Universidad Carlos III de Madrid

Departamento de Ingeniería Eléctrica.

Julio Usaola García.

Regulación de sistemas eléctricos.

Tema 6. Problemas.

Problema 1.

Sea un sistema eléctrico cuya demanda está abastecida por un conjunto de centrales térmicas de tres tecnologías: punta, media y base. Los costes fijos y variables de estas tecnologías son:

	CF (R/MWh)	CV(R/MWh)
Generación punta	10	280
Generación media	30	80
Generación base	90	5

El sistema es marginalista y el sistema se encuentra en su punto de equilibrio económico. La potencia instalada de las centrales de base es 15 GW, que generan anualmente 98500 GWh. Se pide:

1. Las horas de utilización, de forma total o parcial de la potencia instalada de cada tecnología, y los precios de la energía a lo largo del año, indicando el número de horas que tomará cada valor de precio.
2. Los costes que les supone a las centrales de base la generación de la energía.
3. Los ingresos por pago por capacidad y por venta de energía en el mercado para que los ingresos de las centrales de base igualen a sus costes.

NOTA: Considérese que el número de horas del año es 8760.

Solución

Puesto que el sistema está en su equilibrio económico, la utilización de cada tecnología es la óptima, y se igualan las curvas de coste medio de capacidad para obtener la utilización óptima de cada tecnología

$$\begin{array}{lll} 10 + 280\alpha_1 = 30 + 80\alpha_1 & \Rightarrow & \alpha_1 = 0,1 \\ 30 + 80\alpha_2 = 90 + 5\alpha_2 & \Rightarrow & \alpha_2 = 0,8 \end{array}$$

y por tanto las horas de utilización de cada tecnología y los precios de la energía son:

$$\begin{array}{l} N_{punta} = 0,1 \cdot 8760 = 867 \text{ horas} \\ N_{media} = 0,8 \cdot 8760 = 7008 \text{ horas} \\ N_{base} = 8760 \text{ horas} \end{array}$$

Y los precios y las horas en que se producen son:

$$\begin{array}{ll} \pi_p = CV_p = 280 \text{ R/MWh} & N_{horas} = (0,1) \cdot 8760 = 867 \text{ horas} \\ \pi_m = CV_m = 80 \text{ R/MWh} & N_{horas} = (0,8\text{–}0,1) \cdot 8760 = 6132 \text{ horas} \\ \pi_b = CV_b = 13,33 \text{ R/MWh} & N_{horas} = (1\text{–}0,8) \cdot 8760 = 1752 \text{ horas} \end{array}$$

Costes de la tecnología de base.

$$CT_b = 90 \cdot 8760 \cdot 15 \cdot 103 + 5 \cdot 98500 \cdot 103 = 12318{,}5 \text{ MR}$$

Ingresos por pagos por capacidad

$$I_{b,cap} = 10 \cdot 8760 \cdot 15 \cdot 103 = 1314 \text{ MR}$$

Y para que se equilibren los ingresos con los costes, los ingresos del mercado serían:

$$I_{b,mer} = 12318{,}5 - 1314 = 11004{,}5 \text{ MR}$$

Problema 2. Equilibrio en un mercado eléctrico.

Un sistema tiene una curva duración-carga (monótona de carga) con una demanda máxima de 40000 MW y una demanda mínima de 20000 MW, y una variación lineal. Este sistema tiene tres tipos de centrales (base, media y punta) cuyos costes fijos y variables son:

$$\begin{aligned} CMC_{punta} &= 10 + 180\alpha \quad \text{(R/MWh)} \\ CMC_{medio} &= 20 + 80\alpha \quad \text{(R/MWh)} \\ CMC_{base} &= 30 + 40\alpha \quad \text{(R/MWh)} \end{aligned}$$

donde $0 \leq \alpha \leq 1$.

Determínese:

1. La potencia instalada óptima de cada tipo, sin contar reservas.
2. Las horas al año que funcionaría cada tipo de central.
3. Los precios que tendría la energía, suponiendo mercado de competencia perfecta, a lo largo del año.
4. La liquidación de pagos y costes de la energía y capacidad.

Solución.

La intersección de las curvas de costes de las centrales de punta y de base se produce para los siguiente valores de α:

$$10 + 180\alpha_1 = 20 + 80\alpha_1$$
$$20 + 80\alpha_2 = 30 + 40\alpha_2$$

esto es, para α_1=0,10 y α_2=0,25. Esto significa que la central de punta sólo generará el 10 % del tiempo y la central media el 25 %. La central de base estará conectada todo el tiempo.

La función que da la evolución de la demanda según el enunciado será:

$$P_d = 40 - 20\alpha \quad \text{(GW)}$$

Para α_1=0,10, P_d = 38 GW y para α_2=0,25, P_d = 35 GW. Por tanto, se necesitarán 35 GW de potencia instalada de base, 3 GW de potencia instalada media y 2 GW de potencia instalada de punta. Estos valores se muestran en la figura 1.

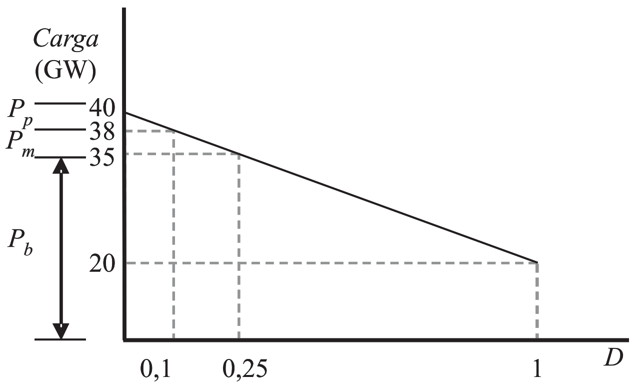


Figura 1: Demanda y potencias instaladas en el ejemplo 2.

Los precios de la energía vendrán dados por los costes marginales de la central más cara en cada momento. Durante el 10 % del tiempo, es decir, durante 876 horas, el precio marginal de la energía será de 180 R/MWh; durante un 15 % del tiempo, es decir, durante 1314 horas el precio marginal de la energía será de 80 R/MWh, en tanto que en el tiempo restante, 6570 horas, el precio será de 40 R/MWh.

Para calcular los pagos que se realizan al sistema por venta de energía, hay que calcular las energías que se venden a distintos precios, que son las áreas D_1, D_2 y D_3, que representan respectivamente, las energías vendidas a 180 R/MWh, 80 R/MWh y 40 R/MWh. A partir de las energías se puede obtener el pago en cada período, sin más que multiplicarlo por su precio. Las áreas se pueden obtener fácilmente de forma geométrica, y se extienden a las 8760 horas del año.

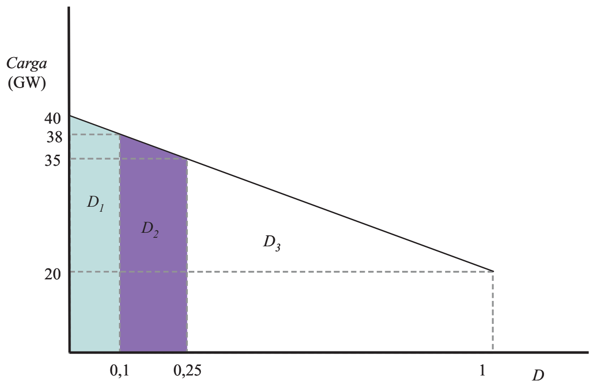


Figura 2: Energía suministrada a distintos precios en el ejemplo 2.

Los valores de las energías y de los ingresos de las centrales por venta de energía son:
$D_1 = 34,164 \cdot 10^6$ MWh $\quad I_1 = 6,14952 \cdot 10^9$ R
$D_2 = 47,961 \cdot 10^6$ MWh $\quad I_2 = 3,83688 \cdot 10^9$ R
$D_3 = 180,675 \cdot 10^6$ MWh $\quad I_3 = 7,227 \cdot 10^9$ R
$D_{tot} = 262,8 \cdot 10^6$ MWh $\quad I_{en} = 1,72134 \cdot 10^{10}$ R

Por otra parte, para calcular los costes de los generadores hay que obtener la energía que suministra cada tecnología, y que son las áreas G_p, G_m y G_b que se muestran en la figura 3.

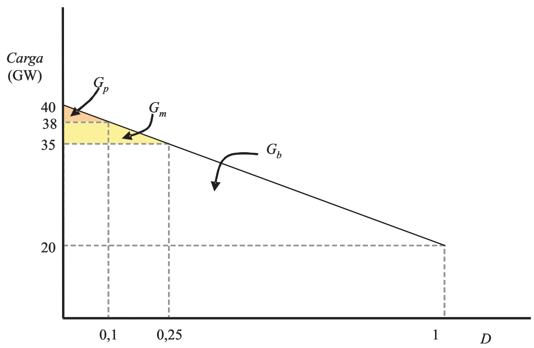


Figura 3: Energía suministrada por las distintas tecnologías en el ejemplo 2.

Estas energías se pueden obtener por medios geométricos y tienen el valor de $G_p = 0,876 \cdot 10^6$ MWh, $G_m = 4,599 \cdot 10^6$ MWh y $G_b = 257,325 \cdot 10^6$ MWh. Los costes de cada tecnología de generación son:

$$\begin{aligned}
CT_p &= 10 \cdot 8760 \cdot 2 \cdot 10^3 + 180 \cdot 0,876 \cdot 10^6 = 332,88 \cdot 10^6 \text{ R} \\
CT_m &= 20 \cdot 8760 \cdot 3 \cdot 10^3 + 80 \cdot 4,599 \cdot 10^6 = 893,52 \cdot 10^6 \text{ R} \\
CT_b &= 30 \cdot 8760 \cdot 35 \cdot 10^3 + 40 \cdot 257,325 \cdot 10^6 = 1,9491 \cdot 10^{10} \text{ R}
\end{aligned}$$

y los costes totales son de $CT_{total} = 2,07174 \cdot 10^{10}$ R. La diferencia entre costes e ingresos por venta de energía es de

$$CT_{total} - I_{en} = 3,504 \cdot 10^9 \text{ R}$$

Si estos costes se dividen entre las horas del año y la potencia instalada (40GW) se obtienen los costes fijos de la generación de punta:

$$\frac{3,504 \cdot 10^9}{8760 \cdot 40000} = 10 \text{ R/MWh}$$

Esto representa el pago por capacidad, que representaría un sobreprecio de la energía de valor:

$$\frac{CT_{total} - I_{en}}{D_{tot}} = \frac{3,504 \cdot 10^9}{262,8 \cdot 10^6} = 13,33 \text{ R/MWh}$$

que los consumidores tendrían que añadir al coste de adquisición de la energía.

Problema 3. Parque térmico óptimo de generación.

Resuélvase el sistema del Problema 2 planteando y resolviendo el problema de optimización correspondiente.

Solución.

El problema de optimización planteado en el texto se puede particularizar para los valores del problema, obteniéndose las siguientes ecuaciones:

$$
\begin{array}{lll}
 & \text{mín}_{P_{p,t},P_p,P_{m,t},P_m,P_{b,t},P_b} \sum_{t=1}^{T} N_t(180P_{p,t} + 80P_{m,t} + 40P_{b,t}) + 10P_p + 20P_m + 30P_b & \\
\text{s.a.} & P_{b,t} + P_{m,t} + P_{p,t} = D_t & t = 1, \cdots, N_t \\
 & 0 \leq P_{p,t} \leq P_p & t = 1, \cdots, N_t \\
 & 0 \leq P_{m,t} \leq P_m & t = 1, \cdots, N_t \\
 & 0 \leq P_{b,t} \leq P_b & t = 1, \cdots, N_t \\
 & P_b \geq 0, P_m \geq 0, P_p \geq 0 &
\end{array}
$$

Si el rango de potencias demandadas se divide en 5 tramos, cada uno de ellos tiene la misma duración al ser la curva de demanda lineal, y esta duración es de $N_t = 0,2\ \forall\ t$. En tal caso, la resolución del problema de optimización anterior da como resultado los siguientes valores:

$P_p = 0$ GW $\quad G_p = 0$ TWh
$P_m = 4$ GW $\quad G_m = 7{,}01$ TWh
$P_b = 36$ GW $\quad G_p = 273{,}3$ TWh
$G_{total} = G_p + G_m + G_b = 280{,}3$ TWh

que como se puede observar, difiere de la solución obtenida en el apartado anterior, debido al escaso número de intervalos considerado. La energía total calculada es mayor por la definición que se ha hecho de los intervalos de la demanda. Si se consideran, en cambio, 100 intervalos (N=100), la solución es:

$P_p = 1{,}8$ GW $\quad G_p = 0{,}79$ TWh
$P_m = 3$ GW $\quad G_m = 4{,}47$ TWh
$P_b = 35{,}2$ GW $\quad G_p = 258{,}41$ TWh
$G_{total} = G_p + G_m + G_b = 263{,}67$ TWh

que es más parecida a la solución correcta, obtenida en el apartado anterior. Cuanto mayor es el número de intervalos, más próxima estará la solución a la real. Naturalmente, cuanto mayor es el número de intervalos, mayor es el número de variables y el tamaño del problema y la dificultad de resolverlo crece.

Con un número suficiente de intervalos se pueden obtener resultados precisos para cualesquiera curvas monótonas de demanda y cualquier número de tecnologías

Problema 4. Precios de escasez.

Sea un sistema eléctrico cuya curva duración-carga viene dada por la expresión siguiente

$$P_d = 30 - 20\alpha \text{ (GW)} \quad (0 \leq \alpha \leq 1)$$

Esta demanda está abastecida por un conjunto de centrales térmicas de tres tecnologías: punta, media y base, cuyos costes totales tienen la siguiente expresión:

$$\begin{array}{ll} CMC_{punta} = 10 + 250\alpha \text{ (R/MWh)} & (0 \leq \alpha \leq 1) \\ CMC_{media} = 40 + 80\alpha \text{ (R/MWh)} & (0 \leq \alpha \leq 1) \\ CMC_{base} = 80 + 20\alpha \text{ (R/MWh)} & (0 \leq \alpha \leq 1) \end{array}$$

Determínese el precio que deberá tener la electricidad, y durante cuántas horas, para que sin pago por capacidad se recuperen los costes de las inversiones.

Solución

De acuerdo con lo deducido en el apartado, los pagos por capacidad necesarios para equilibrar los costes y los ingresos de todas las tecnologías serían:

$$PC = CF_{punta} P_{total} H = 10 \cdot 30 \cdot 10^3 \cdot 8760 = 2628 \text{ MR}$$

donde P_{total} es la potencia total instalada, que en el problema equivaldría a la potencia máxima demandada.

Estos pagos adicionales tendrían que venir de la venta de energía a un precio superior a los costes variables de la tecnología que los tenga mayores y los ingresos suplementarios debidos a este sobreprecio vendrían dados por la expresión siguiente:

$$PC = E_* (\pi_* - 250)$$

donde E_* sería la energía suministrada al precio π_* que se busca. Esta energía tendría la siguiente expresión matemática, que se deduce a partir de la Figura 4.

$$E_* = \frac{30 + (30 - 20\alpha_*)}{2} \alpha_* \cdot 8760 = 262,8 \cdot 10^6 \alpha_* - 87,6 \cdot 10^6 \alpha_*^2$$

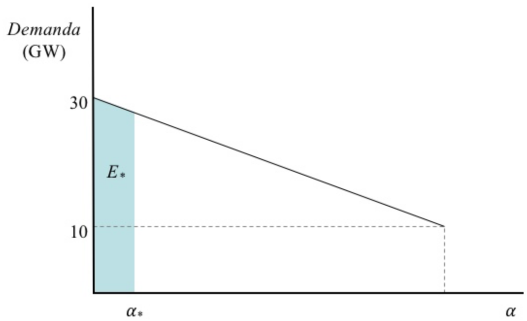


Figura 4: Curva monótona de demanda en el problema 4.

Es decir:

$$2628 \cdot 10^6 = (262,8 \cdot 10^6 \alpha_* - 87,6 \cdot 10^6 \alpha_*^2)(\pi_* - 250)$$

Esta ecuación tiene infinitas soluciones, en función del número de horas en las que se produzca este precio elevado. Por problema, si se escogen 20 horas al año ($\alpha_* = 2,283 \cdot 10^{-3}$) el precio al que debería venderse la energía es $\pi_* = 4633,54$ R/MWh. Estos precios tan elevados se producen ocasionalmente en algunos mercados. Es el conocido como **precio de escasez** (*scarcity price*).

Se puede calcular el precio cuando el tiempo en el que el precio es más alto es igual al que está conectada la tecnología punta. La fracción del año en que esto ocurre se puede calcular como:

$$10 + 250\alpha_* = 40 + 80\alpha_* \quad \Rightarrow \quad \alpha_* = 0,176$$

Para este tiempo, el precio tendría que ser $\pi_* = 313,7$ R/MWh

Problema 5.

Un sistema tiene una curva duración-carga (monótona de carga) con una demanda máxima de 40 GW y una demanda mínima de 20 GW, y una variación lineal. Este sistema tiene tres tipos de centrales (base, media y punta) cuyos costes fijos y variables son:

$CMC_{punta} = 10{+}180\alpha$ (R/MWh) $\quad CMC_{medio} = 20{+}80\alpha$ (R/MWh) $\quad CMC_{base} = 30{+}40\alpha$ (R/MWh)

donde $0 \leq \alpha \leq 1$.

Este sistema tiene también generación eólica, cuyo efecto se considera como una disminución lineal en la curva duración carga. El pico de potencia sigue siendo de 40 GW, y la demanda mínima menos la potencia eólica generada es de 15 GW.

Determínese:

1. Para una potencia instalada de 35 GW de centrales de base, 3 GW de centrales medias y 2 GW de punta, los pagos por capacidad necesarios para conseguir cubrir los costes de generación.
2. Lo mismo, pero para el parque de generación térmica óptimo, teniendo en cuenta la generación eólica.

Solución

Puesto que el problema está basado en el problema 1 del tema anterior, y que los cálculos son muy similares, no se detallan estos.

A partir de los datos, se puede obtener que la expresión matemática de la demanda térmica (la demanda total menos la producción eólica) es de:

$$D_r = 40 - 25\alpha \text{ (MW)}$$

Esta curva se muestra en la Figura 5.

- Apartado 1

Las potencias instaladas corresponden a la situación de equilibrio del sistema sin energía eólica (véase el problema 1 del tema de fundamentos de mercados), pero cuando esta se introduce, y no han cambiado estas potencias instaladas los resultados varían.

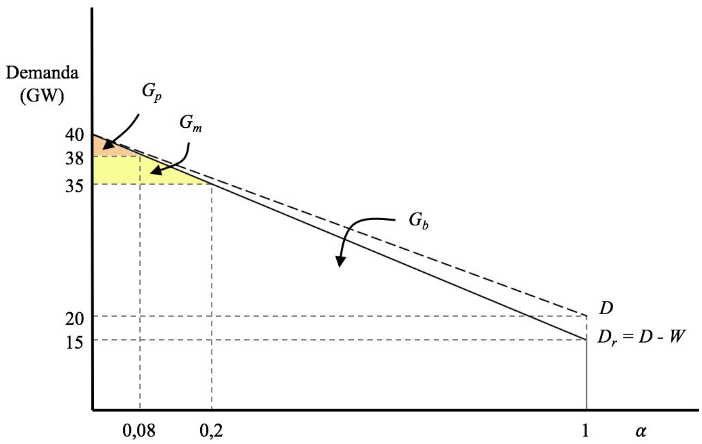


Figura 5: Monótona de la demanda residual.

En este caso, las energías suministradas por las distintas tecnologías punta, media y base, que se pueden obtener simplemente de forma geométrica, son:

$$G_p = 700,8 \text{ GWh} \quad G_m = 3679,9 \text{ GWh} \quad G_b = 236520 \text{ GWh}$$

A partir de las potencias instaladas y de la energía producida por cada tecnología se determinan los costes de cada una de ellas.

$$CT_p = 301,344 \text{ MR} \quad CT_m = 819,936 \text{ MR} \quad CT_b = 18655,88 \text{ MR}$$

con lo que el coste total de generación es CT_{total} = 19777,16 MR.

Los ingresos por venta de energía se obtienen tal como se mostró en el problema 1 del tema anterior, y tienen los siguientes valores:

$$I_p^{en} = 126,144 \text{ MR} \quad I_m^{en} = 504,576 \text{ MR} \quad I_b^{en} = 12685 \text{ MR}$$

Los pagos por capacidad se obtienen multiplicando el coste fijo de la tecnología de punta por la potencia instalada y las horas del año, tal como se dedujo en el capítulo anterior. Su valor es:

$$I_p^{cap} = 175,2 \text{ MR} \quad I_m^{cap} = 262,8 \text{ MR} \quad I_b^{cap} = 3066 \text{ MR}$$

La suma de todos los ingresos es de I_{total}= 16693,67 MR. Como se puede comprobar, los ingresos no cubren los costes, con lo que se crea un déficit en el sistema.

- Apartado 2

En este caso el parque de generación se ha obtenido en el problema 6. Los nuevos intervalos se muestran en la Figura 6.

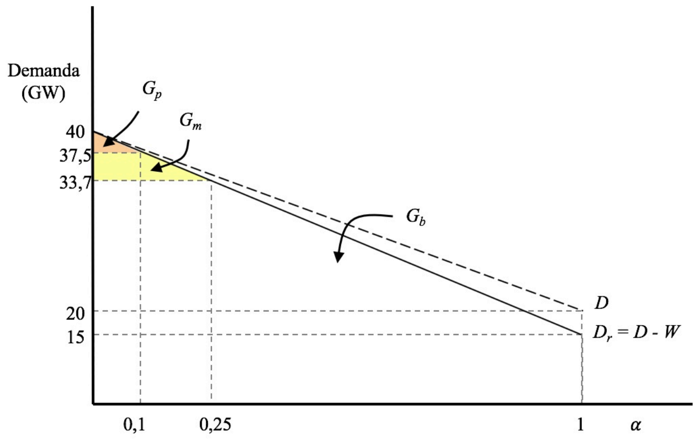


Figura 6: Monótona de la demanda residual y potencias en el equilibrio.

Se repite el valor de las potencias instaladas óptimas obtenidas en el problema anterior:

$$P_p = 2,5 \text{ GW} \quad P_m = 3,75 \text{ GW} \quad P_b = 33,75 \text{ GW}$$

Para estos nuevos valores de potencia instalada, la energía producida por cada tecnología es:

$$G_p = 1095 \text{ GWh} \quad G_m = 5748 \text{ GWh} \quad G_b = 234056 \text{ GWh}$$

Los costes en este caso son:

$$CT_p = 416,1 \text{ MR} \quad CT_m = 1116 \text{ MR} \quad CT_b = 18231,64 \text{ MR}$$

y el coste total de generación es CT_{total} = 19763,74 MR.

Los ingresos por venta de energía y por pago por capacidad tienen los siguientes valores:

$$I_p^{en} = 126,144 \text{ MR} \quad I_m^{en} = 504,576 \text{ MR} \quad I_b^{en} = 12685 \text{ MR}$$
$$I_p^{cap} = 175,2 \text{ MR} \quad I_m^{cap} = 262,8 \text{ MR} \quad I_b^{cap} = 3066 \text{ MR}$$

y en este caso la suma de los ingresos es igual a los costes. Es decir, se está en el punto de equilibrio económico.

- Comentarios

Se pueden hacer los siguientes comentarios a partir de los resultados obtenidos.

- El parque de generación óptimo cuando se ha producido la integración de energía renovable sin crédito de capacidad tiene más generación de punta y menos de base que cuando no hay energía renovable, puesto que se apunta la monótona de demanda residual con respecto a la monótona de demanda.

- Los precios en la nueva situación de equilibrio son los mismos que sin la generación renovable.
- Los pagos por capacidad también son idénticos.

Estas conclusiones tiene las mismas limitaciones que el concepto de equilibrio económico, es decir, que es una situación que nunca llega a darse porque la evolución de los sistemas eléctricos no permite que el estado de equilibrio económico se produzca. Además solo sirve para participaciones moderadas de renovables intermitentes. Es, sin embargo, una referencia útil para la adopción de medidas regulatorias y la planificación energética.

Problema 6. Cálculo del $LCOE$ de una planta eólica.

Considérese la solución del sistema del Problema 5. Los costes y datos de la generación eólica instalada son:

Costes de inversión: 1182 kEUR/MW

Costes fijos de operación y mantenimiento fijos ($O\&M_F$): 35 EUR/kW/año

Tasa de descuento $r = 10\,\%$

Factor de capacidad: $FC = 25\,\%$

Vida útil de la planta: $T = 20$ años

No se consideran costes variables de operación y mantenimiento ni intereses durante la construcción. Se pide:

1. El precio medio que recibe la energía eólica por la energía vendida, si el sistema térmico está en el punto de equilibrio económico para abastecer la demanda residual.
2. Calcúlese el $LCOE$ de la generación eólica y estímese si la venta de energía al mercado sería suficiente para cubrir sus costes de inversión y operación.

Solución

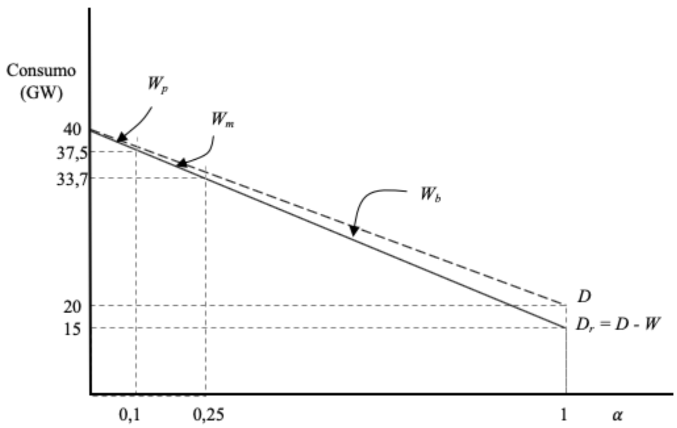
Se incluye a continuación la solución del Problema 5.

$$\begin{array}{lll} P_p = 2,5 \text{ GW} & P_m = 3,75 \text{ GW} & P_b = 33,75 \text{ GW} \\ h_p = 876 \text{ horas} & h_m = 1314 \text{ horas} & h_b = 6570 \text{ horas} \\ \pi_p = 180 \text{ R/MWh} & \pi_m = 80 \text{ R/MWh} & \pi_b = 40 \text{ R/MWh} \end{array}$$

A partir de estos resultados se puede obtener el precio medio que recibe la energía eólica. Obsérvese en la Figura 6, en la que se muestran las monótonas de demanda, que la generación eólica produce más en las horas valle, cuando el precio de la energía es más bajo. Geométricamente se puede calcular la energía entregada en cada intervalo de precio, y los valores son:

$$W_p = 219 \text{ GWh} \quad W_m = 1144,3 \text{ GWh} \quad W_b = 20536,7 \text{ GWh}$$

La energía eólica producida total $E_w = W_p + W_m + W_b = 21900$ GWh.



Los ingresos de los generadores eólicos serán:

$$I_w = W_p \cdot \pi_p + W_m \cdot \pi_m + W_b \cdot \pi_b = 952,402 \text{ MR}$$

y por tanto, el precio medio de la energía que recibe la generación eólica es:

$$\pi_w = \frac{I_w}{E_w} = \frac{902,402 \cdot 10^6}{219 \cdot 10^6} = 45,6 \text{ R/MWh}$$

Se puede destacar que este precio es más bajo que el que paga la demanda, que se puede calcular de la siguiente manera:

$$\pi_d = \frac{I_d}{E_d} = \frac{E_{dp} \cdot \pi_p + E_{dm} \cdot \pi_m + E_{db} \cdot \pi_b}{E_d} = \frac{34164 \cdot 180 + 47961 \cdot 80 + 180675 \cdot 40}{262800} = 65,5 \text{ R/MWh}$$

En donde la demanda en cada uno de los intervalos de precio punta, medio y base, E_{dp}, E_{dm} y E_{db}, respectivamente, se obtienen mediante métodos geométricos simples.

El $LCOE$ se calcula usando la ecuación siguiente (los costes variables son nulos en este caso):

$$LCOE = \frac{CF}{\alpha} + CV = \frac{CFI + O\&M_F}{\alpha} + CV = \frac{1182 \cdot 10^3}{8760 \cdot 0,25} \frac{0,1}{1 - \frac{1}{(1+0,1)^{20}}} + \frac{35 \cdot 10^3}{8760 \cdot 0,25} = 79,37 \text{ EUR/MWh}$$

En este caso los precios del mercado no bastarían para cubrir los costes de las plantas eólicas del sistema.

Problema 7. Rentabilidad de la inversión en una central.

Se desea evaluar la rentabilidad de construir una central de ciclo combinado con los siguientes datos.

Potencia nominal	300 MW
Coste de la inversión	700 R/kW
Vida esperada de la central	30 años
Rendimiento de la central	60 %
Coste esperado del combustible	10,5 R/MWh
Precio de la energía eléctrica	42 R/MWh
Factor de capacidad	41 %

No se consideran en esta estimación los costes de operación y mantenimiento ni los de arranque y parada. NOTA: Se define el **factor de capacidad** como la relación entre la potencia media suministrada a lo largo del año y la nominal.

Solución.

A partir de estos datos se pueden obtener los costes de inversión (que en este análisis se realiza en un año).

$$CInv = 700 \cdot 1000 \cdot 300 = 210 \cdot 10^6 \text{ R}$$

Los ingresos obtenidos anualmente tienen el valor siguiente:

$$Ing = 300 \cdot 8760 \cdot 0,41 \cdot 42 = 42254160 \text{ R/año}$$

Y los costes anuales de la central serían

$$Cost = \frac{300}{0,6} \cdot 8760 \cdot 0,41 \cdot 10,5 = 18855900 \text{ R/año}$$

La diferencia entre los ingresos y los costes es el *flujo de caja* Q, que anualmente es de:

$$Q = Ing - Cost = 42254160 - 18855900 = 26398260 \text{ R/año}$$

Sin embargo, para una evaluación correcta hay que trasladar estas cantidades, que se reciben en periodos diferentes, a cantidades financieramente equivalentes, esto es, en el mismo periodo de tiempo. Para ello, es necesario aplicar la fórmula (1), que nos da el *Valor actual* de los flujos de caja asociados a la inversión.

$$VA = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{(1+r)^i} \tag{1}$$

donde Q_i es el flujo de caja del año i, n es el número de años, y r es la *tasa de descuento*. Esta tasa es la suma de la inflación, del tipo de interés sin riesgo (el interés que se obtendría de invertir sin riesgo, por ejemplo en deuda pública) y la *prima de riesgo*, que es un suplemento por el riesgo incurrido en la inversión.

A partir de estas magnitudes se define el *Valor Actual Neto* (VAN), como la diferencia entre el valor actual y la inversión inicial.

$$VAN = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{(1+r)^i} - CInv \tag{2}$$

Una inversión será aceptada si el VAN es mayor o igual a 0 (punto en el cual el proyecto devuelve la tasa deseada. Hay que tener en cuenta que se considera como hipótesis la reinversión de los flujos de caja a la tasa del proyecto. Por otra parte, al comparar diversos valores de VAN, hay que tener en cuenta el tiempo previsto de recuperación de la inversión.

La *Tasa Interna de Rentabilidad* (TIR) de una inversión es el tipo de descuento r que hace que su VAN sea 0. Una inversión será aceptada si r es mayor o igual que la tasa de retorno exigida.

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{(1+\text{TIR})^i} - CInv = 0 \tag{3}$$

Por tanto, para evaluar la rentabilidad de esta inversión, se pueden poner todos los resultados en la siguiente tabla:

Año	Inversión	Producción (MW)	Costes (R)	Ingresos (R)	Flujo de caja (R)
0	210 000 000	0	0	0	-210 000 000
1	0	1 077 480	18 855 900	45 254 160	26 398 260
2	0	1 077 480	18 855 900	45 254 160	26 398 260
...	...	...	...	...	...
29	0	1 077 480	18 855 900	45 254 160	26 398 260
30	0	1 077 480	18 855 900	45 254 160	26 398 260

Para estos valores se obtiene una TIR del 12,17 %, aplicando la fórmula (3), y resolviéndola mediante un método iterativo, o una hoja de cálculo.

Puesto que las hipótesis de partida pueden variar, se suele hacer además un análisis de sensibilidades, esto es, cuánto varía la TIR cuando varía uno de los parámetros supuestos. Se analizará en este caso la variación de la TIR ante variaciones del coste de combustible, del precio de la electricidad y del factor de capacidad de la central. Los resultados se muestran en la figura 7.

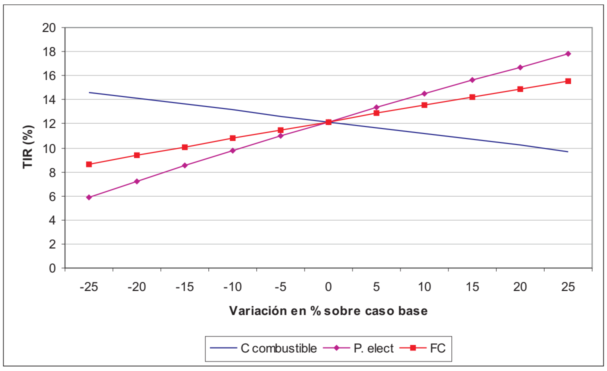


Figura 7: Análisis de sensibilidades de la TIR del problema 7.

En esta figura se puede observar que la rentabilidad del proyecto de inversión depende sobre todo del precio de la electricidad, en segundo lugar del factor de capacidad, y menos del coste de combustible. Hay que tener en cuenta que los costes variables, de combustible, son solo una parte de los totales.