Participación en los mercados de energía eléctrica.

Julio Usaola
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad Carlos III de Madrid
e-mail: jusaola@ing.uc3m.es

Última revisión: 26 de enero de 2021

Índice

Objetivos del tema

En este tema se describen de forma simplificada cómo pueden participar las empresas de generación en los mercados de electricidad para conseguir los máximos beneficios. Se describirán esta actuación tanto en mercados de competencia perfecta, como en oligopolios, según dos modelos, Cournot y función de oferta. Las tecnologías consideradas son térmica e hidráulica. Adicionalmente, se añade la descripción de la participación de las energías renovables no gestionables y de los agregadores, aquellos agentes que coordinan y gestionan recursos de generación y consumidores. Se presta especial atención a los inconvenientes que trae consigo el ejercicio o abuso del poder de mercado en los oligopolios.

Los objetivos de este capítulo son los siguientes:

- Conocer los principios de participación de las tecnologías de generación en los mercados de electricidad.
- Conocer las diferencias entre mercados de competencia perfecta y de competencia imperfecta, en lo que se refiere a formas de participación y consecuencias para el consumidor.
- Introducir la figura del agregador como gestor de recursos de generación y consumidores. Esta figura se desarrollará en un futuro a medio plazo.

1. Introducción. Mercados de competencia perfecta y oligopolios.

En los apartados sucesivos se planteará de forma muy simplificada la estrategia de participación de las centrales en mercados de subastas y al contado (*spot*) como los mercados diarios, de uso común en toda Europa. Hay que tener en cuenta que en muchos países la energía que se negocia en este tipo de mercados es una parte menor de la totalidad de la energía producida. En esos países, la mayor parte de la energía se negocia en mercados a plazo o acuerdos bilaterales. Además, según las normas de participación en algunos mercados, no se realiza una oferta detallada por planta de generación, sino que las compañías hacen ofertas agregadas a partir de los activos de generación de que disponen.

Tanto en un entorno liberalizado como en uno centralizado, las empresas generadoras tienen que resolver, a medio plazo, temas como el mantenimiento de las centrales, la gestión de embalses y el suministro de combustibles. En un entorno de mercado, las empresas tienen que enfrentarse también a temas como el de su posición en el mercado, así como la previsión de los precios de combustible y electricidad. Por otra parte, para la participación en los mercados al contado las empresas pueden necesitar técnicas de predicción de la demanda, de precios y del comportamiento de los competidores. Todas estas herramientas se emplean para decidir la energía que va a ofertar al mercado y su participación en servicios complementarios.

Este cambio de perspectiva con respecto al modelo centralizado se traduce en la reformulación de la función objetivo a optimizar: en vez de minimizar los costes de producción (que suelen formularse mediante funciones convexas), se deben maximizar los beneficios, lo que con frecuencia requiere el uso de funciones no convexas.

En la formulación del problema de optimización para elaborar ofertas por planta de producción es preciso incluir la siguiente información:

Grupos térmicos: Costes de combustible, costes de puesta en marcha y parada, límites inferior y superior de potencia y rampa, tiempos mínimos de conexión y desconexión, etc.

Grupos hidráulicos: Valor del agua almacenada, restricciones de potencia máxima, volúmenes máximo y mínimo del embalse, etc.

En los siguientes apartados se va a estudiar el comportamiento posible de las plantas generadoras, térmicas e hidráulicas en distintos modelos de mercado: en primer lugar suponiendo que el mercado en el que participa es un mercado de competencia perfecta, y después suponiendo que participa en un mercado de competencia oligopolística. En los mercados de competencia oligopolística solo se describirá el modelo de función de oferta en el caso de centrales térmicas.

1.1. Mercados de competencia perfecta

En un mercado de competencia perfecta se cumplen las siguientes condiciones:

- Las empresas son muy pequeñas en relación con el tamaño del mercado. Por tanto, no tienen influencia sobre el precio del producto.
- Una consecuencia de esta situación es que el precio para las empresas es una variable independiente (predecible en cierto grado).
- La curva de demanda para una empresa es horizontal, es decir, infinitamente elástica.

La curva de oferta de una empresa en un mercado de competencia perfecta coincide con la de sus costes marginales, puesto que de esta forma obtiene el beneficio máximo. En efecto, el beneficio de la empresa, B, será la diferencia entre los ingresos I y los costes C, $B = I - C$. El beneficio máximo se obtiene derivando esta expresión con respecto a la cantidad del bien, e igualando esta derivada a cero, es decir:

$$\frac{\partial B}{\partial P} = \frac{\partial I}{\partial P} - \frac{\partial C}{\partial P} = IM - CM = 0 \tag{1}$$

donde IM y CM denotan, respectivamente, **ingresos marginales** y **costes marginales**. Los ingresos marginales se pueden definir como el ingreso que el productor tendría por una unidad más del producto. El beneficio máximo se producirá para aquel valor de producción en el que se igualen los costes marginales y los ingresos marginales.

Ahora bien, en un mercado de competencia perfecta el precio es una variable independiente para cualquier participante, por lo que los ingresos son $\pi \cdot P$, y los ingresos marginales coinciden con el precio del bien. Por tanto, en un mercado de competencia perfecta, un productor obtendrá el máximo beneficio posible si los costes marginales del bien producido coincide con el precio del bien. En general, se comporte el mercado como de competencia perfecta o como oligopolio, para los participantes pequeños el precio de la energía es una variable independiente sobre la que no se puede influir. Estos participantes se denominan **tomadores de precios**.

1.2. Oligopolios y poder de mercado.

Las conclusiones de los apartados anteriores han sido obtenidas en el supuesto de que los mercados son perfectamente competitivos, es decir, que los participantes en los mismos tienen un tamaño relativamente reducido y sus conductas no pueden influir sobre el precio. Sin embargo, lo más frecuente es que en los mercados la competencia sea imperfecta. Esto se debe a lo que se conoce como *fallos de mercado*. Los fallos de mercado se producen principalmente por tres razones:

1. competencia imperfecta, cuando los vendedores (especialmente) tienen capacidad de controlar sus productos
2. por la existencia de externalidades, cuando las empresas o los individuos imponen costes o beneficios a otros, fuera del mercado
3. información imperfecta, cuando los participantes en el mercado no tienen una información completa sobre los productos que compran o venden.

En este capítulo solo se tratará el caso de competencia imperfecta. Si en un mercado hay solamente un agente que concentra la totalidad de la producción, este mercado es un monopolio, y si concentra la totalidad de la demanda, un monopsonio. Si existen varios agentes que producen artículos ligeramente diferenciados, se trata de un mercado de competencia monopolística. Y, finalmente, si existen unos pocos agentes que producen la mayor parte de los artículos en un mercado, se trata de un oligopolio.

Un oligopolio es, por tanto, un mercado con un número pequeño de vendedores con poder de mercado, es decir, con capacidad de imponer los precios. Para medir el poder de mercado se han definido distintos indicadores de la concentración empresarial de un sector. Uno de ellos es la cuota de mercado que tiene un número dado de las empresas más grandes (se suele considerar un número de cuatro empresas). Otro indicador es el índice Herfindhal - Hirschmanm (HH ó HHI) que se calcula utilizando la fórmula:

$$HHI = \sum_i S_i^2$$

donde S_i es el porcentaje de cuota de mercado de la empresa i del sector. El sumatorio se extiende a todas las empresas del sector. Por ejemplo, si una empresa controla todo el sector (monopolio), el índice HH es de 10000. Si son dos empresas que controlan el 75 % y el 25 % del sector, el índice es de 6250, pero si controla cada una el 50 %, el índice es de 5000. Se suele considerar como un valor de concentración elevada el valor de 2500. Un índice por debajo de 1500 es el de un sector poco concentrado.

El sector eléctrico se caracteriza por un producto indiferenciado (la energía eléctrica) y por economías de escala [1], lo que favorece la concentración empresarial. El modelo de monopolio era el predominante en el sector hasta los años 90, si bien se trataba de monopolios regulados que no buscaban maximizar sus beneficios, sino que estaban destinados a la provisión de un servicio, en este caso el de provisión de la energía eléctrica. A partir de este momento se impuso el modelo de mercado en los sistemas de energía eléctrica de muchos países. En casi todos estos mercados un número pequeño de empresas controla tanto la producción de energía como su comercialización..

Como se ha indicado, un oligopolio se caracteriza porque existe el poder de mercado, esto es, que las empresas grandes y dominantes tienen capacidad de modificar los precios para maximizar sus beneficios. Conviene recalcar que el poder de mercado existe independientemente de que se ejerza o no, bien porque la regulación es efectiva en impedirlo, o bien porque las empresas se abstengan de ejercerlo.

En los oligopolios, las empresas pueden colaborar, o competir entre sí de distintas maneras. En el primer caso se produce lo que se llama colusión, que puede ser tácito (las empresas no se ponen de acuerdo entre sí, sino que utilizan su conocimiento del comportamiento pasado de las otras empresas) o explícito, y en este caso se produce lo que se llama un cártel. El modelado del funcionamiento de los oligopolios competitivos es complejo, y hay distintos modelos frecuentes, como el modelo de Bertrand, el de Cournot o el de la función de oferta, en función de los supuestos que se hacen sobre el comportamiento de los agentes qe participan en ellos. En este apartado solo se incluirán ejemplos del modelo de la función de oferta. Los supuestos de los modelos mencionados se describen a continuación:

Modelo de Bertrand: En este modelo se supone que la competencia mantiene constante el precio del producto. Esta suposición conduce a resultados parecidos a los mercados de competencia perfecta.

Modelo de Cournot: En este modelo se supone constante la cantidad de producto ofertado por la competencia. La aplicación de estos supuestos conduce a precios muy elevados.

Modelo de la función de oferta: Este modelo supone constante la función de oferta de la competencia. Conduce a resultados intermedios entre los modelos de Bertrand y de Cournot, y suele ser el que se aplica en el estudio de los mercados de energía eléctrica.

En general, las consecuencias del ejercicio de poder de mercado son un precio más alto del producto y el uso menos eficiente de los recursos. El alza de precio se consigue contrayendo la oferta, lo que implica no utilizar medios de producción más baratos para que sean los más caros los que fijen el precio. Un ejemplo sencillo se puede mostrar de la siguiente manera.

Sea la curva agregada de oferta de venta de energía que se muestra en la Figura 1, en la que se muestran las ofertas de venta de las centrales de un sistema, así como la curva de demanda agregada. Supóngase que una compañía es propietaria de las centrales A, B y C, siendo esta última la que fija el precio π_C. Si la empresa retirase la oferta de la central C, el precio lo fijaría la central V, $\pi_V > \pi_C$. Puesto que la central C fija el precio, recibe solo sus costes variables y por tanto le es indiferente participar o no, pero las centrales A y B tienen un excedente que aumenta cuando el precio es más alto, por lo que esta estrategia le resulta rentable a la compañía propietaria. Se puede observar que el ejercicio de poder de mercado conlleva elevación de los precios, pues una central es sustituida por otra más cara. Este tipo de conducta debe ser evitada para evitar esta pérdida de eficiencia en el sistema.

[1] Se dice que se produce economía de escala cuando los costes de producción disminuyen cuando aumenta la dimensión de la empresa.

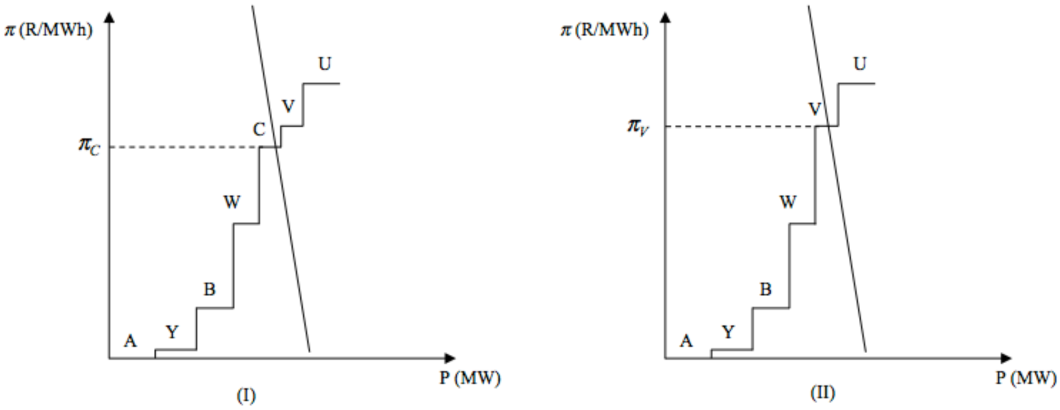

Figura 1: Ejemplo de ejercicio de poder de mercado.

En este capítulo no se abordarán las estrategias de participación en mercados de competencia perfecta que ejerzan el poder de mercado. La formulación de estos problemas queda fuera del alcance de este texto.

2. Participación en el mercado de una central térmica como tomadora de precios. Programación horaria óptima.

Una central que no tuviese costes de puesta en marcha y parada ni otro tipo de restricciones temporales como gradiente de carga, presentaría cada hora su curva de costes marginales como curva de oferta, y el mercado le asignaría potencia en función del precio marginal del sistema y de la curva de costes de la central. En la práctica, una central térmica tiene restricciones y costes que complican la oferta que tiene que presentar. Entre estas restricciones se pueden citar los gradientes máximos de carga, los tiempos de arranque, los tiempos mínimos de funcionamiento o parada, las potencias mínimas y máximas, etc. Además, hay que tener en cuenta los costes de puesta en marcha y parada que pueden provocar que la central esté en funcionamiento con un precio inferior al de sus costes marginales, porque los costes de ponerla en marcha y pararla son superiores a aquellos en los que se incurre por mantenerla en funcionamiento. Estas restricciones y costes suelen tenerse en cuenta en las condiciones complejas de oferta de algunos mercados, como el español de electricidad.

Por tanto, para la presentación de ofertas, una central térmica debe formular un problema de optimización con variables de decisión binarias (conexión y desconexión) y las restricciones mencionadas, que se formularán de forma distinta en función de la manera que las reglas del mercado planteen las condiciones complejas de oferta. En este apartado, y en el ejemplo que se resolverá en él se considerará que:

- La función objetivo consiste en maximizar el beneficio obtenido a lo largo de un día.
- Sólo se pueden presentar ofertas simples al mercado.
- Se tendrán en cuenta los costes de puesta en marcha y parada.
- No se tendrán en cuenta tiempos de puesta en marcha y parada, o tiempos mínimos en funcionamiento o paro.
- Aun cuando varias centrales tengan un mismo propietario, las centrales presentarán ofertas de forma independiente, pues los costes marginales de cada una de ellas no dependen de los de las restantes.

Los costes de las centrales son lineales por tramos. La expresión del coste horario para una central es:

$$f(P) = c + b_0 P^{min} + \sum_{j}^{J} b_j P_j \quad \text{(R/h)}$$

en donde c es el término fijo de la expresión de costes, b_0 es el coste marginal a potencia mínima, P^{min}, P_j es la potencia de cada tramo j en que se ha dividido el rango de potencias de la central, y b_j el coste marginal de cada tramo.

En estas condiciones simplificadas, el problema de optimización que se tiene que resolver es el siguiente:

$$\text{máx} \quad \sum_t^T \left[\hat{\pi}_t P_t - \left(u_t(c + b_0 P^{min}) + \sum_j^J b_j P_{j,t} + x_t CA + y_t CP \right) \right] \tag{2}$$

$$\text{s.a} \quad P_t = u_t P^{min} + \sum_j^J P_{j,t} \qquad \forall t \tag{3}$$

$$P_t - P_{t-1} \leq R^{sub} + x_t \left(P_i^{min} - R^{sub} \right) \qquad \forall t \tag{4}$$

$$P_{t-1} - P_t \leq R^{baj} + y_t \left(P^{min} - R^{baj} \right) \qquad \forall t \tag{5}$$

$$u_t - u_{t-1} = x_t - y_t \qquad \forall t \tag{6}$$

$$x_t + y_t \leq 1 \qquad \forall t \tag{7}$$

$$0 \leq P_{j,t} \leq u_t P_j^{max} \qquad \forall j, t \tag{8}$$

en donde los símbolos tienen el siguiente significado:

- Índices y conjuntos

j	Índice de tramos en que se ha dividido el rango de potencia de la central
t	Índice de intervalos horarios
J	Número de tramos considerados
T	Número de horas consideradas

- Datos y parámetros

$\hat{\pi}_t$	Precio estimado de la energía en la hora t (R/MWh)
CA	Costes de puesta en marcha de la central (R)
CP	Costes de parada de la central (R)
c	Término fijo de la función de costes horarios de la central (R/h)
b_j	Coste marginal del tramo j de la central (R/MWh)
b_0	Coste marginal del tramo de la central correspondiente a su potencia mínima (R/MWh)
$P^{min/max}$	Potencia mínima/máxima de la central (MW)
P_j^{max}	Potencia máxima del intervalo j la central i (MW)
$R^{sub/baj}$	Rampa máxima a subir/bajar de la central (MW/h)

- Variables

P_t	Potencia producida por la central en el intervalo horario t(MW)
$P_{j,t}$	Potencia producida correspondiente al intervalo j de la central en el intervalo horario t(MW)
u_t	Variable binaria que vale 1 si la central está conectada en el intervalo horario t, y 0 en el caso contrario
x_t	Variable binaria que vale 1 si la central se conecta en el intervalo horario t, y 0 en el caso contrario
y_t	Variable binaria que vale 1 si la central se desconecta en el intervalo horario t, y 0 en el caso contrario

La interpretación de las ecuaciones es semejante a las del problema de asignación de la generación, solo que para una sola central, y no aparece la condición de igualdad de generación y demanda, ni los requisitos de reserva. El problema trata de maximizar los beneficios, esto es, la diferencia entre ingresos por venta de energía al mercado y los costes de producción de electricidad

Así pues, la función objetivo (2) consta de cinco términos que corresponden a los ingresos estimados por venta de energía al mercado, de los que se restan los costes de la central, que incluyen los costes fijos y marginal de la potencia mínima, que solo están presentes cuando la central está conectada, por lo que se multiplican por la variable binaria u_t. El siguiente término es el debido a los costes marginales de cada tramo multiplicados por la potencia generada de cada uno de ellos. Los dos últimos términos son los costes de arranque y parada de la central, que solo se producen cuando la central arranca o para.

En la restricción (3) se calcula la potencia generada por cada central a partir de la potencia de cada uno de los tramos. Las dos siguientes ecuaciones (4) y (5) son las restricciones de rampa, con un término añadido en cada una que permite que se pueda conectar o desconectar la central si la potencia mínima es superior a la rampa admisible.

Las ecuaciones (6) y (7) son las que ligan las variables binarias: de esta forma, se arrancan solo las centrales paradas y se desconectan las centrales que están en funcionamiento. Además, no pueden arrancar y desconectarse en un mismo intervalo horario.

Por último, la ecuación (8) limita la potencia que se puede producir en cada tramo a la estipulada en cada uno de ellos.

3. Generación térmica en mercados de competencia oligopolística.

En este apartado se va a obtener la potencia que daría a una empresa en un mercado eléctrico oligopolístico un beneficio máximo. Se estudiarán dos modelos de oligopolio, el modelo de Cournot y el modelo de la función de oferta. Se considera que hay n empresas, de las que se conocen las funciones agregadas de coste, que tiene la expresión, para la empresa i. No se modelan en detalle las plantas, y no se consideran los costes de puesta en marcha y parada, ni los límites de potencia. La formulación servirá para ilustrar las consecuencias de un oligopolio, según diferentes modelos del mismo.

Funciones de coste:	$f(P_i) = c_i + b_i P_i + a_i P_i^2$	(R/h)
Costes marginales:	$\mathrm{CM} = b_i + 2a_i P_i$	(R/MWh)
Demanda:	$\pi = D - kP_d = D - k\sum_{j=1}^{n} P_j$	

En este caso, el beneficio de la empresa i vendrá dado por:

$$B_i = \pi P_i - f(P_i) \tag{9}$$

$$B_i = \left(D - k\sum_{j=1}^{n} P_j\right) P_i - c_i - b_i P_i - a_i P_i^2 \tag{10}$$

La maximización de este beneficio depende del modelo de oligopolio que se vaya a considerar. Se considerará el modelo de Cournot y el modelo de la función de oferta.

3.1. Modelo de Cournot.

En el modelo de Cournot, el cálculo de la potencia producida óptima de una empresa se obtiene suponiendo que la potencia de las demás se mantiene constante. Cuando los costes de las empresas son lineales ($a_i = 0$) en la ecuación (9), el beneficio óptimo se obtiene igualando a cero la derivada del beneficio B_i con respecto a la potencia P_i. Es decir:

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_i} = D - 2kP_i - k\sum_{j=1, j\neq i}^{n} P_j - b_i = 0$$

La resolución del sistema de ecuaciones resultante de plantear esta ecuación para cada central da los siguientes valores:

$$P_i = \frac{1}{k(n+1)} \left(D - nb_i + \sum_{j=1, j \neq i}^{n} b_i \right) \tag{11}$$

$$P_d = \frac{1}{k(n+1)} \left(nD - \sum_{j=1}^{n} b_j \right) \tag{12}$$

$$\pi = \frac{D}{n+1} + \frac{\sum_{j=1}^{n} b_j}{n+1} \tag{13}$$

De estas expresiones se puede concluir que si los costes marginales de todas las empresas fueran iguales ($b_i = b \; \forall i$), y el número de empresas muy alto ($n \to \infty$) el precio sería igual al coste marginal común de las empresas b. Este sería el comportamiento de las empresas en condiciones de competencia perfecta. Según la ecuación 13, el precio de la energía es más alto que los costes marginales (b_j).

El modelo de Cournot conduce a precios de la energía más altos que en la realidad cuando se aplican a sistemas reales, por lo que no se suele emplear en el estudio de sistemas eléctricos.

3.2. Modelo de la función de oferta.

En este modelo de oligopolio la condición de máximo beneficio de una empresa se obtiene suponiendo que las restantes empresas mantienen constante su función de oferta. Las empresas existentes en el sistema pueden ser de dos tipos:

Empresa dominante: Tiene capacidad, por su tamaño y características, de actuar sobre el precio de la energía. Para optimizar sus beneficios estas empresas deben prever la demanda y el comportamiento de las empresas de la competencia.

Empresa secundaria, o tomadora de precios: Estas empresas, por su pequeño tamaño, no pueden influir directamente sobre los precios, por lo que estos son para ellas una variable independiente, que deben prever para hacer una oferta óptima. Su comportamiento es, por tanto, idéntico a si estuviera en un mercado de competencia perfecta.

El comportamiento de una empresa dominante en un oligopolio para maximizar sus beneficios consiste en igualar sus costes marginales a los ingresos marginales previstos. Esto implica realizar previsiones muy complejas, ya que tiene que tratar de prever no sólo la demanda, sino el comportamiento de la competencia, lo que implica emplear conceptos de teoría de juegos. A esta complejidad hay que añadir la derivada de las restricciones intertemporales de las centrales térmicas e hidráulicas y los costes de puesta en marcha y parada de las centrales. Estos requisitos convierten a este problema de optimización en un problema no lineal entero-mixto estocástico de gran complejidad.

El problema de optimización que se abordará en este capítulo es mucho más sencillo, y se establece en los siguientes términos:

- La demanda se supone conocida.
- También se supone conocida la función de oferta de la competencia, lo que se denomina como *oferta agregada de la competencia.*
- No se considerarán costes de arranque ni parada en las centrales térmicas. Por tanto, no aparecerán variables binarias.

Con estas hipótesis, los pasos que debe seguir una empresa dominante para maximizar sus beneficios, igualando sus costes marginales a sus ingresos marginales, son los siguientes:

1. Se parte de la demanda prevista y de la oferta agregada de la competencia.

2. Se realiza la diferencia entre la demanda y la oferta agregada de la competencia, lo que se conoce como *demanda residual*. Esta es la demanda que atenderá la empresa dominante, y será dependiente del precio.

3. A partir de la demanda residual se obtienen los ingresos totales, como producto de potencia (o energía) por precio.

4. Derivando esta función se obtienen los ingresos marginales.

5. Se igualan los costes marginales a los ingresos marginales previstos, lo que propociona la potencia (o energía) que proporciona el beneficio máximo.

6. Para esta potencia (o energía) la curva de demanda residual da el precio de la energía que la demanda está dispuesta a pagar.

Este procedimiento proporciona la potencia óptima, pero no una oferta óptima. Cualquier curva de oferta que pase por el punto (energía,precio) obtenido, conduce a este resultado, siempre que las estimaciones de demanda y oferta agregada hayan sido correctas. Obtener una curva de oferta que tenga en cuenta las incertidumbres de demanda y de oferta agregada es, como ya se ha indicado, un problema de gran complejidad.

A continuación se realiza la formulación del problema, y la resolución analítica del mismo en un caso general. Sea una central cuyos costes marginales son $CM = b_i - a_i P_{dr}$. La demanda prevista como una función del precio tiene como expresión:

$$P_d = D - k\pi \quad \Rightarrow \quad \pi = \tfrac{D}{k} - \tfrac{1}{k} P_d$$

Sea la función de oferta agregada de la competencia siguiente:

$$\pi = \beta_o + \alpha_o P_o \quad \Rightarrow \quad P_o = -\tfrac{\beta_o}{\alpha_o} + \tfrac{1}{\alpha_o}\pi$$

La demanda residual, $P_{dr} = P_d - P_o$, tendrá la expresión siguiente:

$$\begin{aligned} P_{dr} &= \left(\frac{D}{k} + \frac{\beta_o}{\alpha_o}\right) - \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{\alpha_o}\right)\pi \\ \pi &= \frac{\alpha_o D + k\beta_o}{\alpha_o + k} - \frac{k\alpha_o}{k + \alpha_o} P_{dr} \end{aligned}$$

Los ingresos totales ($IT = \pi \cdot P_{dr}$) y los marginales ($IM = \frac{\partial IT}{\partial P_{dr}}$) tienen las expresiones:

$$\begin{aligned} IT &= \frac{\alpha_o D + k\beta_o}{\alpha_o + k} P_{dr} - \frac{k\alpha_o}{k + \alpha_o} P_{dr}^2 \\ IM &= \frac{\alpha_o D + k\beta_o}{\alpha_o + k} - 2\frac{k\alpha_o}{k + \alpha_o} P_{dr} \end{aligned}$$

La igualación de costes e ingresos marginales lleva a la ecuación:

$$\frac{\alpha_o D + k\beta_o}{\alpha_o + k} - 2\frac{k\alpha_o}{k + \alpha_o} P_{dr} = b_i - a_i P_{dr}$$

cuya solución es:

$$P_{dr} = \frac{\frac{\alpha_o D}{\alpha_o + k} + k\beta_o - b_i(\alpha_o + k)}{a_i(k + \alpha_o) + 2k\alpha_o}$$

A partir de este valor se obtiene el precio de la energía, $\pi = D - kP_{dr}$, y la potencia suministrada por la empresa de la competencia ($P_o = -\frac{\beta_o}{\alpha_o} + \frac{1}{\alpha_o}\pi$). A partir de ambas cantidades se obtiene la demanda cubierta ($P_d = P_{dr} + P_o$)

4. Sistemas hidrotérmicos.

El planteamiento de los sistemas hidrotérmicos requiere considerar la demanda de varios períodos horarios consecutivos, puesto que la restricción de volumen de la hidráulica requiere desembalsar un volumen de agua normalmente a lo largo de un día, especialmente en los períodos más caros para obtener un beneficio máximo. El problema de optimización se planteará para condiciones de competencia perfecta y oligopolio, este último considerando el modelo de funciones de oferta.

Las hipótesis que se contemplarán en ambos casos son:

1. Las centrales térmicas están representadas por una única central térmica en la que no se tienen en cuenta restricciones de rampa ni costes de puesta en marcha ni parada.

2. La central hidráulica es única, y se impone como restricción, bien el volumen de agua que se ha de desembalsar en un período que abarca varios intervalos temporales o bien la energía que la central debe proporcionar en el período considerado. No hay más restricciones vinculadas con la central, salvo las potencias máxima y mínima.

3. Sólo se consideran los costes de operación de las centrales térmicas. Las centrales hidráulicas tendrán costes de operación nulos.

4.1. Competencia perfecta.

Se formulan dos tipos de problemas: especificando el volumen de agua a desembalsar en el periodo considerado, y especificando la energía producida en el periodo.

Especificación de volumen de agua a desembalsar. En este caso, el problema de optimización que debe plantearse es:

$$\begin{array}{lll} \text{máx} & B = \sum_j \left((P_{Hj} + P_{Tj})\pi_j - g(P_{Tj}) \right) n_j & \\ \text{s.a.} & \sum_j q(P_{Hj}) n_j = V_H & \\ & P_T^{min} \le P_{Tj} \le P_T^{max} & \forall j \\ & P_H^{min} \le P_{Hj} \le P_H^{max} & \forall j \end{array}$$

En donde:

P_{Tj}	potencia suministrada por la central térmica en el intervalo j (MW).
P_{Hj}	potencia suministrada por la central hidráulica en el intervalo j (MW).
π_j	precio de la energía en el intervalo j (R/MWh).
n_j	duración del intervalo j (h).
V_H	volumen de agua a desembalsar durante el período (m^3).
$g(P_{Tj})$	costes horarios de la central térmica en el intervalo j (R/h).
B	beneficio obtenido a lo largo del período.
j	intervalo del período.

A partir de esta formulación se pueden observar lo siguiente:

- La demanda del sistema no aparece. Se supone que es muy grande con respecto al productor considerado y que puede absorber toda la potencia que pueda suministrar.

- El precio de la energía es una variable independiente.

- Se puede separar el problema en dos problemas independientes, puesto que la generación térmica y la hidráulica no están acopladas.

Los planteamientos de los problemas térmico e hidráulico por separado son:

- Problema térmico.

$$\begin{array}{lc} \text{máx} & B = \sum_j \left(P_{Tj}\pi_j - g(P_{Tj})\right) n_j \\ \text{s.a.} & P_T^{min} \leq P_{Tj} \leq P_T^{max} \qquad \forall j \end{array}$$

Este es el problema de optimización que, para una hora, tiene que resolver un generador térmico para un precio dado. La solución de este problema es la igualación del precio a los costes marginales del productor hasta llegar a sus límites de potencia generada.

$$\frac{dg}{dP_{Tk}} = \pi_k$$

- Problema hidráulico.

$$\begin{array}{cc} max & B = \sum_j P_{Hj}\pi_j n_j \\ s.a. & \sum_j q(P_{Hj})n_j = V_H \\ & P_H^{min} \leq P_{Hj} \leq P_H^{max} \quad \forall j \end{array}$$

Para resolver este problema, se formula la función lagrangiana:

$$L = \sum_j P_{Hj}\pi_j n_j + \gamma \left(V_H - \sum_j q(P_{Hj})n_j \right)$$

cuyo gradiente se iguala a cero, lo que da lugar a las ecuaciones cuya resolución proporciona la potencia hidráulica óptima.

$$\gamma \frac{dq_k}{dP_{Hk}} = \pi_k \tag{14}$$

$$\sum_j q(P_{Hj})n_j = V_H \tag{15}$$

Se puede observar que, con esta formulación, si la función de caudal $q(P_H)$ es lineal con la potencia (y por tanto $\frac{dq_k}{dP_{Hk}}$ es una cantidad fija), la estrategia óptima es entregar toda el agua en la hora de mayor precio. Sin embargo, si la función es no lineal, el agua se utiliza a lo largo de todo el período.

Por ejemplo, si la función de caudal es cuadrática, y de expresión:

$$q(P_H) = \frac{\alpha_H}{2}P_H^2 + \beta_H P_H + \omega_H \ (m^3/h)$$

la ecuación (14) tomará la forma

$$\gamma(\alpha_H P_{Hk} + \beta_h) = \pi_k \tag{16}$$

De (16) se puede despejar P_{Hk}

$$P_{Hk} = \frac{\frac{\pi_k}{\gamma} - \beta_H}{\alpha_H} \tag{17}$$

Y entre (15) y (17) se puede llegar a una expresión cerrada para P_{Hk}.

$$P_{Hk} = \frac{\frac{\pi_k}{\sqrt{\frac{\sum_j \pi_j^2 n_j}{2\alpha_H V_H'}}} - \beta_H}{\alpha_H} \tag{18}$$

en donde

$$V_H' = V_H - T_{max}\left(\omega_H - \frac{\beta_H^2}{2\alpha_H}\right)$$

siendo T_{max} la duración del período (típicamente un día).

Se puede llegar al valor numérico de la potencia hidráulica óptima para cada intervalo k de forma iterativa a partir de la ecuación (17).

Se puede observar en la ecuación (18) que cuanto mayor es el precio de la energía π_k en un intervalo k, mayor es la potencia que se suministra en ese intervalo.

Especificación de energía producida en el período considerado. El problema de optimización que hay que plantear es el siguiente:

$$
\begin{array}{ll}
\text{máx} & B = \sum_j \left((P_{Hj} + P_{Tj})\pi_j - g(P_{Tj}) \right) n_j \\
\text{s.a.} & \sum_j P_{Hj} n_j = E_H \\
& P_T^{min} \leq P_{Tj} \leq P_T^{max} \qquad \forall j \\
& P_H^{min} \leq P_{Hj} \leq P_H^{max} \qquad \forall j
\end{array}
$$

En donde, además de las variables ya descritas, E_H es la energía a producir en el período considerado.

Las consideraciones que se han hecho en el caso anterior también son válidas en este, en particular la división del problema en dos independientes, uno para la central térmica y otro para la central hidráulica. En el caso de la central hidráulica, la solución del problema consiste en producir todo lo posible en las horas de mayor precio previsto.

4.2. Oligopolio.

Se va a plantear el problema de optimización correspondiente a una empresa con generación térmica e hidráulica, en posición de empresa dominante en un modelo de función de oferta. Se considerarán las siguientes hipótesis:

- La demanda se supone conocida, o perfectamente prevista. Además, se considerará independiente del precio (infinitamente rígida).
- También se considera conocida la curva de oferta agregada de la competencia.
- Las centrales de la empresa dominante se representan mediante una central térmica y una hidráulica equivalentes.
- La central térmica no tiene costes de puesta en marcha ni parada.
- La central hidráulica tiene que desembalsar un volumen dado a lo largo del período.
- La central hidráulica no tiene costes de funcionamiento.

En este caso el problema de optimización se plantea de la siguiente forma:

$$
\begin{array}{ll}
max & B = \sum_j \left(P_{drj}\pi_j - G(P_{Tj}) \right) n_j \\
s.a. & \sum_j q_j(P_{Hj}) n_j = V_H \\
& \pi_j = f(P_{drj}) \\
& P_{drj} = P_{Tj} + P_{Hj} \qquad \forall j \\
& P_T^{min} \leq P_{Tj} \leq P_T^{max} \qquad \forall j \\
& P_H^{min} \leq P_{Hj} \leq P_H^{max} \qquad \forall j
\end{array} \tag{19}
$$

donde

P_{Tj} potencia suministrada por la central térmica en el intervalo j (MW).
P_{Hj} potencia suministrada por la central hidráulica en el intervalo j (MW).
P_{drj} demanda residual en el intervalo j
π_j precio de la energía en el intervalo j (R/MWh).
n_j duración del intervalo j (h).
V_H volumen de agua a desembalsar durante el período (m^3).
$G(P_{Tj})$ costes horarios de la central térmica en el intervalo j (R/h).
$f(P_{drj})$ función de demanda residual.
B beneficio obtenido a lo largo del período.
j intervalo del período.

La lagrangiana del problema de optimización se muestra en la ecuación (20)

$$L = \sum_j \left(P_{drj} \cdot f(P_{drj}) - G(P_{Tj})\right) n_j + \lambda_j n_j (P_{Tj} + P_{Hj} - P_{drj}) + \gamma \left[V_H - \sum_j q(P_{Hj}) n_j \right] \tag{20}$$

El gradiente de esta lagrangiana con respecto a las variables de optimización se iguala a cero, y se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
\lambda_k &= \frac{dG}{dP_{Tk}} \; \forall k \\
\lambda_k &= \gamma \frac{dq}{dP_{Hk}} \; \forall k \\
\lambda_k &= f(P_{drk}) + P_{drk} \frac{df}{dP_{drk}} \; \forall k \\
P_{drk} &= P_{Tk} + P_{Hk} \; \forall k \\
\sum_j q(P_{Hj}) n_j &= V_H \\
P_T^{min} &\leq P_{Tk} \leq P_T^{max} \; \forall k \\
P_H^{min} &\leq P_{Hk} \leq P_H^{max} \; \forall k
\end{aligned} \tag{21}$$

En estas ecuaciones se puede observar que, además de las restricciones de igualdad y de desigualdad, aparece en ellas la igualdad de costes e ingresos marginales, tanto los de la central térmica equivalente como los de la central hidráulica equivalente.

La resolución del sistema de ecuaciones resultante se puede realizar numéricamente.

5. Participación den el mercado de energías no gestionables.

Las energías renovables como la energía solar fotovoltaica y la energía eólica dependen de un recurso que no es almacenable y que es aleatorio. Se denominan energías renovables no gestionables o intermitentes. Por tanto, no se puede elegir el momento en el que se producirá con una planta solar o eólica, sino que esta producción depende del recurso disponible, que no tiene por qué coincidir con el consumo de energía eléctrica, o con los momentos de precios más altos de la energía.

En los mercados de electricidad, y en general en los sistemas de energía eléctrica, se tiene que igualar la generación a la demanda. En los mercados organizados de energía, esta igualdad se tiene que conseguir de forma aproximada en el proceso de casación oteniendo el cruce de las curvas de oferta y demanda. Las energías renovables intermitentes deben ser incluidas en este mecanismo de formación de precios. Puest que el precio se forma con horas de anticipación con respecto al momento de entrega de la energía, se tiene que prever la producción de estas plantas con la anticipación que exijan los mercados. En el caso de los mercados diarios, esta anticipación está comprendida, normalmente, entre 12 y 36 horas. En algunos mercados, estas energías no participan en ellos, sino que la demanda se corrige con la producción prevista del conjunto de generación eólica o fotovoltaica en el sistema. Esta previsión la puede hacer el operador del sistema y la utilizaría el operador del mercado, descontándola de las ofertas de compra de energía. Con el fin de mostrar la precisión de estas predicciones agregadas en un sistema como el peninsular español, se muestra en la Figura **??** la el valor absoluto medio de los errores normalizados a la potencia instalada en función de la anticipación con la que se hacen las predicciones.

A fin de aclarar la figura, se define el error medio absoluto como:

$$NMAE(k) = \frac{1}{P_{inst}} \frac{\sum_t |e(t+k|t)|}{N}$$

donde P_{inst} es la potencia instalada eólica y el error tiene la expresión siguiente:

$$e(t+k|t) = p(t+k) - \hat{p}(t+k|t)$$

donde $p(t+k)$ es la potencia producida por la planta en el instante $(t+k)$ y $\hat{p}(t+k|t)$ es la potencia prevista en el instante t para el instante $(t+k)$. En la Figura 2, k es la anticipación representada en el eje de abcisas.

Así, por ejemplo, si la potencia instalada es de 20 GW, un valor de NMAE del 2 % (NMAE de la energía eólica con 15 horas de anticipación) significa que el error medio es de 400 MW, es decir, un valor considerable. Hay que recalcar que lo que se representa es el valor medio, y que eventualmente pueden producirse errores mucho mayores, lo que sucede con relativa frecuencia.

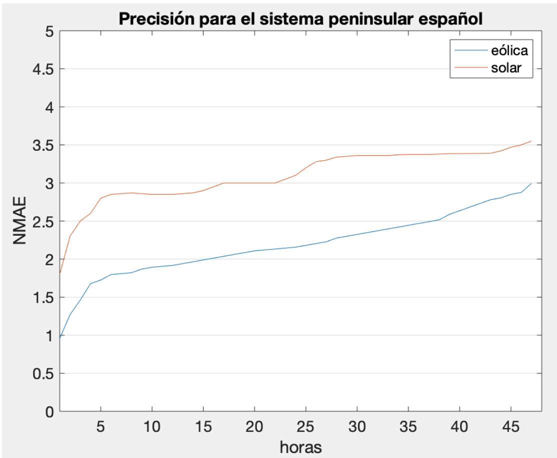

Figura 2: Precisión de la producción de energía eólica y solar de forma agregada en el sistema peninsular español. Fuente: REE y elaboración propia.

Cuando la participación de las energías renovables es significativa, se tiende a que estas energías intermitentes participen en el mercado para vender su producción como cualquier otro agente. Por tanto, tiene que hacer ofertas al mercado por la producción que se estima que va a tener la planta en el intervalo correspondiente. Esta producción normalmente se oferta a precio cero o muy bajo, pues los costes variables de la planta son también muy bajos, o nulos en el límite.

Para estimar la producción de sus plantas, los productores de energías renovables intermitentes utilizan programas de predicción. Estos programas recogen las predicciones numéricas del recurso (idrradiación solar o velocidad y dirección del viento en el lugar de la planta) que realizan agencias o empresas especializadas. Estas predicciones, si bien son cada vez más precisas, tienen un error que eventualmente puede ser muy alto, por ejemplo en eventos meteorógicos extremos (como tormentas en la predicción eólica) o gran variabilidad (nubosidad muy variable en determinadas épocas del año en la predicción solar). Por consiguiente, se producirá un desvío entre la producción estimada y la real que tiene un coste económico. Con el fin de reducir este desvío, las plantas intermitentes participan en los mercados de ajuste, puesto que error de la predicción suele ser más bajo cuando la anticipación de la predicción es menor. Estos mercados pueden ser subastas, en las que se determina un precio marginal, o mercados continuos, en las que se emiten y aceptan ofertas con precio. En los mercados de subastas, se pueden hacer ofertas a precio cero, puesto que la energía negociada se retribuye al precio marginal resultante. En el caso de los mercados continuos, el precio al que se hace la transacción se tiene que comparar con una estimación del precio del desvío, que es muy difícil de hacer.

En el caso de plantas individuales, los errores de predicción suelen ser bastante mayores que cuando se efectúan de forma agregada (como los presentados en la Figura 2. Es lo que se conoce como *efecto cartera.* En el caso de mercados en donde el desvío se paga según el sistema de precio doble, los productores se agrupan para reducir los errores de predicción y por tanto los costes de los desvíos.

6. Agregadores.

En el desarrollo futuro de las redes inteligentes (*Smart Grids*) se prevé un nuevo agente actuando en los mercados eléctricos: los agregadores comerciales. Estos agentes actuarían como representantes en el mercado eléctrico de un grupo de consumidores y de pequeños generadores. Los consumidores podrían tener recursos propios de generación (paneles fotovoltaicos u otros), incluso con baterías donde almacenar la energía, y nuevos dispositivos consumidores (vehículos eléctricos, por ejemplo). Su consumo puede ser flexible, con la capacidad de desplazar una parte del mismo a horas en las que la electricidad tenga menor precio. Los agregadores, pues, tendrían que gestionar toda esta generación y demanda flexibles, y tomar la decisión de si comprar o vender energía en función del balance neto de sus clientes tratando de minimizar los costes de adquisición de esta energía.

Modelo general. En las ecuaciones (22) se presenta el problema de optimización en el que se pretende minimizar los costes de adquisición de la energía en el mercado diario de un agregador que representa a consumidores con generación fotovoltaica, demanda flexible, y que pueda gestionar almacenamiento. Para plantear este problema, el agregador ha debido realizar una predicción de los precios previstos en el mercado diario del día siguiente. El agregador, en este caso, se comporta como un tomador de precios.

$$
\begin{array}{lll}
\min & \sum_t^{NH} \hat{\pi}_t P_{n,t} & \\
\text{s.a.} & P_{n,t} = P_{df,t} + P_{dp,t} - P_{s,t} - P_{B,t}^{+} + P_{B,t}^{-} & \forall t = 1, \cdots, NH \\
& \sum_t^{NH} P_{dp,t} = E_{dp} & \\
& E_{B,t} = E_{B,t-1} - \frac{1}{\eta^+} P_{B,t}^{+} + \eta^- P_{B,t}^{-} - \Delta E & \forall t = 1, \cdots, NH \\
& -P_s^{inst} \leq P_{n,t} \leq P_d^{cont} & \forall t = 1, \cdots, NH \\
& E_B^{min} \leq E_{B,t} \leq E_B^{max} & \forall t = 1, \cdots, NH \\
& 0 \leq P_{B,t}^{+} \leq x_t^{+} P_B^{+,max} & \forall t = 1, \cdots, NH \\
& 0 \leq P_{B,t}^{-} \leq x_t^{-} P_B^{-,max} & \forall t = 1, \cdots, NH \\
& x_t^{+} + x_t^{-} \leq 1 & \forall t = 1, \cdots, NH
\end{array}
\tag{22}
$$

En este planteamiento se pretende minimizar el coste de adquisición de energía a lo largo de todo un día suponiendo que los precios del mercado son los previstos en cada hora t, $\hat{\pi}_t$. La potencia adquirida en cada hora t, $P_{n,t}$, es la diferencia entre la potencia demandada y la potencia generada (en este caso, solar fotovoltaica, $P_{s,t}$), por lo que puede ser negativa si esta es mayor. La demanda de cada hora se ha dividido en dos partes: la demanda fija $P_{df,t}$, que consiste en el consumo que los usuarios no pueden o no desean diferir (iluminación, por ejemplo), en tanto que la demanda flexible, o programable, en la hora t, $P_{dp,t}$, se ha modelado como aquella parte del consumo eléctrico que puede realizarse en cualquier hora del día. Este modelado puede incluir a los vehículos eléctricos, que pueden recargarse cuando la electricidad es más barata, o bien el uso de electrodomésticos cuyo funcionamiento pueda programarse. El modelado de la flexibilidad de la demanda, especialmente de los pequeños consumidores agregados, es un tema que está actualmente en estudio. En este caso, se ha considerado que la energía que tiene que suministrarse a lo largo del día para la demanda programable es E_{dp}, que puede conseguirse a cualquier hora.

El modelo incluye también la gestión de un elemento almacenador, como una batería, que se carga o se descarga según la energía inyectada o extraída de él. El uso de este dispositivo comporta unas pérdidas indicadas aquí mediante el rendimiento de la carga (η^-) y de la descarga (η^+) de la batería, así como de las pérdidas de energía almacenada, normalmente despreciables (ΔE).

La potencia que se puede negociar en el mercado está limitada: no puede ser mayor de la potencia contratada por los usuarios que representa el agregador, P_d^{cont}, ni puede vender más potencia que la instalada de la generación que gestiona, P_s^{inst}.

La energía almacenable en la batería está también limitada por la capacidad de esta, E_B^{max}, y por el mínimo de energía almacenada que recomiende el fabricante E_B^{min}. La potencia que se inyecta o se extrae de las baterías también puede tener un valor máximo, y las variables x_t^+ y x_t^- son variables binarias (solo pueden tomar valores 0 ó 1) y se incluyen aquí a fin de que la solución no incluya la carga y descarga simultáneas de la batería: matemáticamente sería una solución válida, pero no tiene sentido físico.

La resolución de este problema proporciona la energía que tendría que ofertar al mercado para conseguir los máximos ingresos si los precios coinciden con su predicción. En la práctica, los agregadores deben resolver este problema para distintas estimaciones de precio, obteniendo de este modo una curva de oferta que garantice que los ingresos serían los máximos en cualquiera de las hipótesis. A esta incertidumbre hay que añadir que la demanda y la generación fotovoltaica que representa el agregador puede desviarse del comportamiento previsto por este, lo que comporta el pago de los desvíos producidos. La consideración de estas incertidumbres requiere el planteamiento de un problema de optimización probabilista, fuera del alcance de este texto.

Modelo simplificado. Se puede plantear un modelo alternativo, y más simplificado, con unos supuestos diferentes:

- El agregador vende la energía a los clientes a un precio fijado.
- Solo se consideran generadores gestionables y demanda inflexible.
- No se incluyen dispositivos de almacenamiento (baterías).
- El agregador puede gestionar los recursos de generación.

Con estas hipótesis el problema de optimización que tienen que resolver es el expuesto a continuación, en el que la optimización se realiza hora a hora: ya no es necesario plantear el sistema para las 24 horas del periodo habitual de participación en el mercado, puesto que no hay almacenamiento ni demanda flexible. El problema consiste en maximizar la diferencia entre los ingresos por venta de energía del agregador a sus clientes y el coste de la energía adquirida por el agregador para cubrir la demanda.

$$\begin{array}{lll} \max & B = \sum_j \left(P_{dj}\pi_{vj} - G(P_j) - \pi_{cj}P_{cj}\right) n_j & \\ \text{s.a.} & P_{dj} = P_j + P_{cj} & \forall j \\ & P^{min} \le P_j \le P^{max} & \forall j \end{array} \tag{23}$$

donde

P_{dj}	potencia vendida a los consumidores en el intervalo j (MW).
P_{cj}	potencia comprada en el mercado en el intervalo j (MW).
P_j	potencia producida por los autoproductores en el intervalo j (MW).
π_{vj}	precio de venta de la energía a consumidores en el intervalo j (R/MWh).
π_{cj}	precio de compra de la energía en el mercado mayorista en el intervalo j (R/MWh).
n_j	duración del intervalo j (h).
$G(P_j)$	costes horarios de los autoproductores en el intervalo j(R/h).
B	beneficio obtenido a lo largo del período.
j	intervalo del período.

La solución de este problema se obtiene formando la función lagrangiana e igualando su gradiente, con respecto a las variables de optimización, a cero. Si no hay restricciones de rampa, o vínculos intertemporales, la función lagrangiana del sistema toma la expresión siguiente

$$L = \sum_j [(P_{dj}\pi_{vj} - G(P_j) - \pi_{cj}P_{cj})n_j + \lambda_j(P_{dj} - P_j - P_{cj})]$$

Y el sistema de ecuaciones resultante es:

$$
\begin{aligned}
\lambda_k &= \frac{dG}{dP_k} && \forall k \\
\lambda_k &= \pi_{ck} && \forall k \\
P_{dk} &= P_k + P_{ck} && \forall k \\
P^{min} &\leq P_k \leq P^{max} && \forall k
\end{aligned}
$$

La conclusión de estas ecuaciones es que resulta rentable producir con las centrales propias siempre que el coste marginal de producción sea inferior al precio del mercado. La energía restante se compra en el mercado.