Universidad Carlos III de Madrid

Departamento de Ingeniería Eléctrica.

Julio Usaola García.

Regulación de sistemas eléctricos.

Tema 3. Problemas.

Problema 1. Casación de ofertas simples en un mercado discreto.

Para una hora H del día D, el gestor de la red de transporte (operador del sistema) recibe la siguientes ofertas de compra y venta de energía.

Tipo	Compañía	MWh	Precio(R/MWh)
Venta	Roja	200	12
	Roja	50	15
	Roja	50	20
	Verde	150	16
	Verde	50	17
	Azul	100	13
	Azul	50	18
Compra	Amarilla	50	13
	Amarilla	100	23
	Morada	50	11
	Morada	150	22
	Naranja	50	10
	Naranja	200	25

Determínese cuál sería la potencia que generaría cada productor y la que consumiría cada receptor.

Solución.

A partir de las ofertas, el operador del mercado construye las curvas de oferta y demanda agregadas. Estas curvas son las siguientes.

Oferta			Demanda		
R/MWh	MWh	Compañía	R/MWh	MWh	Compañía
12	200	Roja	25	200	Naranja
13	100	Azul	23	100	Amarilla
15	50	Roja	22	150	Morada
16	150	Verde	13	50	Amarilla
17	50	Verde	11	50	Morada
18	50	Azul	10	50	Naranja
20	50	Roja			

Esas curvas se representan en la Figura 1.

La intersección de las curvas de oferta y demanda agregadas señala el precio marginal del sistema y la energía que se intercambiará en esa hora, que son 16 R/MWh y 450 MWh, respectivamente. Suministrarán energía (retribuida al precio marginal del sistema) todos aquellos que la hayan ofertado a un precio igual o inferior, y la recibirán (pagándola al precio marginal del sistema) todos los que la hayan demandado a un precio igual o superior. El resultado final de este proceso, con balance de ingresos y gastos por agente, así como el excedente

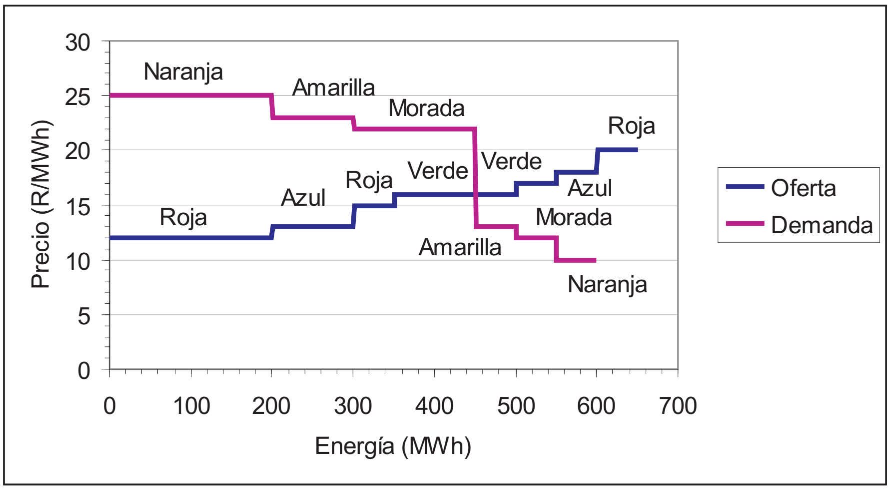

Figura 1: Curvas de oferta y demanda agregadas.

de la generación y de la demanda, se muestra en la tabla siguiente. Hay que señalar que el excedente total es el beneficio social neto del mercado.

Compañía	Venta (MWh)	Compra (MWh)	Ingresos (R)	Pagos (R)	Excedente (R)
Roja	250		4000		200(16-12) + 50(16-15) = 850
Azul	100		1600		100(16-13) = 300
Verde	100		1600		0
Naranja		200		3200	200(25-16) = 1800
Amarilla		100		1600	100(23-16) = 700
Morada		150		2400	150(22-16) = 900
Total	450	450	7200	7200	4650 (*Beneficio Social Neto*)

Problema 2. Funcionamiento de un mercado continuo[1].

Sea un sistema eléctrico, en el que una compañía X tiene las centrales enumeradas en la tabla siguiente, en la que se indican las potencias máximas y mínimas de cada una de ellas, así como los costes marginales, supuestos constantes para todo su rango de funcionamiento:

Central	P_{min} (MW)	P_{max} (MW)	CM (R/MWh)
A	100	500	40
B	50	300	50
C	10	200	70

La central B consta de dos grupos de 150 MW con una potencia mínima de 25 MW cada uno.

Esta compañía ha vendido a plazo 200 MW a través de un contrato bilateral físico al comercializador Y para una hora dada, sea la hora 15 de un 11 de junio, a un precio de $\pi_{CB} = 51$ R/MWh. Posteriormente participa en el mercado diario, en el que se le asignan 500 MW. El precio del mercado diario a sesa hora es $\pi_{MD} = 50$ R/MWh.

Por tanto, al cierre del mercado diario, la compañía X ha vendido 700 MW de su capacidad de producción. A partir de estos resultados realiza la asignación de potencia a sus centrales. A fin de minimizar costes, la generación será efectuada preferentemente por la central más barata. Solo si esta central está a su potencia máxima se asignará generación a otra central. Por tanto, la asignación de la potencia de esta compañía a sus centrales al cierre del mercado diario será, para esta hora:

Central	P_{min} (MW)	P_{max} (MW)	P_{adj} (MW)	CM (R/MWh)
A	100	500	500	40
B	50	300	200	50
C	10	200	0	70
Total		1000	700	

Por tanto quedan aún 300 MW de potencia disponible, por lo que la compañía decide **participar en el mercado continuo**.

Para ello se atiende a las ofertas de compra y venta presentadas por otros participantes, que están disponibles para todos ellos. En un momento dado, previo al cierre del mercado para la hora 15 del 11 de junio, las ofertas existentes son las que se muestran en la tabla siguiente. Estas ofertas son anónimas y se identifican mediante un código (C1 ó V3, por ejemplo).

11 de junio - hora 15	Id.	Cantidad (MW)	Precio (R/MWh)
Ofertas de venta	V5	20	53
	V4	25	52,5
	V3	20	52,2
	V2	10	51,5
	V1	25	51
Ofertas de compra	C1	20	53
	C2	30	52
	C3	10	49,5
	C4	30	48
	C5	50	46,5

Las ofertas que puede aceptar la compañía X son aquellas ofertas de compra cuyo precio de compra es igual o mayor a los costes marginales de la central que tenga que suministrar la energía. Es decir, en este caso, se aceptan las ofertas de compra que son superiores a 50 R/MWh, pues este es el coste marginal de la central más barata cuya producción puede aumentarse. Se aceptan, pues, la ofertas C1 y C2, lo que significa que la nueva producción asignada a la central 2 es de 250 MW para esta hora. La potencia que deberá generar la compañía X es de 750 MW.

Antes de la hora de entrega se produce un **suceso imprevisto** en la central 2: un problema técnico pone fuera de servicio uno de los grupos de la central. Esto significa que la potencia máxima que puede suministrar es de 150 MW. La solución a este problema puede ser poner en marcha la central 3 para suministrar los 100 MW que le hacen falta para no incurrir en desvío o acudir al mercado continuo y tratar de comprar allí la energía que necesita. En el mercado continuo las ofertas en ese momento son:

[1] Por las características de este problema y para mejorar su comprensión, la resolución se realiza en la secuencia temporal que se produciría en la práctica, siguiendo el enunciado.

11 de junio - hora 15	Id.	Cantidad (MW)	Precio (R/MWh)
Ofertas de venta	V5	20	55
	V4	50	60
	V3	30	62
	V6	20	68
	V8	10	71
Ofertas de compra	C3	10	49,5
	C4	30	48
	C5	50	46,5

Puesto que es necesario disponer de 100 MW adicionales, se aceptan las ofertas de venta V5, V4 y V3, que tienen precios inferiores al coste marginal de la central 3. Y puesto que aún le queda a la compañía potencia disponible en la central 3, **oferta** esta capacidad **al mercado continuo** antes de que se cierre este. Las ofertas que se hacen son las siguientes.

Tipo	Id.	Precio (R/MWh)	Cantidad (MW)
Venta	SMV-1	71	200
Compra	SMC-2	45	125
Compra	SMC-3	35	400

Se puede observar que se ha hecho una oferta de venta por un valor superior al coste marginal de la central 3, por la totalidad de la potencia disponible en esta, así como dos ofertas de compra por un precio inferior al marginal de las centrales a las que se les ha asignado producción: se trataría de sustituir la producción de estas por energía adquirida en el mercado a un precio inferior al coste de producción. Se oferta la diferencia entre la potencia asignada y el mínimo técnico de la central.

Tras el cierre del mercado se han vendido 50 MW de la oferta de venta SMV-1, pero las ofertas de compra no se han aceptado.

La liquidación para esta hora para la compañía X sería la que se indica a continuación. Obsérvese que en este sistema se remunera la energía según oferta.

	Id.	Cantidad (MW)	Precio (R/MWh)	Ingresos (R)	Pagos (R)
Bilateral		200	51	10200	
Mercado		500	50	25000	
Mercado continuo	C1	20	53	1060	
	C2	30	52	1560	
	V5	-20	55		-1100
	V4	-50	60		-3000
	V3	-30	62		-1860
	SMV-1	50	71	3550	
Total		700		41370	-5960

Problema 3. Flujo de potencia en continua.

Sea el sistema de la Figura 2. Obténganse las potencias circulantes por las líneas utilizando el método del flujo de potencia en continua. Los datos necesarios para la resolución del problema se dan en la propia figura. Los datos de las líneas son los de su impedancia en magnitudes unitarias, en tanto que al lado del condensador figura el valor de su susceptancia.

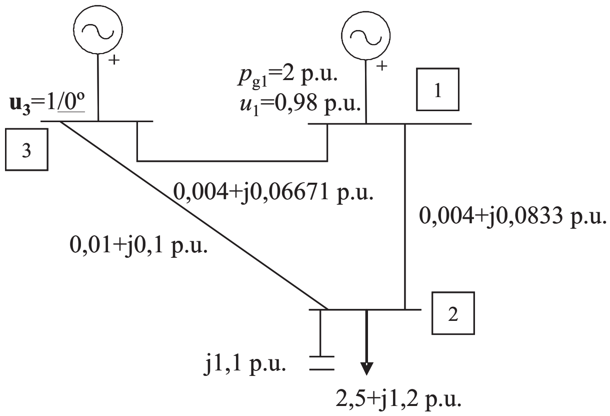

Figura 2: Sistema del problema 3

Solución

Para resolver el problema, es necesario formar el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{bmatrix} b'_{11} & b'_{12} \\ b'_{21} & b'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix}$$

cuya solución para unos valores de potencia inyectada de p_1=2 p.u. y p_2=-2,5 p.u., es:

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -27 & 12 \\ 12 & -22 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ -2,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0311 \\ -0,09667 \end{bmatrix}$$

en radianes, lo que equivale a δ_1=1,782° y δ_2=-5,539°. Obsérvese que en la matriz de coeficientes no se ha incluido el valor del condensador presente en el sistema.

Las potencias circulantes por las líneas son:

$$\begin{aligned} p_{12} &= \frac{1}{0,0833}(0,0311 + 0,0967) = 1,5338 \text{ p.u.} \\ p_{13} &= \frac{1}{0,0667}(0,0311 - 0) = 0,4663 \text{ p.u.} \\ p_{32} &= \frac{1}{0,1}(0,0967) = 0,9667 \text{ p.u.} \end{aligned}$$

Problema 4. Formulación del problema de precios nodales.

Sea el sistema que se muestra en la Figura 3.

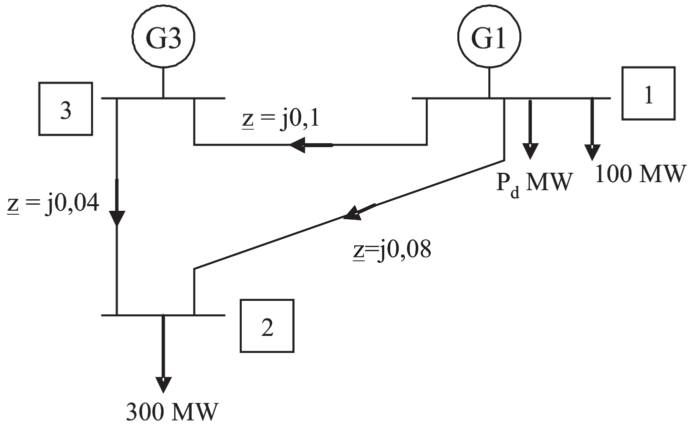

Figura 3: Sistema del problema 4.

Las centrales del sistema presentan las siguientes ofertas de venta de energía:

$$\begin{array}{lll} \pi(P_{g1}) = 60 + 0,1 \cdot P_{g1} & \text{(R/MWh)} & 150 \leq P_{g1} \leq 800 \text{ MW} \\ \pi(P_{g3}) = 80 + 0,07 \cdot P_{g3} & \text{(R/MWh)} & 100 \leq P_{g3} \leq 400 \text{ MW} \end{array}$$

y una parte de la demanda situada en el nudo 1 presenta la siguiente oferta de compra de energía:

$$\pi(P_d) = 1000 - 2,5P_d \ (R/MWh)$$

La potencia máxima que puede circular por la línea 3-2 es de 200 MW. Obténganse los precios nodales en cada nudo, la potencia entregada por las centrales y el excedente de congestión.

NOTA: Tómese como potencia base S_b= 100 MW y como nudo oscilante el nudo 3. Empléense las ecuaciones de flujo de cargas en corriente continua. Las impedancias de las líneas están en magnitudes unitarias sobre la base de 100 MW.

Solución.

En primer lugar se verifica si la solución sin ninguna restricción activa es admisible. Para ello se realiza un despacho económico sin pérdidas y se comprueba si las restricciones se violan. Este despacho consiste en resolver las ecuaciones siguientes, correspondientes a la igualación del precio para todas las ofertas de compra y venta de energía, más la ecuación de igualdad de oferta y demanda.

$$\begin{aligned} 60 + 0,1P_{g1} &= 80 + 0,07P_{g3} \\ 60 + 0,1P_{g1} &= 1000 - 2,5P_d \\ P_{g1} + P_{g3} &= P_d + 400 \end{aligned}$$

Cuya solución es:

$$P_{g1} = 430 \text{ MW} \quad P_{g3} = 328{,}7 \text{ MW} \quad P_d = 358{,}8 \text{ MW}$$

y el precio de la energía en el sistema es único e igual a $\pi = 103$ R/MWh.

Para esta solución, la potencia circulante por las líneas es:

$$P_{32} = 257{,}5 \text{ MW} > 200 \text{ MW} \quad P_{31} = 70 \text{ MW} \quad P_{12} = 41{,}25 \text{ MW}$$

que, como se puede observar, es superior a la admisible en la línea 3-2. Por tanto, es necesario plantear el problema de optimización con restricciones.

El problema de optimización a resolver consiste en maximizar (o minimizar su opuesto) la suma del beneficio social neto de todos los nudos, tal como se expone a continuación. Como se ha indicado, para que las condiciones de Kuhn-Tucker puedan ser aplicadas tal como se han formulado en el tema de optimización, es necesario que la función objetivo se minimice. Por tanto, se procede a minimizar el opuesto de la suma de los beneficios sociales netos por nudo.

Las restricciones de igualdad son las correspondientes a las ecuaciones de flujo de cargas, en tanto que las ecuaciones de desigualdad corresponden a los límites de potencia máxima y mínima de los generadores y líneas. Por simplicidad solo se incluye aquella restricción que no se cumple en el despacho económico, y que presumiblemente resultará activa. Obsérvese que todas las cantidades estan en magnitudes unitarias.

$$\text{mín}_{p_{g1},p_{g3},p_d}(60 \cdot 100p_{g1} + 0,05 \cdot 100^2 p_{g1}^2 + 80 \cdot 100p_{g3} + 0,035 \cdot 100^2 p_{g3}^2) - (1000 \cdot 100p_d - 1,25 \cdot 100^2 p_d^2)$$

$$\begin{array}{ll} \text{s.a.} & 22,5\delta_1 - 12,5\delta_2 = p_{g1} - p_d - 1 \\ & -12,5\delta_1 + 37,5\delta_2 = -3 \\ & -10\delta_1 - 25\delta_2 = p_{g3} \\ & -25\delta_2 \leq 2 \end{array}$$

La función lagrangiana del sistema será:

$$\begin{array}{rcl} \mathcal{L} & = & (60 \cdot 100p_{g1} + 0,05 \cdot 100^2 p_{g1}^2 + 80 \cdot 100p_{g3} + 0,035 \cdot 100^2 p_{g3}^2) - (1000 \cdot 100p_d - 1,25(100p_d)^2) \\ & + & \lambda_1(22,5\delta_1 - 12,5\delta_2 - p_{g1} + p_d - 2) \cdot 100 + \\ & + & \lambda_2(-12,5\delta_1 + 37,5\delta_2 + 3) \cdot 100 + \\ & + & \lambda_3(-10\delta_1 - 25\delta_2 - p_{g3}) \cdot 100 + \\ & + & \mu_{32}^{+}(-25\delta_2 - 2) \cdot 100 \end{array}$$

Obsérvese que las ecuaciones correspondientes a las restricciones de igualdad se han multiplicado por 100 en la lagrangiana para que las unidades de los precios nodales estén en R/MWh; esta multiplicación no altera la solución.

La igualación del gradiente de la función lagrangiana a cero conduce a las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{rcl} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_{g1}} & = & 60 + 0,1 \cdot 100p_{g1} = \lambda_1 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_{g3}} & = & 80 + 0,07 \cdot 100p_{g3} = \lambda_3 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_d} & = & 1000 - 2,5 \cdot 100p_d = \lambda_1 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial \delta_1} & = & 22,5\lambda_1 - 12,5\lambda_2 - 10\lambda_3 = 0 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial \delta_2} & = & -12,5\lambda_1 + 37,5\lambda_2 - 25\lambda_3 - 25\mu_{32}^{+} = 0 \\ & & -25\delta_2 = 2 \\ & & 22,5\delta_1 - 12,5\delta_2 = p_{g1} - p_d - 1 \\ & & -12,5\delta_1 + 37,5\delta_2 = -3 \\ & & -10\delta_1 - 25\delta_2 = p_{g3} \end{array}$$

A partir de la última ecuación se obtiene que $\delta_2 = -0,08$ rad. Y de este valor y del resto de las ecuaciones se obtiene de forma inmediata la solución.

$$\begin{array}{ll} \delta_1\text{=0 rad} & \lambda_1 = \text{115,4 R/MWh} \\ \delta_2 = \text{-0,08 rad} & \lambda_2 = \text{132,52 R/MWh} \\ P_{g1} = \text{554 MW} & \lambda_3 = \text{94 R/MWh} \\ P_{g3} = \text{200 MW} & \mu_{32}^{+} = \text{47,08 R/MWh} \\ P_d = \text{354 MW} & \end{array}$$

en la que los valores de λ_1, λ_2 y λ_3 son los precios de la energía en sus nudos respectivos. El valor de μ_{32}^{+} representa la sensibilidad del coste de operación del sistema a variaciones en la restricción activa asociada a este multiplicador de Lagrange.

A partir de esta solución se puede obtener el excedente de congestión. Los ingresos de los generadores son:

$$IG = 554 \cdot 115,4 + 200 \cdot 94 = 82731,6 \text{ R/h}$$

En tanto que los pagos realizados por la demanda son:

$$PD = (354 + 100) \cdot 115,4 + 300 \cdot 132,52 = 92147,6 \text{ R/h}$$

por lo que el excedente de la congestión será:

$$RCong = PD - IG = 9416 \text{ R/h}$$

que se podría haber obtenido igualmente de la forma siguiente:

$$RCong = \mu_{32}^{+} \cdot p_{32} = 47,08 \cdot 200 = 9416 \text{ R/h}$$

Problema 5. Resolución de restricciones por redespacho.

Sea el sistema mostrado en la Figura 4, en el que se indica la demanda en cada uno de los nudos, que es fija, y en el que los nudos A y B están unidos por dos líneas cuyos límites de transmisión son 500 y 400 MW.

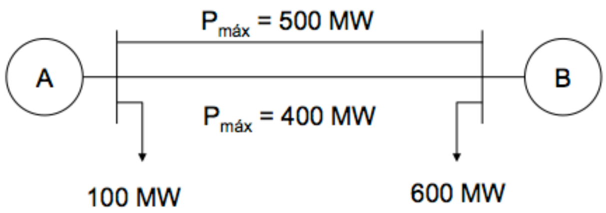

Figura 4: Sistema ejemplo.

Las ofertas que presentan los generadores de los nudos A y B son:

Ofertas en A	Ofertas en B
100 MW a 10 R/MWh	100 MW a 11 R/MWh
200 MW a 12 R/MWh	300 MW a 25 R/MWh
500 MW a 13 R/MWh	

Calcúlese el precio marginal del sistema y las potencias que suministraría cada generador.

Solución.

El precio marginal del sistema se obtendría mediante la casación de las ofertas de compra y de venta. La generación adjudicada a los ofertantes del nudo A sería de 600 MWh, la adjudicada a los del nudo B, de 100 MWh, y el precio marginal del sistema, de 13 R/MWh.

Sin embargo, esta asignación implica que deben circular 500 MW del nudo A al B, y aunque las dos líneas pueden transportarlos, si se produce la pérdida de la línea cuya capacidad es de 500 MW, la demanda no podría ser cubierta. Por consiguiente, se ha producido una *congestión* en el sistema, y hay que modificar el programa original. Para ello, debe reducirse la generación en el nudo A en 100 MWh, que deberán producirse en el nudo B. Para ello, es necesario aceptar la oferta de 25 R/MWh de un generador de B. Sin embargo, puesto que esta oferta se ha aceptado en el proceso de resolución de congestiones, el precio marginal no se modifica. Así pues, el reparto final de potencias queda como sigue.

	Casación		Final	
	MWh	R/MWh	MWh	R/MWh
A	600	13	500	13
B	100	13	100	13
			100	25
Total	700	9100	700	10300

Problema 6. Resolución de congestiones del sistema de tres nudos del Problema 4 mediante redespacho.

El sistema se muestra en la Figura 3 del Problema 4. Los agentes del sistema presentan las mismas ofertas de compra y venta de energía que se repiten aquí por comodidad.

$$\begin{array}{lll} \pi(P_{g1}) = 60 + 0,1 \cdot P_{g1} & \text{(R/MWh)} & 150 \leq P_{g1} \leq 800 \text{ MW} \\ \pi(P_{g3}) = 80 + 0,07 \cdot P_{g3} & \text{(R/MWh)} & 100 \leq P_{g3} \leq 400 \text{ MW} \\ \pi(P_d) = 1000 - 2,5P_d & \text{(R/MWh)} & \end{array}$$

La potencia máxima que puede circular por la línea 3-2 es también de 200 MW. Obténgase la potencia asignada a la generación y la demanda para que la transmisión por las líneas no exceda su capacidad utilizando el método de redespacho. Las condiciones del mercado son:

1. Solo se paga por la energía realmente producida.
2. La energía que entra por restricciones se paga según oferta.
3. La demanda no puede participar en el proceso de resolución de restricciones.
4. Para resolver las restricciones se usan las mismas ofertas de venta de energía.

NOTA: Tómese como potencia base S_b= 100 MW y como nudo oscilante el nudo 3. Empléense las ecuaciones de flujo de cargas en corriente continua. Las impedancias de las líneas están en magnitudes unitarias sobre la base de 100 MW.

Solución.

En primer lugar se obtiene el precio marginal de la energía sin tener en cuenta los límites en la capacidad de transmisión. Es la operación que realizaría el gestor de la red de transporte. Para ello se crean las curvas de oferta y demanda agregadas y se cruzan.

La función de oferta agregada será:

$$\begin{aligned} \pi_{g1} = 60 + 0,1P_{g1} \quad &\Rightarrow \quad P_{g1} = \frac{\pi - 60}{0,1} \\ \pi_{g3} = 80 + 0,07P_{g3} \quad &\Rightarrow \quad P_{g3} = \frac{\pi - 80}{0,07} \\ P_g = P_{g1} + P_{g3} \quad &\Rightarrow \quad \pi = 0,0412 \cdot P_g + 71,78 \end{aligned}$$

Y la de demanda agregada:

$$\begin{aligned} \pi_d = 1000 - 2,5P_d \quad &\Rightarrow \quad P_d = \frac{1000 - \pi}{2,5} \\ \pi_{d,agg} = 100 + 300 + P_d \quad &\Rightarrow \quad \pi = 2000 - 2,5P_{d,agg} \end{aligned}$$

Se cruzan las dos curvas y se obtiene la solución del mercado:

$$\begin{aligned} 2000 - 2,5P_{d,agg} &= 0,0412 \cdot P_g + 71,78 \\ P_{d,agg} &= P_g \end{aligned}$$

Cuya solución es

$$P_{d,agg} = P_g = 758,7 \text{ MW}$$

y el precio de la energía es

$$\pi = 2000 - 2,5P_{d,agg} = 0,0412 \cdot P_g + 71,78 = 103 \text{ R/MWh}$$

Obsérvese que la solución es misma que en el caso de precios nodales, sin considerar las restricciones. Las potencias generadas y consumidas por cada uno de los agentes serán:

$$P_{g1} = 430 \text{ MW} \quad P_{g3} = 328{,}7 \text{ MW} \quad P_d = 358{,}8 \text{ MW}$$

Para esta solución, al igual que en el caso de precios nodales, la potencia circulante por las líneas es:

$$P_{32} = 257{,}5 \text{ MW} > 200 \text{ MW} \quad P_{31} = 70 \text{ MW} \quad P_{12} = 41{,}25 \text{ MW}$$

Al igual que en el caso de precios nodales, hay que modificar la asignación de forma que sea compatible con la capacidad de transmisión del sistema siguiendo las reglas del mercado que se han dado.

Para reasignar la generación se resuelve un flujo de cargas óptimo muy parecido al planteado en el problema de precios nodales, puesto que la demanda no participa en el proceso de resolución de restricciones. El problema se enuncia a continuación. De nuevo, todas las cantidades estan en magnitudes unitarias.

$$\begin{array}{ll} \text{mín}_{p_{g1},p_{g3},p_d} & (60 \cdot 100p_{g1} + 0,05 \cdot 100^2 p_{g1}^2 + 80 \cdot 100 p_{g3} + 0,035 \cdot 100^2 p_{g3}^2) \\ \\ \text{s.a.} & 22,5\delta_1 - 12,5\delta_2 = p_{g1} - 3,588 - 1 \\ & -12,5\delta_1 + 37,5\delta_2 = -3 \\ & -10\delta_1 - 25\delta_2 = p_{g3} \\ & -25\delta_2 \leq 2 \end{array}$$

El problema se resuelve de manera análoga al caso de precios nodales y se llega a la siguiente solución:

$$\begin{array}{lll} P_{g1} = 558{,}8 \text{ MW} & P_{g3} = 200 \text{ MW} & P_d = 358{,}8 \text{ MW} \\ \delta_1 = 0 \text{ rad} & \delta_2 = \text{- } 0{,}08 \text{ rad} & \end{array}$$

Las diferencias con la solución obtenida en el caso de precios nodales son:

1. La demanda es superior, puesto que es la asignación que se ha hecho en el mercado. La diferencia es pequeña, pues la sensibilidad de la demanda al precio también lo es.
2. Los multiplicadores de Lagrange no se muestran, pues no se utilizan los precios nodales ni los asociados a las restricciones de desigualdad.
3. La generación en el nudo 2 ha cambiado para adaptarse a la demanda.

A partir de esta solución se pueden obtener ingresos y pagos. Los ingresos de los generadores son:

$$\begin{aligned} IG_1 &= 430 \cdot 103 + \Delta R = 58385,872 \text{ R/h} \\ IG_2 &= 200 \cdot 103 = 20600 \text{ R/h} \\ IG &= IG_1 + IG_2 = 78985,872 \text{ R/h} \end{aligned}$$

donde ΔR es el pago por la energía al generador que incrementa la potencia, y que se paga según oferta. Esto significa que cada MW se paga de forma diferente. El último MW aceptado se paga a $\pi_{g1} = 60 + 0,1P_{g1} = 60 + 0,1 \cdot 558,8 = 115{,}88$ R/MWh. Geométricamente se puede obtener que:

$$\Delta R = \frac{1}{2}(558,8 - 430)(115,88 + 103) = 14095,87 \text{ R/h}$$

Los pagos realizados por la demanda son los mismos de la generación. En este caso no hay excedente de congestión.

$$PD = IG = 78985,872 \text{ R/h}$$

El coste de la energía a los consumidores, si no hubiera habido congestiones, sería $PD_0 = 758,8 \cdot 103 = 78156{,}4$ R/h. Por tanto, el sobrecoste debido a la congestión es:

$$\Delta PD = PD - PD_0 = 829,47 \text{ R/h} \quad \Rightarrow \quad \Delta PD = 1,06\,\%$$

Se puede observar que el coste de la energía en este caso es menor que en el de precios nodales.

Problema 7. Resolución de restricciones de red por precios zonales.

Sean dos sistemas eléctricos, conectados entre sí, cuyas ofertas agregadas de compra y venta de energía son:

$$\pi_{d1} = 715 - 3{,}25\ P_{d1} \quad \text{(R/MWh)} \qquad \pi_{d2} = 1365 - 2{,}6\ P_{d2} \quad \text{(R/MWh)}$$
$$\pi_{g1} = 60 + 0{,}01\ P_{g1} \quad \text{(R/MWh)} \qquad \pi_{g2} = 61 + 0{,}02\ P_{g2} \quad \text{(R/MWh)}$$

Considérense los siguientes casos:

1. Los sistemas no intercambian energía. Calcúlense las potencias generadas y consumidas y el precio de la energía en cada uno de ellos.
2. La capacidad de la interconexión es ilimitada y los mercados intercambian energía. Obténgase:
   a) Las funciones de oferta agregada de compra y venta de energía del sistema resultante de agregar los dos.
   b) Las potencias generadas y consumidas y el precio de la energía en cada uno de los sistemas.
   c) La potencia intercambiada entre los sistemas.
3. La capacidad de la interconexión es de 250 MW y los mercados intercambian energía. Obténgase:
   a) Las potencias generadas y consumidas y los precios de la energía en cada uno de los sistemas.
   b) Los pagos de la demanda por la energía consumida y la renta de congestión.

Solución.

- Apartado 1

Para obtener las potencias y precios de los sistemas se igualan sus funciones de oferta de compra y de venta.
Sistema 1:

$$60 + 0,01P_1 = 715 - 3,25P_1 \;\Rightarrow\; P_1 = 200,92 \text{ MW}$$
$$\pi_1 = 60 + 0,01 \cdot 200,92 = 62 \text{ R/MWh}$$

Sistema 2

$$61 + 0,02P_2 = 1365 - 2,6P_2 \;\Rightarrow\; P_2 = 497,7 \text{ MW}$$
$$\pi_2 = 61 + 0,02 \cdot 497,7 = 70,95 \text{ R/MWh}$$

- Apartado 2

Las funciones de oferta y demanda agregadas de ambos sistemas son:
Generación:

$$P_g = P_{g1} + P_{g2} = \frac{\pi - 60}{0,01} + \frac{\pi - 61}{0,02} = 150\pi - 9050 \;\Rightarrow\; \pi = 60,333 + 6,667 \cdot 10^{-3} P_g$$

Demanda

$$P_d = P_{d1} + P_{d2} = \frac{715 - \pi}{3,25} + \frac{1365 - \pi}{2,6} = 745 - 0,693\pi \;\Rightarrow\; \pi = 1076,1 - 1,44 \cdot P_d$$

la potencia producida y generada en el conjunto de los dos sistemas y el precio común se obtienen igualando las curvas de oferta y demanda agregadas. A partir del precio se determina la potencia producida y consumida en cada sistema

$$150\pi - 9050 = 745 - 0,6923\pi \;\Rightarrow\; \pi = 65 \text{ R/MWh}$$

o bien

$$1076,11 - 1,444P = 60,333 + 6,67 \cdot 10^{-3} P \;\Rightarrow\; P = 700 \text{ MW}$$

las potencias generadas y consumidas en ambos sistemas serán:

$$P_{g1} = \frac{\pi - 60}{0,01} = 500 \text{ MW} \quad P_{g2} = \frac{\pi - 61}{0,02} = 200 \text{ MW}$$

$$P_{d1} = \frac{715 - \pi}{3,25} = 200 \text{ MW} \quad P_{d2} = \frac{1365 - \pi}{2,6} = 500 \text{ MW}$$

La potencia por la interconexión va del sistema 1 (el más barato) al 2 (el más caro) y tiene el siguiente valor:

$$P_{1\to 2} = P_{g1} - P_{d1} = P_{d2} - P_{g2} = 300 \text{ MW}$$

- Apartado 3

Para obtener las potencias en cada sistema cuando la potencia máxima por la interconexión es de 250 MW, se resuelve el siguiente sistema, teniendo en cuenta que la potencia intercambiada es la totalidad de la capacidad de interconexión.

$$60 + 0,01(P_{d1} + 250) = 715 - 3,25P_{d1} \Rightarrow P_{d1} = 200,15 \text{ MW}$$
$$61 + 0,02(P_{d2} - 250) = 1365 - 2,6P_{d2} \Rightarrow P_{d2} = 499,61 \text{ MW}$$

Los precios en los sistemas serán:
Sistema 1:

$$\pi_1 = 60 + 0,01(200,15 + 250) = 64,5 \text{ R/MWh}$$

Sistema 2

$$\pi_2 = 61 + 0,02(499,61 - 250) = 65,99 \text{ R/MWh}$$

Los pagos de la demanda y la renta de congestión serán

$$\begin{aligned} PagDem_1 &= 64,5 \cdot 200,15 = 12909,67 \text{ R} \\ PagDem_2 &= 65,99 \cdot 499,61 = 32969,26 \text{ R} \end{aligned}$$

$$PagoDemTotal = 45878,94 \text{ R}$$
$$RentaCongestion = (65,99 - 64,5) \cdot 250 = 372,5 \text{ R}$$

Los resultados de las tres situaciones se muestran en la Tabla 1.

	Mercados separados	Mercado único	Mercado único con congestión
Potencia generada en 1 (MW)	200,92	500	450,15
Potencia demandada en 1 (MW)	200,92	200	200,15
Precio en 1 (R/MWh)	62	65	64,5
Ingresos de la generación en 1 (R/h)	12457	32500	29035
Pagos de la demanda en 1 (R/h)	12457	13000	12910
Potencia generada en 2 (MW)	497,7	200	249,61
Potencia demandada en 2 (MW)	497,7	500	499,61
Precio en 2 (R/MWh)	70,95	65	65,99
Ingresos de la generación en 2 (R/h)	35311,8	13000	16471
Pagos de la demanda en 2 (R/h)	35311,8	32500	32969
Potencia intercambiada (MW)	0	300	250
Ingresos totales de la generación (R/h)	47769	45500	45507
Pagos totales de la demanda (R/h)	47769	45500	45879
Excedente de la congestión (R/h)	0	0	372

Tabla 1: Resultados del problema 7

Problema 8. Precios zonales.

Tres mercados eléctricos están interconectados entre sí siguiendo un esquema de precios zonales. En una hora H las funciones de oferta y demanda agregadas de cada zona son:

$$\begin{array}{llll} \pi_{g1} = 1,83 \cdot 10^{-3} P_{g1} & \text{(R/MWh)} & \pi_{d1} = 385 - 11 \cdot 10^{-3} P_{d1} & \text{(R/MWh)} \\ \pi_{g2} = 1,25 \cdot 10^{-3} P_{g2} & \text{(R/MWh)} & \pi_{d2} = 450 - 10 \cdot 10^{-3} P_{d2} & \text{(R/MWh)} \\ \pi_{g3} = 2,25 \cdot 10^{-3} P_{g3} & \text{(R/MWh)} & \pi_{d3} = 385 - 9 \cdot 10^{-3} P_{d3} & \text{(R/MWh)} \end{array}$$

Las potencias están en MW. La potencia máxima que puede circular por las líneas que unen los sistemas (1-2, 2-3 y 3-1) es de 1200 MW. Los precios de los sistemas en la hora H son:

$$\pi_1 = 51,51 \quad \text{R/MWh} \quad \pi_2 = 49,89 \quad \text{R/MWh} \quad \pi_3 = 49,08 \quad \text{R/MWh}$$

La potencia que circula por la línea 3-1 es de 1200 MW del mercado 3 al mercado 1. Calcúlese:

1. La potencia producida y consumida en cada mercado y la circulante por las interconexiones.
2. La renta de congestión en el conjunto de los mercados.
3. Los precios en los mercados en esta hora H si no hubiera limitaciones en la capacidad de las interconexiones

Solución:

- Apartado 1

Las potencias demandadas y consumidas toman los valores siguientes:

$$\begin{array}{ll} P_{g1} = \frac{\pi_1}{1,83 \cdot 10^{-3}} = \frac{51,51}{1,83 \cdot 10^{-3}} = 28,147 \text{ GW} & P_{d1} = \frac{385-\pi_1}{11 \cdot 10^{-3}} = \frac{385-51,51}{11 \cdot 10^{-3}} = 30,317 \text{ GW} \\ P_{g2} = \frac{\pi_2}{1,25 \cdot 10^{-3}} = \frac{49,89}{1,25 \cdot 10^{-3}} = 39,912 \text{ GW} & P_{d2} = \frac{450-\pi_2}{10 \cdot 10^{-3}} = \frac{450-49,89}{10 \cdot 10^{-3}} = 40,011 \text{ GW} \\ P_{g3} = \frac{\pi_3}{2,25 \cdot 10^{-3}} = \frac{49,08}{2,25 \cdot 10^{-3}} = 21,813 \text{ GW} & P_{d3} = \frac{225-\pi_3}{9 \cdot 10^{-3}} = \frac{225-49,08}{9 \cdot 10^{-3}} = 19,547 \text{ GW} \end{array}$$

La potencia por las interconexiones se calcula a partir del balance de potencias en los mercados

$$\begin{array}{l} P_{3-2} = P_{g3} - P_{d3} - P_{3-1} = 21,813 - 19,547 - 1,2 = 1,066 \text{ GW} \\ P_{2-1} = P_{g2} - P_{d2} + P_{3-2} = 39,912 - 40,011 - 1,066 = 0,967 \text{ GW} \end{array}$$

Se comprueba la solución con el balance de potencias en el nudo 1

$$P_{d1} = P_{g1} + P_{3-1} + P_{2-1} = 28,147 + 1,2 + 0,967 = 30,317 \text{ GW}$$

Que coincide con la potencia calculada.

- Apartado 2

Ingresos de los generadores = $(51,51 \cdot 28,147 + 49,89 \cdot 39,912 + 49,08 \cdot 21,813) \cdot 10^3$ = 4,512 MR
Pagos de los consumidores = $(51,51 \cdot 30,317 + 49,89 \cdot 40,011 + 49,08 \cdot 19,547) \cdot 10^3$ = 4,517 MR
Renta de congestión = Pagos - Ingresos = 4517 - 4512 = 4 kR

- Apartado 3

Puesto que no hay límites en las interconexiones el precio es único para los tres sistemas.
Función de oferta agregada:

$$P_g = P_{g1} + P_{g2} + P_{g3} = \frac{\pi}{1,83 \cdot 10^{-3}} + \frac{\pi}{1,25 \cdot 10^{-3}} + \frac{\pi}{2,25 \cdot 10^{-3}} = 1791\pi$$

Función de demanda agregada:

$$P_d = P_{d1} + P_{d2} + P_{d3} = \frac{385 - \pi}{11 \cdot 10^{-3)}} + \frac{450 - \pi}{10 \cdot 10^{-3}} + \frac{225 - \pi}{9 \cdot 10^{-3}} = 105 \cdot 10^3 - 302\pi$$

Se igualan las funciones de oferta y demanda y se obtiene el precio.

$$1791\pi = 105 \cdot 10^3 - 302\pi \;\Rightarrow\; \pi = 50,17 \text{ R/MWh}$$

Problema 9. Precios zonales en un sistema de tres zonas.

Sea un mercado con tres zonas en el que las funciones de oferta y demanda agregadas en cada una de ellas son las siguientes:

$$\begin{array}{llll}\pi(P_{g1}) = 1,83 \cdot 10^{-3} P_{g1} & \text{(R/MWh)}; & \pi(P_{d1}) = 385 - 11 \cdot 10^{-3} P_{d1} & \text{(R/MWh)} \\ \pi(P_{g2}) = 1,25 \cdot 10^{-3} P_{g2} & \text{(R/MWh)}; & \pi(P_{d2}) = 450 - 10 \cdot 10^{-3} P_{d2} & \text{(R/MWh)} \\ \pi(P_{g3}) = 2,25 \cdot 10^{-3} P_{g3} & \text{(R/MWh)}; & \pi(P_{d3}) = 225 - 9 \cdot 10^{-3} P_{d3} & \text{(R/MWh)}\end{array}$$

En donde las potencias están en MW. Calcúlense las potencias generadas y consumidas así como la potencia circulante por las interconexiones en los siguientes supuestos:

1. No se emplean las interconexiones para intercambios comerciales.
2. La capacidad de las interconexiones es ilimitada.
3. La capacidad de cada interconexión es de 1200 MW.

Matriz de sensibilidades (PTDF)

$$\begin{bmatrix} P_{f,12} \\ P_{f,13} \\ P_{f,23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,454 & -0,181 \\ 0,545 & 0,182 \\ 0,455 & 0,817 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{g1} - P_{d1} \\ P_{g2} - P_{d2} \end{bmatrix}$$

La zona oscilante es la zona 3

Solución.

- Apartado 1: las interconexiones no se emplean para intercambios comerciales.

En este caso se soluciona cada uno de los mercados por separado. Las ecuaciones que hay que resolver son:

$$\begin{array}{rcl} 1,83 \cdot 10^{-3} P_{s1} & = & 385 - 11 \cdot 10^{-3} P_{s1} \\ 1,25 \cdot 10^{-3} P_{s2} & = & 450 - 10 \cdot 10^{-3} P_{s2} \\ 2,25 \cdot 10^{-3} P_{s3} & = & 225 - 9 \cdot 10^{-3} P_{s3} \end{array}$$

en donde P_{sj} es la potencia generada o demandada en la zona j. Puesto que no hay interconexiones, ambas son iguales.

Las soluciones son:

$$\begin{array}{ll} P_{s1} = 30007,8 \text{ MW} & \pi_1 = 54{,}9143 \text{ R/MWh} \\ P_{s2} = 40000 \text{ MW} & \pi_2 = 50 \text{ R/MWh} \\ P_{s3} = 20000 \text{ MW} & \pi_3 = 45 \text{ R/MWh} \end{array}$$

en donde los precios se obtienen a partir de las respectivas funciones de oferta de compra y venta de energía.

- Apartado 2: la capacidad de las interconexiones es ilimitada.

En este caso se trata de un área única con precio único, y se tienen que crear las funciones de oferta y demanda agregada a partir de las de cada zona.

Las funciones de oferta en cada zona se pueden expresar como

$$\begin{array}{ll} P_{g1} = 545,45\pi; & P_{d1} = (385 - \pi)/11 \cdot 10^{-3} \\ P_{g2} = 800\pi; & P_{d2} = (450 - \pi)/10 \cdot 10^{-3} \\ P_{g3} = 444,44\pi; & P_{d3} = (225 - \pi)/9 \cdot 10^{-3} \end{array}$$

La suma de las potencias generadas y demandadas da lugar a las funciones de oferta y demanda agregadas, que tienen las siguientes expresiones

$$\begin{array}{lll} P_g = P_{g1} + P_{g2} + P_{g3} = 1789,89\pi & \Rightarrow & \pi = 5,587 \cdot 10^{-4} P_g \\ P_d = P_{d1} + P_{d2} + P_{d3} = 105 \cdot 10^{-4} - 302,02\pi & \Rightarrow & \pi = 347,66 - 3,311 \cdot 10^{-4} P_d \end{array}$$

Se igualan las curvas de oferta y demanda agregadas, obteniéndose la demanda

$$5,587 \cdot 10^{-4} P_s = 347,66 - 3,311 \cdot 10^{-4} P_s$$

donde P_s es la potencia del sistema, que es igual a la potencia total generada o demandada, cuyo valor es $P_s =$ 89,841 GW. Con esta cantidad, a partir de la curva de oferta o de demanda agregada se obtiene el precio del sistema $\pi = 50{,}19$ R/MWh. Este precio se calcula en mercados multizonales (sin tener en cuenta la capacidad de las líneas) y se emplea como precio de referencia.

A partir del precio y de las curvas de oferta y de demanda de cada zona se obtienen las potencias generadas y demandadas en cada una de ellas.

$$\begin{aligned} P_{g1} &= 27,376 \text{ GW}; \quad P_{d1} = 30,437 \text{ GW} \\ P_{g2} &= 40,152 \text{ GW}; \quad P_{d2} = 39,981 \text{ GW} \\ P_{g3} &= 22,307 \text{ GW}; \quad P_{d3} = 19,423 \text{ GW} \end{aligned}$$

La potencia intercambiada a través de las interconexiones se calcula a través de los coeficientes PTDF, y tiene el siguiente valor (en MW):

$$\begin{bmatrix} P_{f,12} \\ P_{f,13} \\ P_{f,23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,454 & -0,181 \\ 0,545 & 0,182 \\ 0,455 & 0,817 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 27376 - 30437 \\ 40152 - 39981 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1399,86 \\ -1620,47 \\ -1251,45 \end{bmatrix}$$

- Apartado 3: la capacidad de las interconexiones es 1200 MW en cada una de ellas.

Para resolver esta parte del problema es necesario plantear el problema de optimización formulado en (**??**), que en este caso adopta la siguiente forma:

$$\begin{array}{lll} \text{mín} & \frac{1}{2}1,83 \cdot 10^{-3} P_{g1}^2 + \frac{1}{2}1,25 \cdot 10^{-3} P_{g2}^2 + \frac{1}{2}2,25 \cdot 10^{-3} P_{g3}^2 & \\ & -(385 P_{d1} - \frac{1}{2}11 \cdot 10^{-3} P_{d1}^2) - (450 P_{d2} - \frac{1}{2}10 \cdot 10^{-3} P_{d2}^2) - (225 P_{d1} - \frac{1}{2}9 \cdot 10^{-3} P_{d1}^2) & \\ \text{s.a.} & P_{f,12} = 0,454(P_{g1} - P_{d1}) - 0,181(P_{g2} - P_{d2}) & \\ & P_{f,13} = 0,545(P_{g1} - P_{d1}) + 0,182(P_{g2} - P_{d2}) & \\ & P_{f,23} = 0,455(P_{g1} - P_{d1}) + 0,817(P_{g2} - P_{d2}) & \\ & P_{g1} + P_{g2} + P_{g3} - (P_{d1} + P_{d2} + P_{d3}) = 0 & \\ & P_{fj} \leq 1200 & \forall j \\ & -P_{fj} \leq 1200 & \forall j \end{array}$$

La solución de este problema de optimización es:

$$\begin{aligned} P_{g1} &= 28,147 \text{ GW}; \quad P_{d1} = 30,317 \text{ GW} \\ P_{g2} &= 39,913 \text{ GW}; \quad P_{d2} = 40,010 \text{ GW} \\ P_{g3} &= 21,813 \text{ GW}; \quad P_{d3} = 19,546 \text{ GW} \end{aligned}$$

El precio en cada sistema se calcula a partir de las ofertas de compra y de venta en cada zona, y de las potencias obtenidas, y toma los valores siguientes.

$$\pi_1 = 51,51 \text{ R/MWh}; \ \pi_2 = 49,89 \text{ R/MWh}; \pi_3 = 49,08 \text{ R/MWh}$$

Y la potencia que circula por las interconexiones toma los siguientes valores (en MW):

$$\begin{bmatrix} P_{f,12} \\ P_{f,13} \\ P_{f,23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,454 & -0,181 \\ 0,545 & 0,182 \\ 0,455 & 0,817 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 28147 - 30317 \\ 39913 - 40010 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -966,67 \\ -1200 \\ -1066,67 \end{bmatrix}$$

Problema 10. Derechos financieros de transmisión (FTR).

Sea el sistema del problema 7. Un productor del sistema 1 vende 40 MW a un consumidor del sistema 2 a un precio de 63 R/MWh. La transacción se realiza mediante un contrato por diferencia. Si no se producen congestiones en el sistema, los pagos del consumidor serían iguales a lo que debe cobrar el productor, tal como se muestra a continuación:

	1 (cobros)	2 (pagos)
Transacción (MW)	40	40
Precio (R/MWh)	65	65
Ingresos/pagos (R/h)	2600	2600
Contrato por diferencia (R/h)	-80	-80
Ingresos/pagos totales (R/h)	2520	2520
Precio energía (R/MWh)	63	63

Obsérvese que el vendedor deberá pagar al comprador 80 R puesto que el precio del mercado ha sido superior al del contrato. La ejecución del contrato está con signo menos porque es un pago del vendedor y un ingreso del comprador.

Sin embargo, cuando una congestión provoca que los precios no sean los mismos, este balance deja de cumplirse, como se muestra en la tabla siguiente:

	1 (cobros)	2 (pagos)
Transacción (MW)	40	40
Precio (R/MWh)	64,5	65,99
Ingresos/pagos (R/h)	2580	2639,6
Contrato por diferencia (R/h)	- 60	-119,6
Ingresos/pagos totales (R/h)	2520	2520
Precio energía (R/MWh)	63	63

En este caso el comprador espera recibir 119,6 R y el vendedor debería pagar 60 R, lo que hace que no concuerden las expectativas.

Esta incompatibilidad se resuelve si, por ejemplo, el consumidor adquiere 40 MW de derechos de transmisión. también se debe acordar el precio que se toma como referencia para el contrato por diferencia, que debe ser el de la parte que no ha adquirido los derechos de transmisión, esto es, el generador en este caso. Los ingresos provenientes de los derechos de transmisión serían el producto de la potencia adquirida por la diferencia de precios entre ambos sistemas, es decir $40 \cdot (65,99 - 64,5) = 59,6$ R/h.

El balance de ingresos y pagos quedaría de la siguiente manera:

	1 (cobros)	2 (pagos)
Transacción (MW)	40	40
Precio (R/MWh)	64,5	65,99
Ingresos/pagos (R/h)	2580	2639,6
Contrato por diferencia (R/h)	-60	-119,6
Derechos de transmisión (R/h)	0	-59,6
Ingresos/pagos totales (R/h)	2520	2520
Precio energía (R/MWh)	63	63

El consumidor tiene que pagar, además, el precio de los derechos de transmisión que ha adquirido.

Problema 11. Pago de desvíos a bajar en un sistema.

Sea un generador A que en una hora dada debe suministrar 100 MW, pero que por alguna razón solo ha suministrado 90 MW. Un generador B debía generar a esa hora también 100 MW, pero ha suministrado 110 MW. El precio del mercado diario es de 50 R/MWh. En esta hora, el desvío del sistema ha sido a bajar y el precio del desvío a a bajar es el 120 % del precio del mercado diario.

Estos desvíos los cubren generadores que utilizan reserva secundaria y terciaria para compensarlos. Los precios de la energía secundaria a subir es de 65 R/MWh, y el de la terciaria a subir es de 58,33 R/MWh.

Determínese:

1. Los ingresos por estos conceptos de cada uno de los generadores que se desviaron en un sistema de precio simple y en un sistema de precio doble.
2. La proporción de energía de regulación secundaria y terciaria que se ha empleado para corregir el desvío.
3. Los ingresos de los generadores que suministraron la reserva, suponiendo que el desvío total del sistema ha sido de 150 MW.

Solución.

- Cálculo de los ingresos de generadores desviados.

Puesto que el precio que se aplica depende del desvío global del sistema, los ingresos que recibirían los agentes A y B serían, en el caso de **precio simple**:

Precio simple	A (100 - 10 MW)	B (100 + 10 MW)	Total
Déficit de energía	$100 \cdot 50 - 10 \cdot 1,2 \cdot 50 = 4400$ R	$100 \cdot 50 + 10 \cdot 1,2 \cdot 50 = 5600$ R	10000 R

Obsérvese que la cantidad total pagada por ambos agentes en ambos casos es la que corresponde a la venta de 200 MW al precio del mercado diario. Puesto que los desvíos de ambos se compensan entre sí, los pagos realizados por el que genera de menos son los que recibe el que genera de más.

Si, por el contrario, el sistema es de **precio doble**, los ingresos de los dos agentes serían:

Precio doble	A (100 - 10 MW)	B (100 + 10 MW)	Total
Déficit de energía	$100 \cdot 50 - 10 \cdot 1,2 \cdot 50 = 4400$ R	$100 \cdot 50 + 10 \cdot 50 = 5500$ R	9900 R

En este caso, la cantidad recibida entre los dos es inferior al de venta de los 200 MW de energía en el mercado diario, y hay más pagos por desvíos de los que realizaría la entidad encargada de hacer la liquidación. Es decir, en el sistema de precio doble se genera un pequeño excedente.

- Cálculo de la proporción de reserva secundaria y terciaria que se ha empleado.

Cuando el desvío del sistema ha sido, como en este caso, **a bajar** (energía generada inferior a la energía prevista), el precio del desvío se calcula de la forma siguiente:

$$\pi_D^- PD = \pi_S^+ P_S + \pi_T^+ P_T$$

Donde π_D^- es el precio del desvío a bajar, PD es la potencia desviada, π_S^+ es el precio de la reserva secundaria a subir, P_S es la energía horaria de secundaria generada, π_T^+ es el precio de la reserva terciaria a subir y P_T es la energía horaria de terciaria generada. En este caso:

$$60 = 65 \cdot x_2 + 58,33 \cdot x_3$$

en donde x_2 y $x_3 = 1 - x_2$ son las proporciones de reserva secundaria y terciaria, respectivamente, que se han empleado para corregir el desvío. De esta ecuación se obtiene que $x_2 = 0{,}25$ y $x_3 = 0{,}75$.

- Cálculo de los ingresos de generadores que han participado en los servicios de reserva.

Los ingresos de los generadores que han participado en la reserva, si el desvío total del sistema ha sido de 10 MW, se calculan como:

Ingresos de reserva secundaria = $150 \cdot 0,25 \cdot 65$ = 2437,5 R.

Ingresos de reserva terciaria = $150 \cdot 0,75 \cdot 58,33$ = 6526,12 R.

Problema 12. Pago de desvíos a subir en un sistema.

Sea un generador A que en una hora dada debería suministrar 100 MW, pero que por alguna razón solo ha suministrado 90 MW. Un generador B debía generar a esa hora también 100 MW, pero ha suministrado 110 MW. El precio del mercado diario es de 50 R/MWh. En esta hora, el desvío del sistema ha sido a subir y el precio del desvío a subir es del 90 % del precio del mercado diario.

Estos desvíos los cubren generadores que utilizan reserva secundaria y terciaria para compensarlos. Los precios de energía secundaria a bajar es de 47 R/MWh, y el de la terciaria a bajar es de 44,5 R/MWh.

Determínese:

1. Los ingresos por estos conceptos de cada uno de los generadores que se desviaron en un sistema de precio simple y en un sistema de precio doble.
2. La proporción de energía de regulación secundaria y terciaria que se ha empleado para corregir el desvío.
3. Los ingresos de los generadores que suministraron la reserva, suponiendo que el desvío total del sistema ha sido de 150 MW.

Solución.

- Cálculo de los ingresos de generadores desviados.

Puesto que el precio que se aplica depende del desvío global del sistema, los ingresos que recibirían los agentes A y B serían, en el caso de **precio simple**:

Precio simple	A (100 - 10 MW)	B (100 + 10 MW)	Total
Exceso de energía	$100 \cdot 50 - 10 \cdot 0,9 \cdot 50 = 4550$ R	$100 \cdot 50 + 10 \cdot 0,9 \cdot 50 = 5450$ R	10000 R

Obsérvese que la cantidad total pagada por ambos agentes en ambos casos es la que corresponde a la venta de 200 MW al precio del mercado diario. Puesto que los desvíos de ambos se compensan entre sí, los pagos realizados por el que genera de menos son los que recibe el que genera de más.

Si, por el contrario, el sistema es de **precio doble**, los ingresos de los dos agentes serían:

Precio doble	A (100 - 10 MW)	B (100 + 10 MW)	Total
Exceso de energía	$100 \cdot 50 - 10 \cdot 50 = 4500$ R	$100 \cdot 50 + 10 \cdot 0,9 \cdot 50 = 5450$ R	9950 R

En este caso, la cantidad recibida entre los dos es inferior a la venta de los 200 MW de energía, y hay más pagos por desvíos de los que realizaría la entidad encargada de hacer la liquidación. Es decir, en el sistema de precio doble se genera un pequeño excedente.

- Cálculo de la proporción de reserva secundaria y terciaria que se ha empleado.

Cuando el desvío del sistema ha sido **a subir** (energía generada superior a la energía prevista, el precio del desvío se calcula de la forma siguiente:

$$\pi_D^+ \cdot PD = \pi_S^- \cdot P_S + \pi_T^- \cdot P_T$$

Donde π_D^+ es el precio del desvío a subir, PD es la potencia desviada, π_S^- es el precio de la reserva secundaria a bajar, P_S es la energía horaria de secundaria reducida, π_T^- es el precio de la reserva terciaria a bajar y P_T es la energía horaria de terciaria reducida. En este caso:

$$45 = 47 \cdot x_2 + 44,5 \cdot x_3$$

en donde x_2 y $x_3 = 1 - x_2$ son las proporciones de reserva secundaria y terciaria, respectivamente, que se han empleado para corregir el desvío. De esta ecuación se obtiene que $x_2 = 0{,}2$ y $x_3 = 0{,}8$.

- Cálculo de los ingresos de generadores que han participado en los servicios de reserva.

En el caso en que el desvío del sistema haya sido **a subir**, los ingresos de los generadores que han participado en la reserva, si el desvío total del sistema ha sido de 150 MW, se calcula como:

Ingresos de reserva secundaria = 150 $\cdot 0,2 \cdot$ (50 - 47) = 90 R.

Ingresos de reserva terciaria = 150 $\cdot 0,8 \cdot$ (50 - 44,5) = 660 R.

Obsérvese que en este caso se produce una recompra de energía por los agentes a un precio inferior al del mercado diario.