Universidad Carlos III de Madrid

Departamento de Ingeniería Eléctrica.

Julio Usaola García.

Regulación de sistemas eléctricos.

Tema 4. Problemas.

Problema 1. Ejercicio de poder de mercado

En un mercado se presentan las siguientes ofertas de venta de energía en una hora dada h. La demanda prevista en esa hora es de 1000 MW y es independiente del precio.

Oferta	Empresa	Potencia (MW)	Precio (R/MWh)
1	Atom A.N.T.	100	0
2	SuperWHY	150	5
3	Electrons4U	300	10
4	SUPERTRONS	150	20
5	Electrons4U	100	22
6	Eléctrica Fernández	50	25
7	Antracitas del Adaja	100	27
8	Electrons4U	150	30
9	Brother Hermanos	100	35
10	Notcheap	150	37

Con el objeto de alterar los precios, la empresa Electrons4U retira la oferta 8. Calcúlese cuál sería el beneficio de la empresa propietaria tras esta maniobra.

Solución:

Si la oferta 9 se mantuviera, el Operador del mercado escogería las ofertas más baratas que cubrieran la demanda de 1000 MW. En este caso el precio de la energía sería de 30 R/MWh. De la oferta 8 se tomarían 50 MW, siendo esta la que señala el precio marginal del sistema.

Si se retira (o simplemente no se presenta) la oferta 8, se tendría que aceptar la siguiente oferta, la 9, de la que se tomarían los 50 MW que faltan para completar los 1000 MW demandados y que fijaría el precio a 35 R/MWh. En este caso, las ofertas de las centrales 3 y 5, que pertenecen a la misma empresa que la oferta 8, tendrían una ganancia extra con respecto al caso anterior, que tomaría el valor:

$$Extra\ E4U = (300 + 100) \cdot (35 - 30) = 2000 \text{ R}$$

Problema 2. Centrales térmicas en modelos de competencia perfecta y oligopolio.

Sea un mercado de competencia perfecta en el que hay dos empresas cuyos costes horarios son:

$$\begin{aligned} C_1 &= 40P_1 + 4 \cdot 10^{-3} P_1^2 \qquad \text{(R/h)} \\ C_2 &= 42P_2 + 4,1 \cdot 10^{-3} P_2^2 \quad \text{(R/h)} \end{aligned}$$

La demanda que tienen que atender en una hora viene dada por la expresión $\pi = 500 - 0,3959P_d$ (R/MWh). Obténgase la potencia que se le asigna a cada empresa, así como el precio de la energía en esta hora, suponiendo:

1. Mercado de competencia perfecta.
2. Oligopolio según el modelo de Cournot.
3. Oligopolio según el modelo de la función de oferta. Considerése la empresa 1 como dominante.

Solución:

- Modelo de competencia perfecta.

Puesto que las empresas utilizarán como curva de oferta su curva de precios marginales, el precio de la energía será único para las dos empresas ($\pi_1 = \pi_2 = \pi$) , y por tanto la producción de cada una de ellas será la que iguale los costes marginales al precio. Además, el coste marginal de las centrales sería igual a la utilidad marginal de la demanda, lo que conduce al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 40 + 8 \cdot 10^{-3} P_1 &= 42 + 8,2 \cdot 10^{-3} P_2 \\ 40 + 8 \cdot 10^{-3} P_1 &= 500 - 0,3959P_d \\ P_1 + P_2 &= P_d \end{aligned}$$

La solución de este sistema es:

$$\begin{array}{cc} P_1 = 704,38 \text{ MW} & P_2 = 443,30 \text{ MW} \\ P_d = 1147,68 \text{ MW} & \pi = 45,63 \text{ R/MWh} \end{array}$$

El precio puede obtenerse a partir de la expresión del coste marginal de cualquiera de las dos centrales, o bien, de la función de la demanda.

En este caso, los beneficios obtenidos se obtienen restando los costes de los ingresos. Se considera que la función de costes es la integral de la función de costes marginales y que los costes son nulos para una potencia generada nula.

$$\begin{array}{c} B_1 = I_1 - C_1 = \pi_1 \cdot P_1 - (40P_1 + 4 \cdot 10^{-3} P_1^2) = 1988,10 \text{ R} \\ B_2 = I_2 - C_2 = \pi_2 \cdot P_2 - (42P_2 + 4,2 \cdot 10^{-3} P_2^2) = 807,90 \text{ R} \end{array}$$

Obsérvese que:

El planteamiento y la resolución del problema es idéntico que en un entorno centralizado, puesto que las funciones de oferta coinciden con las de costes marginales de las centrales.

La central con costes marginales más bajos tiene una mayor asignación de potencia.

- Oligopolio de Cournot.

Las expresiones de los beneficios de ambas empresas son:

$$\begin{aligned} B_1 &= [500 - 0,3959(P_1 + P_2)]\, P_1 - 40P_1 - 4 \cdot 10^{-3} P_1^2 \\ B_2 &= [500 - 0,3959(P_1 + P_2)]\, P_2 - 42P_2 - 4,1 \cdot 10^{-3} P_2^2 \end{aligned}$$

El máximo beneficio para ambas empresas se obtendrá derivando ambas expresiones con respecto a P_1 y P_2 e igualando estas derivadas a cero.

$$\begin{aligned}\frac{\partial B_1}{\partial P_1} &= 0 \\ \frac{\partial B_2}{\partial P_2} &= 0\end{aligned}$$

Esta operación conduce al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}0,7998P_1 + 0,3959P_2 &= 460 \\ 0,3959P_1 + 0,8P_2 &= 458\end{aligned}$$

Cuya solución es:

$$P_1 = 386,41 \text{ MW} \quad P_2 = 381,27 \text{ MW}$$

A partir de estos resultados se obtiene la demanda como $P_d = P_1 + P_2$ y el precio como $\pi = 500 - 0,3959P_d$, que toman los valores:

$$P_d = 767,48 \text{ MW} \quad \pi = 196,07 \text{ R/MWh}$$

Los beneficios obtenidos toman los siguientes valores.

$$B_1 = I_1 - C_1 = \pi_1 \cdot P_1 - (40P_1 + 4 \cdot 10^{-3}P_1^2) = 59709,76 \text{ R}$$
$$B_2 = I_2 - C_2 = \pi_2 \cdot P_2 - (42P_2 + 4,1 \cdot 10^{-3}P_2^2) = 58146,27 \text{ R}$$

Comparando esta solución con la de competencia perfecta se puede observar que:

El oligopolio de Cournot lleva a precios de la energía mucho más altos.

Por esta razón la demanda se contrae sensiblemente.

La central más barata produce mucho menos que en el caso de competencia perfecta. Esta situación no es eficiente.

Las empresas tienen unos beneficios mucho mayores.

- Oligopolio de función de oferta. Empresa 2 dominante.

La curva de oferta agregada de la competencia de la empresa 1 será:

$$\pi_c = 42 + 8,2 \cdot 10^{-3}P_c \ (R/MWh) \ \Rightarrow \ P_c = 121,95\pi - 5121,95 \text{ (MW)}$$

donde el subíndice c denota *competencia*.
La demanda residual será:

$$\begin{aligned}P_{dr} &= P_d - P_c = 6384,90 - 124,48\pi \text{ (MW)} \\ \pi &= 51,29 - 8,033 \cdot 10^{-3}P_{dr} \text{ (R/MWh)}\end{aligned}$$

Los ingresos totales (IT) y marginales (IM) de la empresa dominante serán:

$$\begin{aligned}IT &= \pi \cdot P_{dr} = 51,29P_{dr} - 8,033 \cdot 10^{-3}P_{dr}^2 \\ IM &= 51,29 - 0,016066P_{dr}\end{aligned}$$

La igualdad entre ingresos marginales y costes marginales conduce a la solución.

$$51,29 - 0,016066P_{dr} = 40 + 8 \cdot 10^{-3}P_{dr}$$

$$51{,}29 - 0{,}016066\ P_{dr} = 40 + 8 \cdot 10^{-3}P_{dr} \quad \Rightarrow \quad P_{dr} = 473{,}81 \text{ MW}$$

A partir de la demanda residual se obtiene el precio de la energía

$$\pi = 51{,}29 - 8{,}033 \cdot 10^{-3}P_{dr} = 47{,}48 \text{ R/MWh}$$

Y el precio de la energía determina la producción de la empresa 1.

$$P_c = 121{,}95\ \pi \text{ - } 5121{,}95 = 668{,}23 \text{ MW}$$

Por lo que la demanda será $P_1 + P_2 = 1142{,}04$ MW.
Los beneficios de las empresas son:

$$B_1 = I_1 - C_1 = \pi_1 \cdot P_1 - (40P_1 + 4 \cdot 10^{-3} P_1^2) = 2646, 12 \text{ R}$$
$$B_2 = I_2 - C_2 = \pi_2 \cdot P_2 - (42P_2 + 4, 1 \cdot 10^{-3} P_2^2) = 1831, 12 \text{ R}$$

De estos resultados se pueden extraer las siguientes consecuencias:

En el oligopolio, la central más cara produce más. El conjunto funciona de forma menos económica.

El precio de la energía es más alto en el oligopolio que en la competencia perfecta, aunque menos que en el oligopolio de Cournot.

Los beneficios también son mayores en el caso de oligopolio

Sin embargo, esta situación no suele producirse en la práctica, puesto que las empresas tienen también en cuenta las estrategias a medio plazo, en las que no desean perder cuota de mercado. Por otra parte, los precios altos pueden atraer nuevos competidores, lo que aumentaría la competencia.

Problema 3. Curva de oferta de una central en el modelo de oligopolio de función de oferta.

Sean las dos empresas que abastecen la demanda del Problema 2, cuyos datos se repiten a continuación:

$$
\begin{array}{ll}
C_1 = 40P_1 + 4 \cdot 10^{-3} P_1^2 & \text{(R/h)} \\
C_2 = 42P_2 + 4,1 \cdot 10^{-3} P_2^2 & \text{(R/h)} \\
\pi_d = 500 - 0,3959 P_d & \text{(R/MWh)}
\end{array}
$$

La empresa 1 quiere comportarse como una empresa dominante oligopolística. Para calcular su oferta óptima, supone que la empresa 2 (cuyos costes horarios conoce) va a comportarse como tomadora de precios. Pero la empresa 1 no está segura de la función de oferta de la empresa 2, y supone que los parámetros pueden ser un 10 % inferiores a los supuestos inicialmente. Calcúlese una función de oferta lineal de la empresa 1 que tenga en cuenta esta incertidumbre.

Solución:

La situación de máximo beneficio para la empresa 1 con los parámetros originales se ha obtenido ya y se repite a continuación.

$$P_{dr} = P_1 = 473{,}81 \text{ MW} \qquad \pi = 47{,}48 \text{ R/MWh}$$

Se repite el problema para unos valores de los parámetros de la empresa 2 un 10 % superiores.

La curva de oferta agregada de la competencia de la empresa 1 será:

$$\pi'_c = 46,2 + 9,02 \cdot 10^{-3} P'_c \ (R/MWh) \ \Rightarrow \ P'_c = 110,86\pi - 5121,95 \text{ (MW)}$$

La demanda residual será:

$$
\begin{array}{rcl}
P'_{dr} & = & P_d - P'_c = 6384,90 - 113,39\pi \text{ (MW)} \\
\pi & = & 56,31 - 8,82 \cdot 10^{-3} P'_{dr} \text{ (R/MWh)}
\end{array}
$$

Los ingresos marginales (IM) de la empresa dominante serán:

$$IM = 56,31 - 0,01764 P'_{dr}$$

La igualdad entre ingresos marginales y costes marginales conduce a la solución.

$$56{,}31 \text{ - } 0{,}01764\ P'_{dr} = 40 + 8 \cdot 10^{-3} P'_{dr} \quad \Rightarrow \quad P'_{dr} = 636{,}11 \text{ MW}$$

A partir de la demanda residual se obtiene el precio de la energía, la producción de la empresa 1 y la demanda

$$
\begin{array}{c}
\pi' = 56{,}31 \text{ - } 8{,}82 \cdot 10^{-3} P'_{dr} = 50{,}70 \text{ R/MWh} \\
P'_c = 110{,}86\ \pi' \text{ - } 5121{,}95 = 498{,}83 \text{ MW} \\
P'_d = P'_1 + P'_2 = 1142{,}04 \text{ MW}
\end{array}
$$

Se tienen dos puntos de potencia y precio óptimos para la central 1, (473,81; 47,48) y (636,11; 50,70). Uniendo estos dos puntos se puede obtener una función de oferta, como se representa en la Figura 1.

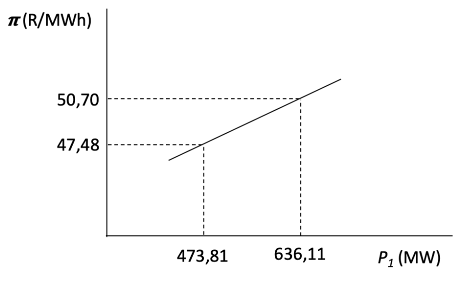

Figura 1: Representación gráfica de la curva de oferta obtenida.

Problema 4. Programación horaria de una central térmica en competencia perfecta.

Sea una central térmica con los siguientes datos:

Costes horarios:	$f(P) = 200 + 6,5P + 0,0025P^2$	(R/h)	$100 \leq P \leq 625$ MW
Costes de arranque:	400 R		
Costes de parada:	200 R		

Esta central participa en un mercado eléctrico en competencia perfecta. Los precios previstos para el día siguiente son:

Horas	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24
Precio (R/MWh)	5,4	5,2	9,4	9,2	7,5	9,9

Se desea determinar la mejor oferta de la central para los seis intervalos en los que se divide el día. La central está conectada en la última hora del día anterior.

Solución:

El problema se resolverá utilizando el método de programación dinámica. En este caso habrá 6 etapas, correspondientes con los intervalos en que se ha dividido el periodo, y 2 estados, conexión o desconexión, en cada uno de los 6 intervalos.

En cada intervalo, si no se tienen en cuenta los costes de arranque y parada, la potencia que suministraría la central dependería de sus costes marginales, cuyo valor es $CM = 6,5 + 0,005P$. Sin contar los costes de puesta en marcha y parada, el beneficio máximo se produciría para una potencia igual a:

$$P = \frac{\pi - 6,5}{0,005} \tag{1}$$

Se considerarán los estados de conectada y desconectada en cada intervalo. En caso de desconexión, los costes son nulos. En el primero, si la potencia asignada es inferior a la potencia mínima, se asignará este valor. Si esta potencia es superior a su potencia máxima, sólo podrá proporcionar ésta. Los resultados de este problema se muestran en la Tabla 1

Tabla 1: Resultados del ejemplo. Costes en R

Período	1	2	3	4	5	6	
Horas	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	
Precio	5,4	5,2	9,4	9,2	7,5	9,9	
Desconectada		**-200**	-200	-200	1764	3880	Beneficios acumulados. Estado anterior:desconectada
	-200	-1540	-2220	1764	3880	3480	Beneficios acumulados. Estado anterior:conectada
		-2020	**1964**	1516	964	7274	Beneficios acumulados. Estado anterior:desconectada
Conectada	-1340	-2760	544	**4080**	**3680**	**7474**	Beneficios acumulados. Estado anterior:conectada
Potencia	100	100	580	540	200	625	
Ingresos	2160	2080	21808	19872	6000	24750	
Costes	3500	3500	19244	17756	6400	20956	
Beneficio	-1340	-1420	2564	2116	-400	3794	

En esta tabla se indican, en negrita, el estado de conexión o desconexión en cada intervalo del período (día) considerado. Así, la central estaría desconectada durante los intervalos 1 y 2, y conectada los restantes.

En la tabla también se muestra la potencia asignada a la central cuando ésta está conectada, según la fórmula 1, teniendo en cuenta que si el valor es inferior a 100 MW (la potencia mínima), la potencia asignada es 100 MW. Los ingresos por intervalo de la central cuando está conectada es el producto del precio por la potencia asignada, en tanto que los costes se obtienen de la función de costes de la central. Los beneficios son la diferencia entre estos dos conceptos. Cuando la central está desconectada, estas cantidades son nulas.

En las filas con los beneficios acumulados se muestran los beneficios que se van obteniendo a medida que avanza el día, teniendo en cuenta las maniobras de puesta en marcha y parada requeridas para cambiar de uno a otro estado. Hay dos filas para desconectado. Al final del día, los beneficios según las diferentes opciones se reflejan en las cuatro primeras filas de la última columna. El beneficio más alto es de 7474 R, que es la opción más rentable, y que se presenta cuando la central está conectada en el último intervalo. El estado del que proviene es el de conexión en el intervalo 5, que a su vez proviene del estado de conexión en el intervalo 4. A éste se ha llegado desde el intervalo 3, momento en el que es más rentable que la central esté conectada, pero del que se proviene del estado de desconexión en los intervalos 2 y 1.

Hay que resaltar que el precio en el intervalo 5 es muy bajo, por lo que los beneficios en este intervalo son negativos cuando la central está conectada. Sin embargo, los costes de desconexión y ulterior conexión de la central son superiores a las pérdidas que se obtienen manteniendo la central conectada.

Problema 5. Sistema hidrotérmico en competencia perfecta con restricción de volumen de agua a desembalsar.

Sea una central hidráulica cuya función de caudal es

$$\begin{aligned} q_H(P_H) &= \frac{400}{2} P_H^2 + 5500 P_H + 3,2 \cdot 10^5 \text{ (m}^3\text{/h)} \\ 0 &\leq P_H \leq 150 \, MW \end{aligned}$$

Esta central debe desembalsar un volumen de agua $V_H = 3,5 \cdot 10^7$ m^3 en un período de un día dividido en tres intervalos de 8 horas cuyos precios son:

Intervalo	0-8	8-16	16-24
π (R/MWh)	5,8	8,3	7,2

Solución:

Para resolver este problema se aplica la fórmula (2) que se ha deducido en el texto.

Los parámetros son $\alpha_H = 400$, $\beta_H = 5500$ y $\omega_H = 3,2 \cdot 10^5$.

$$P_{Hk} = \frac{\frac{\pi_k}{\sqrt{\frac{\sum_j \pi_j^2 n_j}{2\alpha_H V_H'}}} - \beta_H}{\alpha_H} \tag{2}$$

en donde

$$V_H' = V_H - T_{max}\left(\omega_H - \frac{\beta_H^2}{2\alpha_H}\right)$$

siendo T_{max} la duración del período (un día).

Los resultados se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2: Resultados

Intervalo (horas)	0-8	8-16	16-24
π (R/MWh)	5,8	8,3	7,2
P. hidro (MW)	48,25	74,98	63,22
Ingresos (R)	2239,01	4978,80	3641,53
Volumen consumido (m^3)	$8,41 \cdot 10^6$	$1,49 \cdot 10^7$	$1,17 \cdot 10^7$

Los ingresos totales que se consiguen aplicando la fórmula (2) son de 10859,24 R, que es la suma de los ingresos en todos los intevalos. Si el agua hubiera sido utilizada exclusivamente en el segundo intervalo, de precio más alto, la potencia necesaria hubiera sido de 129,3 MW, y los ingresos obtenidos hubieran sido de 8585,696 R. Puesto que la función de caudal es no lineal, producir toda la potencia en el intervalo de energía más cara no conduce al mejor resultado.

Problema 6. Sistema hidrotérmico en competencia perfecta con restricción de energía a producir.

Sea una central hidráulica de potencia nominal $P_{Hm} = 150$ MW de que debe producir una energía $E_H = 1150$ MW en un día en el que los precios previstos de la energía son:

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
π (R/MWh)	52,3	50,6	48,12	47,64	47,84	51	62,04	67,14	68,07	68	66,93	65

Hora	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
π (R/MWh)	63,25	62,01	59,82	59,4	60,65	63,49	66,78	66,44	61,26	56,12	54,64	51,84

Solución:

La central trataría de vender toda la energía posible en las horas de mayor precio, por tanto produciría a potencia nominal las 7 horas de mayor precio (horas 9, 10, 8, 11, 19, 20 y 12). Se habrían producido en estas horas 1050 MWh. Los 100 MWh restantes se deberían producir en la hora 18, la de precio inmediatamente inferior a la hora 12.

Una posibilidad de participación en el mercado es ofertar a precio nulo su potencia nominal durante las horas 9, 10, 8, 11, 19, 20 y 12 y 100 MW en la hora 12.

Los precios reales del mercado pueden diferir de los precios previstos. En esa situación se puede hacer uso de los mercados de ajuste para la compraventa de energía y aumentar de este modo los ingresos.

Problema 7. Sistema hidrotérmico en oligopolio (función de oferta).

Sea un sistema eléctrico en régimen de oligopolio con dos empresas. La empresa dominante 1 tiene una central térmica y una hidráulica, y la empresa secundaria 2 tiene una central térmica. Las funciones de costes y caudal de estas centrales son:

$$
\begin{array}{lll}
F_{T1} = 575 + 9,2P_{T1} + 1,84 \cdot 10^{-3} P_{T1}^2 & \text{(R/h)} & 50 \leq P_{T1} \leq 1500 \ \text{(MW)} \\
q_{H1} = 3,6285P_{H1}^2 + 2501,95P_{H1} + 407035 & (\text{m}^3/\text{h}) & 0 \leq P_{H1} \leq 1200 \ \text{(MW)} \\
F_{T2} = 575 + 9,2P_{T2} + 1,84 \cdot 10^{-3} P_{T2}^2 & \text{(R/h)} & 50 \leq P_{T2} \leq 1500 \ \text{(MW)}
\end{array}
$$

Estas tres centrales tienen que cubrir una demanda que evoluciona de la siguiente manera.

T	0-8	8-16	16-24
P_d (MW)	2200	3000	2800

La central hidráulica tiene que desembalsar un volumen de agua $V_H = 1,73 \cdot 10^8$ m^3 en este período (24 horas).

Se desea determinar la potencia para la que la empresa dominante obtiene los máximos beneficios, suponiendo que la empresa secundaria realiza su oferta según sus costes marginales.

Solución:

Para la empresa dominante, la función de oferta agregada es

$$
\begin{aligned}
\pi &= 9,2 + 3,68 \cdot 10^{-3} P_{T2} \\
P_{T2} &= 271,4\pi - 2500
\end{aligned}
$$

Y por tanto, la demanda residual será, para el intervalo j del período de 24 horas,

$$
\begin{aligned}
P_{drj} &= P_{dj} + 2500 - 271,4\pi_j \\
\pi_j &= 9,2 + 3,68 \cdot 10^{-3}(P_{dj} - P_{drj})
\end{aligned}
$$

El problema de optimización se plantea según las ecuaciones expuestas en la teoría, y se llega a las siguientes ecuaciones, en las que k denota el intervalo dentro del período de 24 horas.

$$
\begin{aligned}
\lambda_k &= 9,2 + 3,68 \cdot 10^{-3} P_{T1k} \ \forall k \\
\lambda_k &= \gamma(2501,95 + 7,257P_{H1k}) \ \forall k \\
\lambda_k &= 9,2 + 3,68 \cdot 10^{-3} P_{dk} - 7,36 \cdot 10^{-3} P_{drk} \ \forall k \\
P_{drk} &= P_{T1k} + P_{H1k} \ \forall k \\
8 \sum_j q(P_{Hj}) &= 1,73 \cdot 10^8 \\
50 &\leq P_{T1k} \leq 1500 \ \forall k \\
0 &\leq P_{H1k} \leq 1200 \ \forall k
\end{aligned}
$$

Combinando las cuatro primeras ecuaciones se llega a una expresión para P_{H1k} en función de γ, que es

$$
P_{H1k} = \frac{27,6 + 3,68 \cdot 10^{-3} P_{dk} - 7505,85\gamma}{21,771\gamma + 7,36 \cdot 10^{-3}}
$$

A partir de esta ecuación, para un valor de γ se obtienen los valores de las potencias de las distintas centrales en los tres intervalos del día. Se verifica si el volumen desembalsado es el especificado. Si no es así, se actualiza el valor de γ y se sigue con una nueva iteración.

Por ejemplo, para un valor de $\gamma = 1$ mR/m^3 las potencias que suministraría cada central de la empresa dominante en los tres intervalos, así como la demanda residual, serían

Intervalo	P_{H1}(MW)	P_{T1}(MW)	P_{dr1}(MW)
1	967,20	88,18	1055,89
2	1086,6	287,48	1356,24
3	1043,5	237,66	1281,16

El volumen de agua desembalsado con estas potencias sería de $V_H = 1,63 \cdot 10^8$ m^3. Puesto que no es la solución correcta, hay que seguir iterando. La solución correcta se obtiene para $\gamma = 0,962365$ mR/m^3, y los valores de las potencias y precio son:

Intervalo	P_{H1}(MW)	P_{T1}(MW)	P_{dr1}(MW)	P_{T2}(MW)	π(R/MWh)
1	1005,72	62,92	1068,94	1131,36	13,36
2	1109,70	260,26	1369,96	1630,04	15,20
3	1083,70	210,93	1294,63	1505,37	14,74

Problema 8.

Sea un agregador que gestiona capacidad de autoproducción de hasta 300 MW y que tiene que satisfacer la demanda de la tabla adjunta, y que le compra la energía a 40 R/MWh, en tanto que los costes marginales de producción son fijos y de valor 25 R/MWh. Los valores de potencia que le proporcionarían el máximo beneficio se muestran también en la tabla.

Hora	1	2	3	4
Precio (R/MWh)	25	40	30	10
Demanda (MW)	20	30	40	20
Producción (MW)	0	30	30	0
Compra (MW)	20	0	10	20

Resulta más ventajoso comprar energía que producirla para abastecer la demanda cuando la energía es más barata en el mercado que lo que cuesta producirla con medios propios. Esto se produce en la hora 4 y en la hora 1 es indiferente producir o comprar la energía en el mercado y se ha elegido esto último.

Problema 9. Programación horaria de una central térmica en competencia perfecta.

Se desea determinar la mejor oferta de una central para los precios que se indican en la Figura 2. Los costes de la central son lineales por tramos y los costes marginales tienen la expresión:

$$f(P) = 200 + 39P^{min} + \sum_{j=1}^{25}(39,1667 + j0,8333)P_j \qquad\qquad 0 \leq P_j \leq 6 \text{ MW}$$

Las potencias mínimas y máximas de la central son $P^{min} = 50$ MW y $P^{max} = 200$ MW. Los costes de puesta en marcha son 1000 R y los de parada 800 R. La central está desconectada la última hora del día previo.

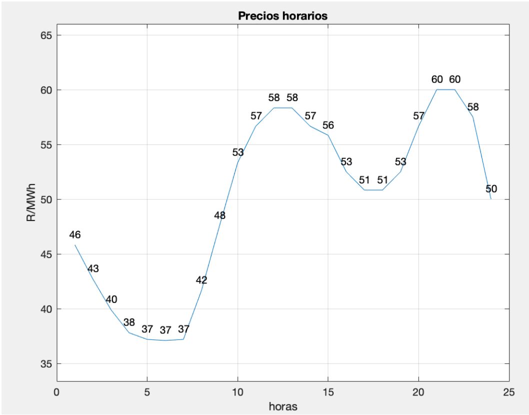

Figura 2: Precios utilizados en el Ejemplo 9.

Solución:

Para solucionarlo hay que resolver el programa de optimización indicado en el texto. Los resultados se muestran en la Figura 3. La figura muestra la potencia entregada en cada hora, el precio estimado de la energía y el coste marginal de la central funcionando a la potencia especificada.

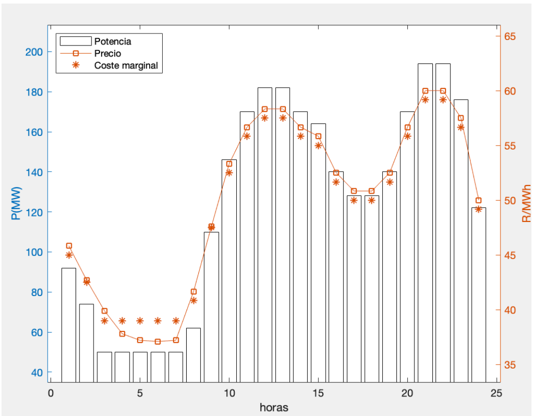

Figura 3: Potencia producida por cada central del Ejemplo 9, precio estimado y costes marginales.

En la figura se puede observar que los precios son superiores o iguales a los costes marginales de la central, excepto en las horas 3 a 7 del día, en que los precios son inferiores al coste marginal, por lo que la central no está cubriendo los costes variables con la venta de energía. Sin embargo esta pérdida es menor que conectar y desconectar la central durante este tiempo, por lo que permanece conectada a potencia mínima (50 MW).

Problema 10. Oferta óptima de un agregador con consumo, producción solar y almacenamiento.

Un agregador tiene las siguientes estimaciones horarias para el día siguiente de precios del mercado, de potencia demandada y producción solar fotovoltaica que se incluyen en la tabla siguiente.

Hora	Precio estimado (EUR/MWh)	Potencia demandada (MW)	Potencia solar (MW)
1	58,01	3637	0
2	53,00	3437	0
3	40,10	2758	0
4	36,57	2677	0
5	34,07	2697	0
6	34,07	2721	395
7	35,00	2055	2704
8	36,64	2756	4725
9	35,31	4021	7438
10	40,74	2836	7791
11	41,29	3047	9026
12	38,88	3062	8765
13	41,17	3627	8166
14	38,75	4222	8037
15	37,02	4415	6659
16	35,00	4374	3442
17	32,31	4482	1944
18	35.00	4020	0
19	36,57	3865	0
20	42,39	3735	0
21	49,00	4389	0
22	53,70	4907	0
23	49,86	5292	0
24	49,50	4564	0

El agregador puede disponer de 2400 kWh de capacidad de almacenamiento con una potencia máxima de 800 kW. La demanda gestionable es de 23915 kWh de un total de 87596 kWh demandados para el día considerado.

Solución:

Los resultados del problema de optimización para los datos del día elegido se muestran en la Figura 4.

En esta figura se puede observar que la energía consumida tiene un perfil que reproduce de forma aproximadamente especular el perfil de precios, consumiendo más cuando estos son más altos, y viceversa, a lo que se añade la producción solar del conjunto de los consumidores. Las baterías se usan para almacenar en horas de precios bajos y verter a la red en horas de precios altos, y la demanda gestionable se adquiere en las horas de menor precio. En unas horas el conjunto de usuarios consume energía neta, y en otras, en cambio, inyecta energía a la red, especialmente en las horas en las que hay producción solar.

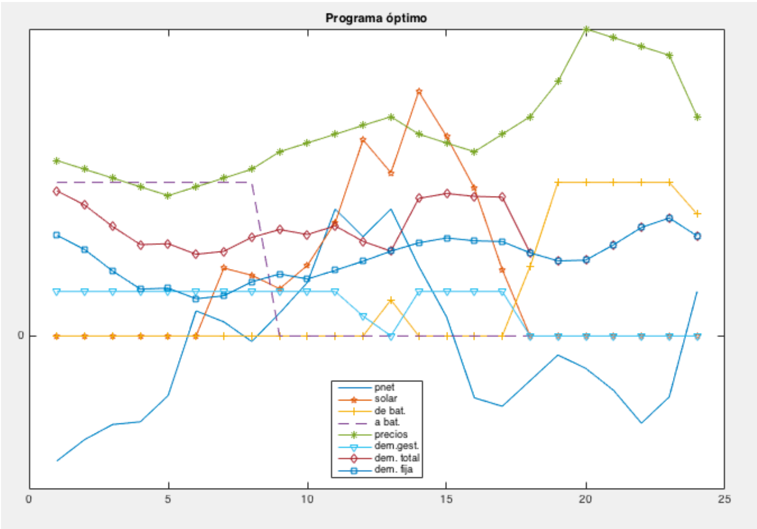

Figura 4: Perfil de consumo óptimo del agregador para el perfil de precios dado.