negociados en los mercados organizados están más estandarizados y garantizados por el organismo coordinador.

Los tipos de productos que se utilizan en los mercados a plazo son muy variados, y son parecidos para cualquier tipo de bien, energía eléctrica u otro cualquiera. Los productos más comunes son:

**Contratos de futuros:** Se trata de contratos firmes, aunque no haya entrega física. Por tanto el contrato se liquida mediante el precio acordado del mercado que se haya tomado como referencia.

**Opciones:** Se trata de contratos condicionales, que se ejercen de forma voluntaria, si las condiciones son favorables: el que las adquiere paga por ejercer un determinado derecho. Son de dos tipos:

**Call:** El que adquiere esta opción, adquiere el derecho a comprar una cantidad de energía eléctrica a un precio dado. Solo se ejercería si el precio del mercado de referencia es más elevado que el acordado en la opción.

**Put:** Aquel que adquiere una opción, adquiere el derecho de vender una cantidad de energía eléctrica a un precio dado. En este caso, solo se ejercería si el precio del mercado de referencia es más bajo que el acordado en la opción.

Las opciones pueden ser también de dos tipos en función del plazo en que se ejecutan. Las opciones  **europeas**  se tienen que ejecutar en una fecha fija, en tanto que las  **americanas**  se pueden ejecutar en cualquier momento.

La liquidación de todos estos productos se suele realizar a través de **contratos por diferencia**: estos productos financieros funcionan en paralelo con un mercado centralizado. El acuerdo de intercambio (una cantidad de energía a un precio dado) se liquida mediante el pago de la diferencia entre el contrato y el precio del mercado de referencia. Así, si un vendedor vende  $E_C$  MWh a un comprador a un precio  $\pi_C$  en un momento dado por medio de un contrato por diferencia y ambos participan en un mercado organizado cuyo precio en ese momento es  $\pi_M$ , el vendedor vendería la energía y el comprador la adquiriría en el mercado al precio  $\pi_M$ . Posteriormente se liquidaría la diferencia entre el precio del mercado y el del contrato, es decir:

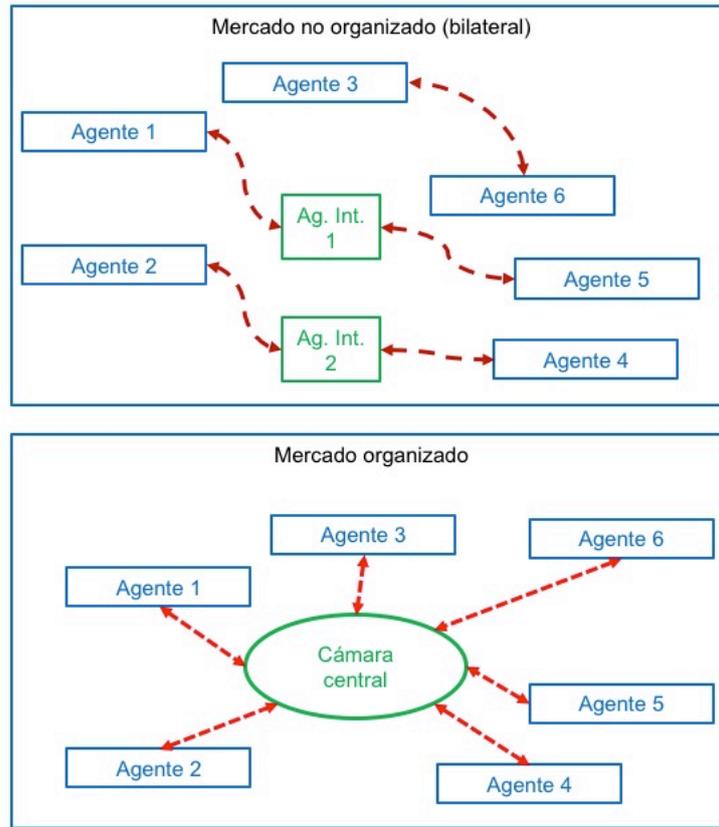


Figura 4: Mercados a plazo organizados y bilaterales.

$$\text{Pagos comprador} = \text{Pagos al mercado} + \text{Contrato por diferencias} = E_C \pi_M + E_C (\pi_C - \pi_M) = E_C \pi_C$$

$$\text{Ingresos vendedor} = \text{Ventas al mercado} + \text{Contrato por diferencias} = E_C \pi_M + E_C (\pi_C - \pi_M) = E_C \pi_C$$

Obsérvese que los pagos del comprador por contrato por diferencias pueden ser positivos, si el precio del contrato es superior al del mercado, o negativos en caso contrario. En este último caso, sería un pago que recibiría el vendedor, para el que el ingreso por el contrato por diferencias sería negativo.

Un caso especial que se da en los mercados eléctricos es la cobertura de riesgo asociada a la capacidad de transmisión entre sistemas para transacciones que se realicen entre ellos. Se trata de los **derechos de transmisión**, mediante los que se cubre el riesgo de que los precios en dos sistemas entre los que hay congestiones sean distintos.

**Derechos de transmisión** Las congestiones en un sistema introducen un riesgo adicional a las fluctuaciones temporales de los precio, contra las que existen los mecanismos de cobertura de riesgos ya mencionados. Cuando el contrato por diferencias se hace entre un productor y un consumidor de distintas zonas en las que el precio no es el mismo, los ingresos y pagos no coinciden. Si el productor está en una zona 1 y el consumidor en una zona 2, los ingresos y pagos derivados del contrato por diferencia son:

$$\text{Pagos comprador} = E_C \pi_{M2} + E_C (\pi_C - \pi_{M2})$$

$$\text{Ingresos vendedor} = E_C \pi_{M1} + E_C (\pi_C - \pi_{M1})$$

En este caso, los pagos por contrato por diferencias ya no son iguales ( $E_C(\pi_C - \pi_{M1}) \neq E_C(\pi_C - \pi_{M2})$ ) si los precios son distintos.

A fin de resolver este problema y reducir las consecuencias de la incertidumbre que se debe a las posibles congestiones entre sistemas, se han ideado mecanismos adicionales de cobertura de riesgos que permiten la salvaguardia frente a las diferencias de precios entre sistemas que ocasionan las congestiones. Uno de estos mecanismos, que se puede emplear conjuntamente con otros son los derechos financieros de transmisión (*Financial Transmission Rights* - FTR).

Este mecanismo consiste en la adquisición del derecho a ser reembolsado por una cantidad equivalente a la diferencia de precios entre dos zonas, o nudos. Los derechos son emitidos por una entidad coordinadora como el gestor de red de transporte, y se consiguen normalmente en una subasta. Por tanto, la compensación que recibirá el adquirente de derechos de transmisión entre dos mercados 1 y 2 será:

$$DT_{1-2} = E_C(\pi_{M2} - \pi_{M1})$$

donde  $\pi_{M2} > \pi_{M1}$ . Normalmente si  $\pi_{M2} < \pi_{M1}$  el adquirente no debe realizar ningún pago. Los derechos de transmisión pueden ser adquiridos tanto por el vendedor como por el comprador. Así, el resultado de este proceso sería (suponiendo que los derechos de transmisión hayan sido adquiridos por el comprador:

Pagos comprador =

$$\begin{aligned} & \text{Pagos al mercado} + \text{Contrato por diferencias} + \text{Derechos de transmisión} \\ & = E_C\pi_{M2} + E_C(\pi_C - \pi_{M1}) - E_C(\pi_{M2} - \pi_{M1}) = E_C\pi_C \end{aligned}$$

Ingresos vendedor =

$$\begin{aligned} & \text{Ventas al mercado} + \text{Contrato por diferencias} \\ & = E_C\pi_{M1} + E_C(\pi_C - \pi_{M1}) = E_C\pi_C \end{aligned}$$

Obsérvese que en este caso el comprador paga al vendedor la diferencia entre el precio del contrato y el del mercado del propio vendedor. La ejecución de los derechos de transmisión es negativa porque se trata de un ingreso. Puesto que ha adquirido estos derechos de transmisión, al coste de la energía habrá que añadirle el coste de adquisición de estos derechos. Esta adquisición es provechosa siempre que el precio del contrato y el de adquisición de los derechos de transmisión sea inferior a  $\pi_{M2}$ .

Para que este producto funcione adecuadamente, la entidad emisora de derechos de transmisión debe emitir la cantidad adecuada. Para el pago de las cantidades correspondientes se puede emplear el excedente de la congestión que gestiona la entidad emisora (como se ha indicado antes, normalmente se trata del gestor de la red de transporte). Una emisión excesiva de derechos de emisión implicaría que los pagos que se realizarían serían superiores al excedente de la congestión.

## 5. Servicios auxiliares. Mercados de reservas.

Los servicios auxiliares, también llamados servicios complementarios, son procesos de gestión técnica del sistema que resultan necesarios para asegurar el suministro de energía eléctrica en las condiciones de calidad, fiabilidad y seguridad necesarias. Los principales servicios auxiliares son:

- Regulación frecuencia-potencia o gestión del balance generación-demanda. Es el más importante y complejo, e incluye distintos servicios, como se descubrirá más adelante.
- Control de tensión. Mediante este servicio se desea garantizar que las tensiones en el sistema están dentro de unos márgenes admisibles, con el fin de facilitar el transporte de energía, y de que se cumplan las debidas condiciones de seguridad. Para ello es necesario gestionar de una forma óptima los recursos de potencia reactiva disponibles en el sistema. Normalmente estos servicios no se asignan empleando mecanismos de mercado por la dificultad de poner un precio a la energía reactiva y por el carácter local de los mismos que reduce el número de agentes que pueden solucionar un problema dado.
- Restauración del sistema. Este servicio consiste en iniciar la operación de un sistema, una vez que se ha producido un fallo, total o parcial, en una red.

El servicio auxiliar de regulación frecuencia-potencia es el que mantiene el balance entre energía producida y consumida, y hace uso de las reservas de operación disponibles. Es por ello de vital importancia para el funcionamiento del sistema. Por esto es aquel cuyo desarrollo reglamentario y cuyas reglas de funcionamiento están más detalladas. En los siguientes apartados se describirán brevemente los servicios que incluye y los mercados asociados con este servicio, así como su retribución.

### 5.1. Tipos de reserva.

El concepto de *reserva* en un sistema eléctrico puede aludir a dos conceptos. Por un lado, las **reservas de planificación**, que son aquellas con las que el sistema hace frente a los picos de demanda teniendo en cuenta las indisponibilidades y los recursos existentes. Por otro lado, las **reservas de operación** son aquellas que se emplean para mantener la seguridad del sistema, reaccionando ante perturbaciones del sistema y variaciones de producción y demanda. En este capítulo trataremos exclusivamente de las reservas de operación, por lo que cuando se emplee este término, tendrá este significado.

Cuando se produce un desequilibrio entre la generación y la demanda, se tiene que hacer uso de la reserva, para disminuir o aumentar la producción de generación. En función de los horizontes de utilización de dicha reserva, esta se clasifica en Europa en cuatro tipos, que se ilustran en la Figura 5 <sup>4</sup>:

**Reserva primaria (*Frequency containment reserves, FCR*):** Se trata de reservas que actúan ante variaciones de la frecuencia y que mantienen el balance de potencia en un área síncrona. La actuación de estas reservas y la restauración del equilibrio conlleva una desviación de la frecuencia de su valor nominal. Esta categoría incluye típicamente reservas de operación con un tiempo de actuación de hasta 30 segundos (en algunos casos hasta 2-3 minutos). Las reservas de operación de este tipo actúan normalmente de forma automática y local (en cada generador).

**Reserva secundaria (*Automatic frequency restoration reserves, aFRR*):** Son las reservas necesarias para devolver la frecuencia del sistema a su valor nominal tras una perturbación y que se ponen en funcionamiento de forma automática <sup>5</sup>. Su activación se produce entre 30 segundos y su tiempo de actuación es de 15 minutos.

**Reserva terciaria (*Manual frequency restoration reserves, mFRR*):** Estas reservas sustituyen a la reserva secundaria al cabo de 15 minutos para devolver la frecuencia del sistema a su valor nominal tras una perturbación y que se ponen en funcionamiento de forma manual.

**Energía de balance (*Replacement reserves, RR*):** Las reservas de energía activa disponibles para restaurar o soportar el nivel requerido de FRR a fin de estar preparados para posibles desequilibrios adicionales del sistema.

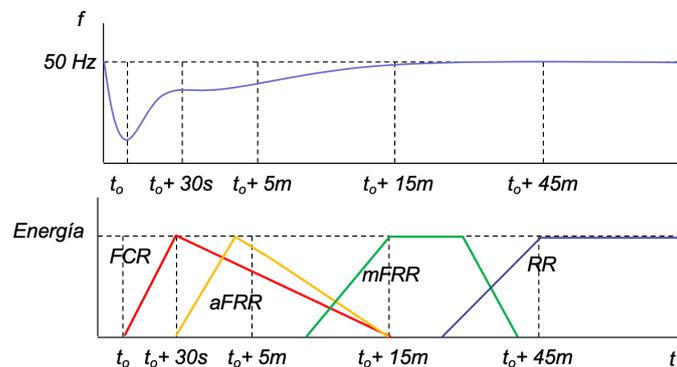


Figura 5: Distintos tipos de reserva.

<sup>4</sup>Basada en el documento *ENTSO-E, 2018. Electricity Balance in Europe*.

<sup>5</sup>No en todos los sistemas la activación de estas reservas es automática.

La determinación de la reserva necesaria corre a cargo del gestor de la red de transporte, que establece la cantidad necesaria para cada momento con una antelación de un día típicamente, a partir de los errores previsibles de la predicción de la demanda para cada instante, de la central más grande presente que pueda perderse, de la potencia disponible en las interconexiones y del nivel de generación intermitente, como la eólica y solar, cuando esta es significativa. A lo largo del día se modifica la asignación si es necesario y se hace uso de la reserva para realizar también el seguimiento de la demanda.

La reserva primaria suele ser un servicio obligatorio para los generadores presentes en un sistema eléctrico, y no tiene retribución alguna. Sin embargo, las reservas secundaria y terciaria son servicios potestativos, y por tanto tienen una contraprestación económica. Esta se determina mediante mecanismos de mercado, tal como se describe a continuación.

## 5.2. Provisión de la reserva.

La provisión de la reserva secundaria y terciaria solo puede ser realizada por aquellas centrales que puedan variar su producción según unas determinadas condiciones (rapidez, fiabilidad, etc.). Estas centrales tienen la posibilidad de ofertar este servicio al gestor de la red de transporte.

Los participantes en estos mercados ponen precio, por un lado, a la capacidad, o cantidad de potencia que una central deja a disposición del gestor de la red de transporte para que este la utilice cuando sea necesaria, y por otro, a la energía, esto es, al uso que el gestor de la red de transporte ha hecho de la capacidad disponible. Hay que tener en cuenta que, puesto que los desequilibrios entre generación y demanda pueden ser de exceso o de falta de generación, las centrales deben ofertar, tanto su capacidad a aumentar su potencia, como a disminuirla. Normalmente, las ofertas de aumento de potencia son a un precio superior al marginal del sistema, en tanto que las ofertas de disminución (recompra de energía) lo son a un precio inferior al marginal del sistema para la hora en la que se realizan estas ofertas.

La forma de adjudicar este servicio puede ser, por ejemplo, por contratos a medio o largo plazo entre el gestor de la red de transporte y el proveedor del servicio, o mediante un mercado en el que se escoge a aquellos ofertantes que lo hagan a un precio más bajo hasta cubrir las necesidades previstas. Mediante estos mecanismos se deberá establecer la cantidad disponible de potencia de reservas, y su precio, así como el precio de la energía, a subir y a bajar. El precio asignado puede ser el precio marginal, esto es, la oferta más alta aceptada, o el precio medio de las ofertas aceptadas.

## 5.3. Uso de la reserva.

Además de especificar el mecanismo de asignación de este servicio a sus posibles proveedores, es necesario determinar la manera de asignar el coste de estos servicios entre sus usuarios. Estos usuarios son aquellos que se desvían de la posición prevista en el mercado por un error de previsión del recurso (como la energía eólica), por una indisponibilidad imprevista, o por un error en la previsión de la demanda.

La asignación debe ser eficiente, en el sentido de que debe incitar a que los desvíos entre generación o demanda previstos y reales sean lo menor posibles, y que solo se asignen los costes realmente incurridos. Existen distintos mecanismos que se emplean con este objeto.

Por un lado, se pueden repartir los costes de los desvíos del sistema entre cada uno de los usuarios que han incurrido en un desvío. En algunos sistemas existen unas entidades responsables de equilibrio, que agrupan distintos medios de generación, junto con demanda, y que tratan de compensar el error conjunto utilizando sus propios medios. En general, se suele considerar que una forma centralizada puede ser más eficiente, pues tiene acceso a más recursos que puede utilizar de forma óptima.

Los precios del desvío pueden regirse según dos sistemas: *precio único* o *precio doble*.

**Sistema de precio único:** En este sistema todos los desvíos pagan o reciben el precio de la reserva que se paga a los que proveen el servicio.

**Sistema de precio doble:** En este sistema pagan de forma diferente los que se desvían en el mismo sentido del sistema, y los que se desvían en sentido opuesto. Existe un precio principal, que es el precio del desvío coincidente con el global del sistema, y un precio inverso, que es el que se emplea cuando el desvío es opuesto al del sistema.

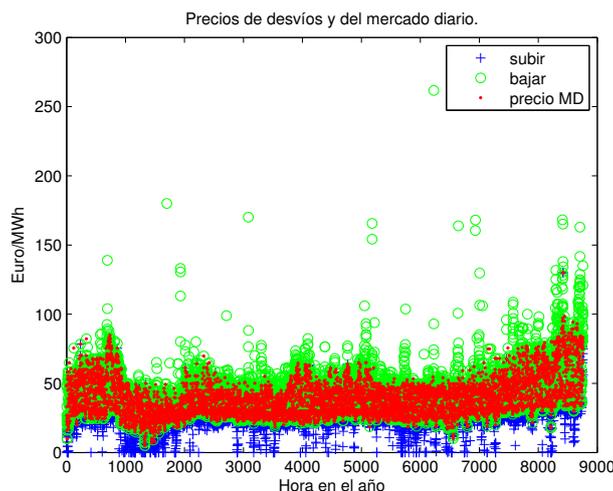


Figura 6: Precios de desvíos y del mercado diario en el mercado español (marzo de 2007 a febrero de 2008). Fuente: REE.

En la Figura 6 se muestran los precios del mercado diario, de los desvíos a subir y de los desvíos a bajar en el mercado español (que sigue un sistema de precio doble) entre marzo de 2007 y febrero de 2008. La nomenclatura empleada en el sistema español se explica a continuación.

**Precio del desvío a subir**,  $\pi^+$ , es el precio que se paga a la energía cuando se genera más de lo asignado en el mercado. El valor de este precio está comprendido entre  $0 \leq \pi^+ \leq \pi_{MD}$ , donde  $\pi_{MD}$  es el precio del mercado diario.

**Precio del desvío a bajar**,  $\pi^-$ , es el precio que tiene que pagar un agente por la potencia que se ha tenido que suministrar para compensar que ha producido menos de lo asignado en el mercado. Este precio está comprendido entre  $\pi_{MD} \leq \pi^- \leq \infty$ .

Hay que tener en cuenta que un desvío del sistema a bajar (mayor demanda que generación) tendrá que ser cubierto por la reserva a subir, que producirá energía adicional, que se le pagará el precio de la **reserva a subir** ( $\pi_R^+$ ), que determina el precio del **desvío a bajar** ( $\pi_D^-$ ). Un desvío del sistema a subir (mayor generación que demanda) se debe cubrir con la reserva a bajar, que reducirá su producción. La reserva a bajar debe devolver por la energía que no ha producido una cantidad inferior al precio del mercado al que la ha vendido, el precio de la **reserva a bajar** ( $\pi_R^-$ ), que determina el precio del **desvío a subir** ( $\pi_D^+$ ). Estas ideas se resumen en la Tabla 5.3 en la que  $\pi_M$  es el precio de la energía en el mercado y  $G_M$  y  $D_M$  la energía vendida y comprada, respectivamente, en el mercado.

**Agregación de agentes y pago por desvíos.** El sistema de precios dobles genera un excedente al gestor de la red de transporte, y por tanto no refleja los costes de operación. Se suele emplear (incluso incrementado en algunos casos) como incentivo para reducir los desvíos lo más posible. Por otra parte estos sistemas estimulan a la participación conjunta en los mercados para reducir los pagos por desvíos, puesto que la compensación de desvíos a subir y a bajar de agentes que participan conjuntamente en el mercado hace que el conjunto pague menos por ellos que la suma de todos los componentes de ese conjunto, como se muestra en la Tabla 2. En ella se puede observar que la agregación conlleva menores pagos por concepto de desvíos en el sistema de precios dobles, pero no supone ningún beneficio para los que se desvían en el sistema de precio único.

El coste de este servicio incluye, como se ha indicado antes, dos conceptos: por un lado el de la energía efectivamente consumida o recomprada, y por otro el de la capacidad que los generadores que suministran este servicio ponen a disposición del sistema. El primero debe ser adjudicado a aquellos usuarios que han incurrido en desvío, pero el segundo se debe pagar en cualquier caso, pues la banda de potencia debe

Tabla 1: Pagos y cobros de desvíos y reserva. Resumen.

		Desvío del sistema	
		Subir	Bajar
Desvío generador	$G > G_M$	cobra $\pi_D^+ \leq \pi_M$	cobra $\pi_M$ (precio doble) ó $\pi_D^-$ (precio simple)
	$G < G_M$	paga $\pi_M$ (precio doble) ó $\pi_D^+$ (precio simple)	paga $\pi_D^- \geq \pi_M$
Desvío consumo	$D > D_M$	paga $\pi_M$ (precio doble) ó $\pi_D^+$ (precio simple)	paga $\pi_D^- \geq \pi_M$
	$D < D_M$	cobra $\pi_D^+ \leq \pi_M$	cobra $\pi_M$ (precio doble) ó $\pi_D^-$ (precio simple)
Reserva		a bajar paga $\pi_R^- \leq \pi_M$	a subir cobra $\pi_R^+ \geq \pi_M$

Tabla 2: Comparación entre sistemas de precio doble y precio simple. Desvío del sistema a bajar.

	Precio doble	Precio simple
	$\pi^- = 60$ R/MWh ; $\pi^+ = 50$ R/MWh	$\pi^- = \pi^+ = 60$ R/MWh
Caso 1:		
Agente 1 = + 50 MW	$+50 \cdot 50 = +2500$ R	$+50 \cdot 60 = +3000$ R
Agente 2 = - 30 MW	$-30 \cdot 60 = -1800$ R	$-30 \cdot 60 = -1800$ R
Pagos Ag1 + Ag2	$2500 - 1800 = 700$ R	$3000 - 1800 = 1200$ R
Agregación = + 20 MW	$+20 \cdot 50 = +1000$ R	$+20 \cdot 60 = +1200$ R
	$\pi^- = 60$ R/MWh ; $\pi^+ = 50$ R/MWh	$\pi^- = \pi^+ = 60$ R/MWh
Caso 2:		
Agente 1 = - 50 MW	$-50 \cdot 60 = -3000$ R	$-50 \cdot 60 = -3000$ R
Agente 2 = + 30 MW	$+30 \cdot 50 = +1500$ R	$30 \cdot 60 = 1800$ R
Pagos Ag1 + Ag2	$-3000 + 1500 = -1500$ R	$3000 - 1800 = 1200$ R
Agregación = - 20 MW	$-20 \cdot 60 = -1200$ R	$-20 \cdot 60 = -1200$ R

NOTA: Precio del mercado diario  $\pi_{MD} = 50$  R/MWh

estar siempre disponible, y por eso es frecuente que se socialice, es decir, que se reparta entre todos los usuarios. Dependiendo del tipo de reserva, puede ser conveniente que su coste se incluya en el coste de la energía, con el fin de aumentar el coste del desvío para hacer a los usuarios más reacios a incurrir en él. Sin embargo no es posible calcular exactamente este sobreprecio de la energía.

## A. Definiciones de microeconomía.

**Demanda agregada.** La demanda agregada se representa mediante una curva que indica la utilidad marginal de los usuarios, es decir, lo que están dispuestos a pagar los usuarios por una unidad más de un bien. Esta utilidad es decreciente con el precio: un usuario estaría dispuesto a pagar progresivamente menos por una unidad más de un bien. Una curva de este tipo, con utilidad marginal decreciente linealmente, se representa en la Figura 7. Puesto que si la utilidad marginal se representa mediante una recta, la curva de utilidad de la demanda (su integral) será en ese caso cuadrática:

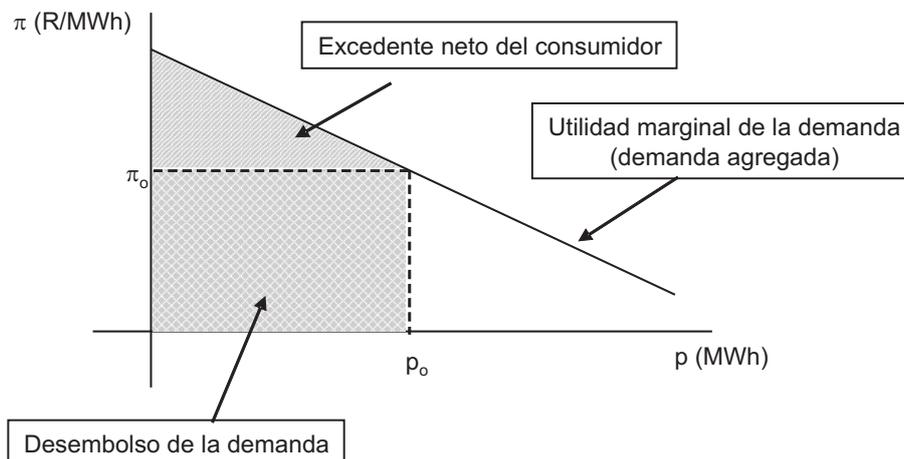


Figura 7: Curva de demanda agregada.

En esta figura, si el precio del bien es  $\pi_o$ , la demanda adquiriría una cantidad  $p_o$  del bien. El desembolso que los usuarios harían por la adquisición del bien es de  $\pi_o \cdot p_o$ , que es un área rectangular en la Figura 7. Puesto que algunos de ellos hubieran estado dispuestos a pagar más por ese bien, la diferencia entre lo que hubieran estado dispuestos a pagar y lo que han pagado por ello es lo que se conoce como *excedente del consumidor*, y que en la Figura 7 es el área triangular por encima del desembolso de la demanda.

Un concepto útil es la *elasticidad de la demanda*,  $e$ , que se define como

$$e = \frac{dp/p}{d\pi/\pi} \quad (7)$$

Una demanda elástica es aquella que es muy sensible al precio, en tanto que una demanda inelástica adquiere una cantidad parecida de un bien aunque el precio varíe mucho. La demanda eléctrica es un ejemplo de demanda inelástica *a corto plazo*, es decir, que la cantidad de energía eléctrica consumida varía poco si hay una variación grande de precio, por ejemplo, de un día para otro. Sin embargo, para plazos de tiempo más largos, sí que puede variar la demanda eléctrica en función del precio, puesto que se pueden utilizar otras fuentes de energía alternativas, producir uno mismo la electricidad, o simplemente ahorrar. Una elasticidad alta de la demanda implica un aumento de desembolso para la demanda cuando sube el precio. Por el contrario, si la elasticidad es baja, un aumento de precio implica una disminución del desembolso.

La elasticidad de la demanda no es la derivada de la curva de utilidad marginal, como se desprende de su formulación. Una curva de utilidad marginal con pendiente constante tiene una elasticidad diferente para distintos precios. Una recta vertical tiene una elasticidad nula, es decir, no es sensible en absoluto al precio.

La curva de demanda no es constante, sino que se desplaza a la derecha (expansión) o a la izquierda (contracción) en función de los precios de los productos relacionados con el bien dado, de las preferencias cambiantes de los consumidores, y de otros elementos especiales.

**Oferta agregada.** La curva de oferta agregada es la relación entre el precio de mercado de un bien y la cantidad que los productores están dispuestos a producir. La curva representa el precio que tendría

que tener el bien para producir una unidad más del mismo. Esta curva es creciente, pues producir una unidad más siempre representa un coste mayor según la ley de rendimientos decrecientes. En la Figura 8 se representa una curva lineal de oferta agregada, que sería la suma de las funciones de oferta de los distintos productores.

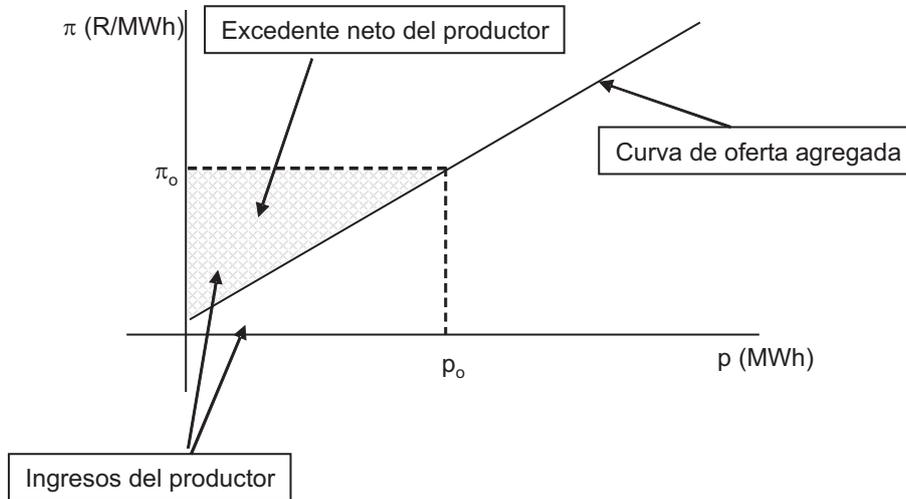


Figura 8: Curva de oferta agregada.

En esta Figura, para un precio del bien  $\pi_o$ , se vendería una cantidad  $p_o$  del bien. Los ingresos que recibiría la oferta agregada por esta cantidad sería el producto  $\pi_o \cdot p_o$ , que está representado por un cuadrado en la Figura 8. Puesto que algunos bienes (todos menos la última unidad) se han pagado a un precio superior para el que la oferta hubiera estado dispuesta a producir esa cantidad, se ha producido un *excedente del productor*, que está representado en la Figura 8 por el triángulo superior a la curva de oferta agregada.

**Equilibrio de la oferta y la demanda.** El equilibrio entre la oferta y la demanda se produce cuando la cantidad que desean adquirir los consumidores es igual a la que desean vender los vendedores, para el precio de equilibrio. Este equilibrio se produce en el punto de intersección de las curvas de oferta y de demanda agregada, tal como se muestra en la Figura 9.

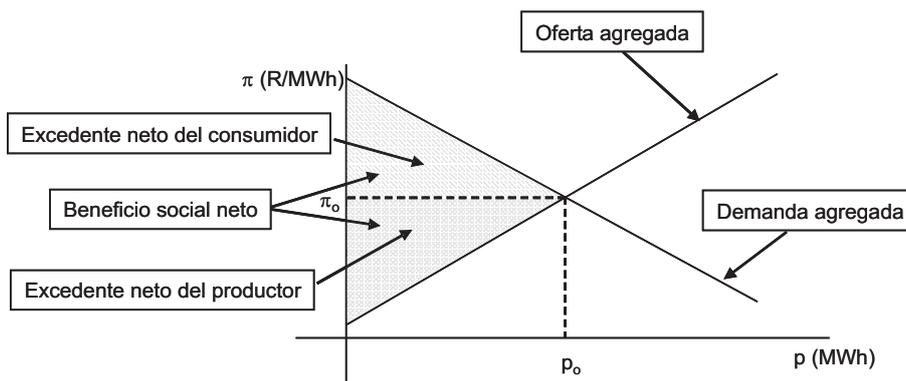


Figura 9: Formación del precio en mercados de competencia perfecta.

El punto de intersección de las curvas es un punto de equilibrio estable y es eficiente en el sentido de Pareto, lo que quiere decir que el beneficio de una de las partes sólo puede aumentarse disminuyendo el de las otras.

## B. Flujo de potencia en corriente continua y coeficientes de sensibilidad.

En este apéndice se incluyen una explicación del flujo de potencias en su formulación general y una explicación abreviada de métodos de cálculo simplificados de análisis de sistemas eléctricos: el flujo de potencia en corriente continua y los coeficientes lineales de sensibilidad. Estos métodos simplificados permiten aproximaciones rápidas al reparto de potencias activas en un sistema eléctrico. Dada su sencillez y los escasos tiempos de cálculo que requieren se usan en grandes sistemas o si no se requiere información sobre tensiones y circulaciones de potencia reactiva en los elementos. También como primera aproximación para detectar posibles situaciones problemáticas que luego se pueden estudiar con más detalle.

### B.1. Flujo de potencias en corriente alterna.

El algoritmo de flujo de potencias es un método que permite obtener tensiones, corrientes y potencias en un circuito o red eléctrica cuando se conoce la potencia consumida o generada en cada uno de los nudos del mismo.

Las ecuaciones del flujo de potencias se basan en el método de nudos de análisis de circuitos, y en la definición de potencia aparente, que se muestran en las ecuaciones (8).

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_i &= \mathbf{u}_i \mathbf{i}_i^* \\ \mathbf{i}_i &= \sum_k \mathbf{y}_{ik} \mathbf{u}_k \end{aligned} \quad (8)$$

en donde  $\mathbf{u}_i$  es la tensión en el nudo  $i$  del sistema,  $\mathbf{i}_i$  es la corriente inyectada en el nudo  $i$  del sistema,  $\mathbf{y}_{ik}$  es el término  $(i, k)$  de la matriz de admitancias nodales de la red, y  $\mathbf{s}_i$  es la potencia aparente compleja inyectada en el nudo  $i$ . En la figura 10 se muestra un ejemplo de las potencias inyectadas en los nudos de un pequeño sistema.

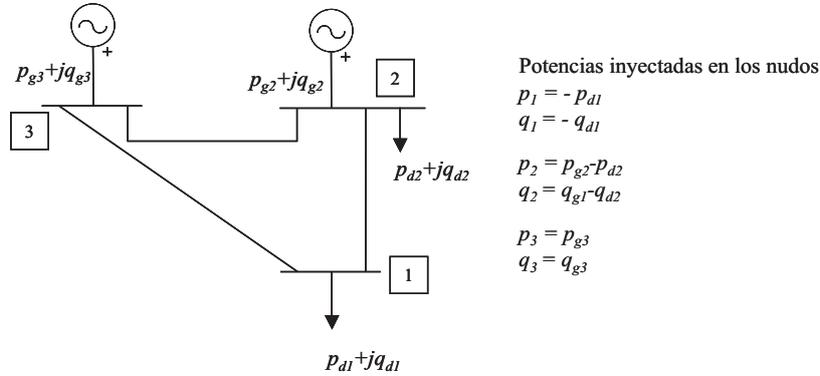


Figura 10: Potencias inyectadas en un sistema de 3 nudos

Al desarrollar la ecuación (8) se llega a la siguiente expresión para la potencia inyectada en un nudo  $i$

$$\mathbf{s}_i = \mathbf{u}_i \sum_k \mathbf{y}_{ik}^* \mathbf{u}_k$$

Que se puede separar en sus partes real e imaginaria, obteniéndose las ecuaciones (9).

$$\begin{aligned} p_i &= \sum_k u_i u_k y_{ik} \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \\ q_i &= \sum_k u_i u_k y_{ik} \sen(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \end{aligned} \quad (9)$$

en donde

$u_i$  es el módulo de la tensión compleja  $\mathbf{u}_i$

$\delta_i$  es el argumento de la tensión compleja  $\mathbf{u}_i$

$y_{ik}$  es el módulo de la admitancia compleja  $\mathbf{y}_{ik}$

$\theta_{ik}$  es el argumento de la admitancia compleja  $\mathbf{y}_{ik}$

Las ecuaciones no lineales de (9) se deben plantear para cada nudo. De las cuatro magnitudes propias del nudo que entran en las ecuaciones (potencia activa, potencia reactiva, módulo de la tensión y argumento de la tensión), dos magnitudes deben ser datos, y otros dos incógnitas para poder formar un sistema compatible determinado. Los datos e incógnitas que hay en ellas pueden diferir de un nudo a otro, según el tipo de nudo de que se trate. En la tabla 3 se recogen los tipos de nudo y las magnitudes dato e incógnita.

Tabla 3: Tipos de nudos, con sus datos e incógnitas

	u	$\delta$	p	q
Nudo PQ	Inc.	Inc.	Dato	Dato
Nudo PV	Dato	Inc.	Dato	Inc.
Nudo oscilante	Dato	Dato	Inc.	Inc.

Donde los tipos de nudos se definen de la siguiente manera

**Nudos PQ** Se trata generalmente de nudos de carga en los que no existe posibilidad de controlar la tensión, pero en los que se conocen los consumos de potencia activa y reactiva.

**Nudos PV** Suelen ser nudos con generadores, que se emplean para regular la tensión, por lo que se precisa de un sistema de control de tensión. La potencia que suministran debe ser un dato, que se les adjudica en un proceso previo.

**Nudo oscilante** Sólo hay un nudo oscilante en el sistema, que se suele tomar como origen de fases, y cuya potencia no puede especificarse de antemano porque se ignoran las pérdidas del sistema.

Hay que observar que los términos de potencia reactiva en los nudos PV, y de potencias activa y reactiva del nudo oscilante están desacoplados de las restantes ecuaciones, es decir, que sus incógnitas no aparecen en las ecuaciones de otro nudo. Por esta razón estas ecuaciones pueden separarse del resto y resolverse cuando todas las restantes incógnitas hayan sido obtenidas. Por esta razón, el número de ecuaciones e incógnitas que deben resolverse simultáneamente (pues todas las incógnitas están acopladas entre sí) son las que se muestran en la tabla 4.

Tabla 4: Datos e incógnitas en las ecuaciones de flujo de cargas.

Ecuaciones	Incógnitas
$2 \cdot NPQ (p \text{ y } q)$	$2 \cdot NPQ (u \text{ y } \delta)$
$1 \cdot NPV (p)$	$1 \cdot NPV (u)$

Donde  $NPQ$  y  $NPV$  representa el número de los nudos PQ y PV existentes en el sistema.

A partir de las ecuaciones de flujo de potencia se pueden obtener las potencias que circulan de un nudo  $i$  a un nudo  $j$ , que tienen la siguiente expresión:

$$p_{ij} = u_i u_j y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) - u_i^2 y_{ij} \cos \theta_{ij} \quad (10)$$

$$q_{ij} = u_i u_j y_{ij} \sen(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) + u_i^2 y_{ij} \sen \theta_{ij} - b_{ij} u_i^2 \quad (11)$$

donde  $b_{ij}$  es la susceptancia paralelo (en el caso de líneas, la rama paralelo del equivalente en  $\pi$ ) de la rama  $i$ - $j$  situada en el nudo  $i$ .

## B.2. Flujo de potencia en continua.

El flujo de potencia en continua es una simplificación del problema del flujo de potencia en la que se eliminan completamente las ecuaciones relativas a tensión y potencia reactiva, lo que da lugar a un algoritmo lineal **no iterativo** del flujo de potencia. Además, se realizan otras simplificaciones, a saber:

- Las líneas son puramente inductivas.
- No se consideran las admitancias paralelo de la red.
- Se supone que todas las tensiones están a 1,0 p.u.
- Se sustituye el seno de la diferencia de ángulos por la propia diferencia (en radianes). Esta es una buena aproximación para diferencias pequeñas.

El resultado de este proceso es una solución aproximada a la solución en lo que respecta a la potencia activa, aun cuando no proporciona ninguna información sobre flujos de potencia reactiva.

Las ecuaciones de este método son las que se muestran en la fórmula (12):

$$\mathbf{B} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_{n-1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

en donde  $\mathbf{B}$  es la matriz formada por los coeficientes  $b_{ik}$ , que se definen de la forma siguiente:

$b_{ik} = -\frac{1}{x_{l,ik}}$  es el término de fuera de la diagonal de la matriz de coeficientes, y su valor la inversa de la reactancia que une los nudos  $i$  y  $k$ , cambiada de signo.

$b_{ii} = \sum_k \frac{1}{x_{l,ik}}$  es el término de la diagonal de la matriz de coeficientes, cuyo valor es la suma de las inversas de las reactancias de las líneas confluyentes en el nudo  $i$ .

Estas ecuaciones no se aplican al nudo oscilante.

El flujo de potencia por las líneas (entre los nudos  $i$  y  $k$ ) se obtiene mediante la ecuación (13).

$$p_{f,ik} = \frac{1}{x_{ik}} (\delta_i - \delta_k) \quad (13)$$

Esta expresión se puede formular vectorialmente de la siguiente manera:

$$\mathbf{p}_f = \mathbf{X}^{-1} \mathbf{A}^t \delta \quad (14)$$

En la fórmula (14), la matriz  $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{R \times R}$ , donde  $R$  es el número de ramas del sistema, es una matriz diagonal cuyos términos son las reactancias de cada rama. La matriz  $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{R \times (N-1)}$ , donde  $N$  es el número de nudos del sistema, es la matriz de incidencias, cuyos términos son ceros, salvo los nudos inicial y final de cada rama, que toman el valor 1 y -1, respectivamente. Por ejemplo, la potencia que circula por la rama que une los nudos  $i$  y  $k$  se obtendría de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ p_{f,ik} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & \frac{1}{x_{ik}} & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & -1 & \dots & 0 \\ & & \uparrow & & & & \uparrow & & \\ & & i & & & & k & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \delta_i \\ \vdots \\ \delta_k \\ \vdots \end{bmatrix}$$

La sensibilidad  $s_{l,i}$  de la potencia circulante por una línea  $l$ ,  $p_{f,l}$ , ante variaciones de la potencia inyectada por una central  $i$ ,  $p_i$ , se define de la forma siguiente:

$$s_{l,i} = \frac{\Delta p_{f,l}}{\Delta p_i} \quad (15)$$

Los coeficientes  $s_{l,i}$  se pueden obtener de forma analítica a partir de las expresiones (14) y (12), dando lugar a la expresión (16).

$$\mathbf{p}_f = \mathbf{X}^{-1} \mathbf{A}^t \mathbf{B} \mathbf{p} \quad (16)$$

que se puede expresar como  $\mathbf{p}_f = \mathbf{S} \mathbf{p}$ , donde  $\mathbf{S} = \mathbf{X}^{-1} \mathbf{A}^t \mathbf{B}$  es la matriz con los coeficientes de sensibilidad, y  $\mathbf{p}$  es el vector de inyecciones de potencia en cada nudo, exceptuando el nudo oscilante. Los coeficientes de la matriz  $\mathbf{S}$ ,  $s_{l,i}$ , también se denominan *Power Transfer Distribution Factors* (PTDF).

Hay que señalar que la definición de este coeficiente implica que, puesto que la demanda se ha considerado constante, la variación de potencia de una central tiene que ser compensada por una variación opuesta en otra. Por la formulación del flujo de potencia, esta variación es asumida por el generador del nudo oscilante. Por tanto, y por definición, el coeficiente de sensibilidad de la central del nudo oscilante, con respecto a cualquier línea, es cero.

$$s_{osc,l} = 0 \quad \forall l \in R$$

donde  $R$  es el conjunto de líneas de la red.

En la práctica la variación de potencia en una central es compensada por la variación de las centrales que realizan la regulación frecuencia-potencia. Por tanto, la variación de potencia en una de las centrales producirá variaciones en las restantes que en general dependen a la potencia nominal de cada una de ellas.