REGULACIÓN DE SISTEMAS ELÉCTRICOS.

Práctica. Despacho económico en MATLAB.

Presentación teórica.

Julio Usaola García
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad Carlos III de Madrid

En esta presentación se describen los objetivos de la práctica y se exponen las bases teóricas necesarias para su realización. Estos contenidos complementan el texto del tema correspondiente.

Para la realización de la práctica es necesario tener conocimientos de matlab y saber programar rutinas en su lenguaje.

Objetivos de la práctica

- Realizar un despacho económico mediante herramientas de cálculo por ordenador.
- Profundizar en los conceptos de:
  - Coste marginal de un sistema.
  - Multiplicadores de Lagrange.
  - Restricciones de igualdad y de desigualdad.
- Conocer las herramientas de optimización de MATLAB y utilizarlas para resolver el problema de despacho económico.

Regulación de sistemas eléctricos 2

La práctica consiste en la resolución de un problema de despacho económico sin pérdidas de una dimensión que hace difícil su resolución a mano mediante una rutina de ordenador y de repasar las ideas principales del despacho económico. Para ello se proporciona una iniciación a la optimización en matlab y una rutina que se debe modificar para alcanzar el resultado deseado. Los objetivos de la práctica se muestran en la diapositiva.

uc3m | Universidad Carlos III de Madrid

Problemas de optimización

- Los problemas de optimización pretenden obtener los valores de las variables para los que una función alcanza su máximo o su mínimo, cumpliendo unas determinadas restricciones.
- Según sean *f*, *w* y *g* pueden ser lineales, no lineales, enteros…

Óptimo: máximo o mínimo → normalmente mínimo

$$\boxed{\text{opt}} \quad \boxed{f(x_1, \cdots, x_n)} \longrightarrow \text{Función objetivo}$$

$$\boxed{\text{s.a.}} \quad \boxed{\begin{array}{l} w_1(x_1, \cdots, x_n) = 0 \\ \cdots \\ w_n(x_1, \cdots, x_n) = 0 \end{array}} \longrightarrow \text{Restricciones de igualdad}$$

“sujeto a”

$$\boxed{\begin{array}{l} g_1(x_1, \cdots, x_n) \leq 0 \\ \cdots \\ g_n(x_1, \cdots, x_n) \leq 0 \end{array}} \longrightarrow \text{Restricciones de desigualdad}$$

$$\boxed{(x_1, \cdots, x_n) \in S} \longrightarrow \text{Límites y condiciones de las variables}$$

Regulación de Sistemas Eléctricos 3

Como se ha indicado en el texto del capítulo, los problemas de optimización constan de una función objetivo, que convencionalmente se minimiza, sujeta a restricciones de igualdad y desigualdad.

uc3m | Universidad Carlos III de Madrid

Aplicación a despacho económico

Formulación general

$$\min \sum_i f_i(P_i)$$

$$P_D - \sum_i P_i = 0$$

$$P_i - P_i^{máx} \le 0 \qquad i = 1 \ldots N$$

$$P_i^{mín} - P_i \le 0$$

Ecuación 1. para cada central:

$$f_i'(P_i^o) - \lambda + \mu_i^+ - \mu_i^- = 0$$

Solución

$P_i^o < P_i^{máx}$ y $P_i^o > P_i^{mín}$	$f_i'(P_i^o) = \lambda$
$P_i^o = P_i^{máx}$	$f_i'(P_i^o) \le \lambda$
$P_i^o = P_i^{mín}$	$f_i'(P_i^o) \ge \lambda$

Regulación de Sistemas Eléctricos 4

En el caso del despacho económico sin pérdidas, se pretende minimizar los costes de explotación de las centrales ya conectadas en un sistema eléctrico. La restricción de igualdad es el balance de potencias generadas y consumidas en el sistema, y las restricciones de desigualdad son los límites de funcionamiento de las centrales térmicas.

La condición de óptimo es que los costes marginales de cada central sean iguales al coste marginal del sistema más el multiplicador de Lagrange de la central asociado al límite inferior menos el multiplicador de Lagrange asociado al límite superior. Por esta razón, las centrales cuya potencia está entre sus límites tiene un coste marginal igual al coste marginal del sistema, las centrales que están en su límite inferior tienen un coste marginal superior y las que están en su límite superior tienen un coste marginal inferior al del sistema.

Problema propuesto. Problema 1.

Un sistema eléctrico demanda una potencia $P_d = 850$ MW, y está abastecido por tres centrales, cuyos costes horarios son:

$$\begin{aligned} F_1(P_{g1}) &= 459 + 6{,}48P_{g1} + 0{,}00128P_{g1}^2 \text{ (R/h)} \\ F_2(P_{g2}) &= 310 + 7{,}85P_{g2} + 0{,}00194P_{g2}^2 \text{ (R/h)} \\ F_3(P_{g3}) &= 78 + 7{,}97P_{g3} + 0{,}00482P_{g3}^2 \text{ (R/h)} \end{aligned}$$

Los límites de funcionamiento de las centrales son:

$$\begin{aligned} 150 \leq P_{g1} \leq 600 \quad \text{(MW)} \\ 100 \leq P_{g2} \leq 400 \quad \text{(MW)} \\ 50 \leq P_{g3} \leq 200 \quad \text{(MW)} \end{aligned}$$

Obténgase la producción de cada central para que los costes de funcionamiento del sistema sean mínimos.

$$F(P_g) = \frac{a}{2}P_g^2 + bP_g + c \quad \text{(R/h)}$$

A título de ejemplo se va a resolver el problema 1 del tema mediante una rutina de matlab. El enunciado del problema se repite aquí.

uc3m | Universidad Carlos III de Madrid

Problema de optimización cuadrática. Ejemplo.

$$
\begin{array}{ll}
\text{mín} & \frac{1}{2}2,56\cdot 10^{-3}P_{g1}^2+6,48P_{g1}+\frac{1}{2}3,88\cdot 10^{-3}P_{g2}^2+7,85P_{g2}\frac{1}{2}9,64\cdot 10^{-3}P_{g3}^2+7,97P_{g3} \\
\text{s.a.} & P_{g1}+P_{g2}+P_{g3}=850 \\
 & 150\leq P_{g1}\leq 600 \\
 & 100\leq P_{g2}\leq 400 \\
 & 50\leq P_{g3}\leq 200
\end{array}
$$

NB:
- Las únicas restricciones de desigualdad son los límites de las variables
- No hace falta incluir los términos constantes de las funciones de costes

Solución:

Central	P_g (MW)	λ (R/MWh)	μ^+ (R/MWh)	μ^- (R/MWh)
1	600	8,016	0,560	0
2	187,13	8,576	0	0
3	62,87	8,576	0	0

Regulación de sistemas eléctricos 6

La formulación matemática del problema se muestra en la diapositiva así como la solución que se encuentra en el texto. Se trata de un problema cuadrático, pues la función objetivo tiene términos elevados al cuadrado. Las restricciones son lineales.

Optimización cuadrática en MATLAB.

- Optimización cuadrática: ‘quadprog’ ←

Variables de optimización: resultado

Información del proceso de cálculo

x = quadprog(H,f,A,b,Aeq,beq,lb,ub)

Valor de la función objetivo

Multiplicadores de Lagrange

[x,fval,exitflag,output,lambda] = quadprog(H,f,...)

Convergencia del proceso

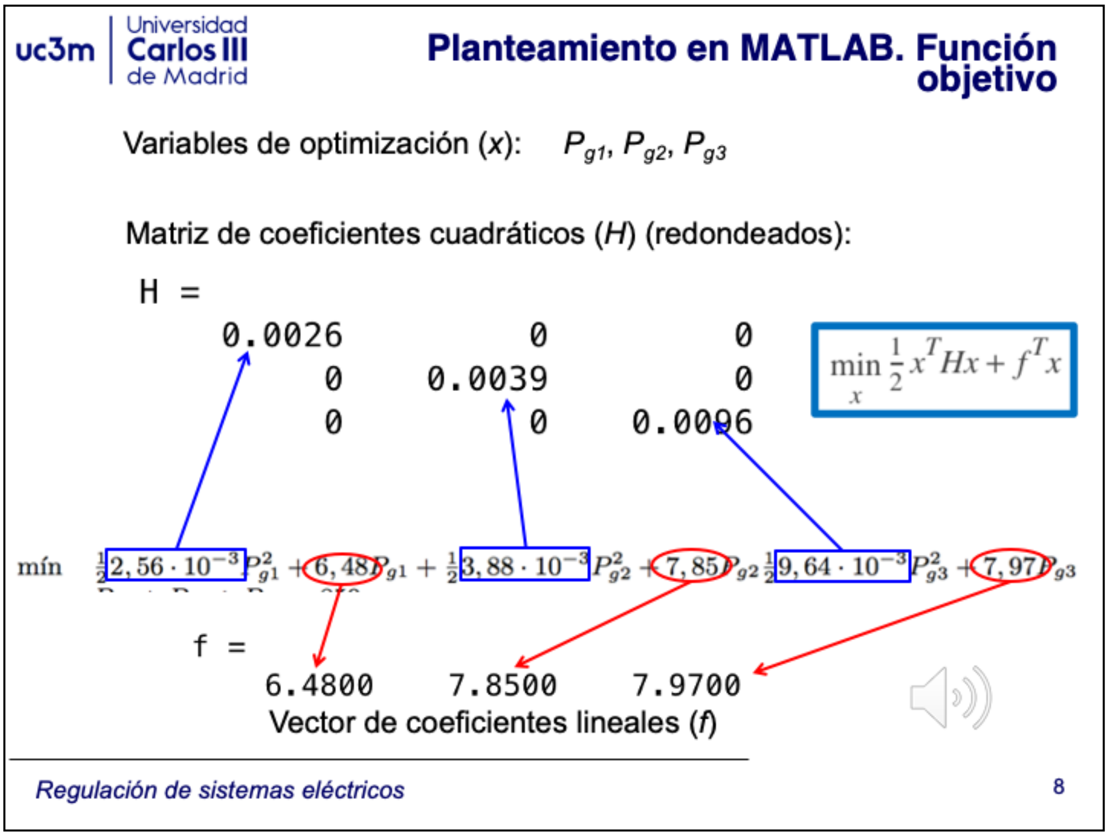
$$\min_x \frac{1}{2} x^T H x + f^T x \text{ such that } \begin{cases} A \cdot x \leq b, \\ Aeq \cdot x = beq, \\ lb \leq x \leq ub. \end{cases}$$

Regulación de sistemas eléctricos 7

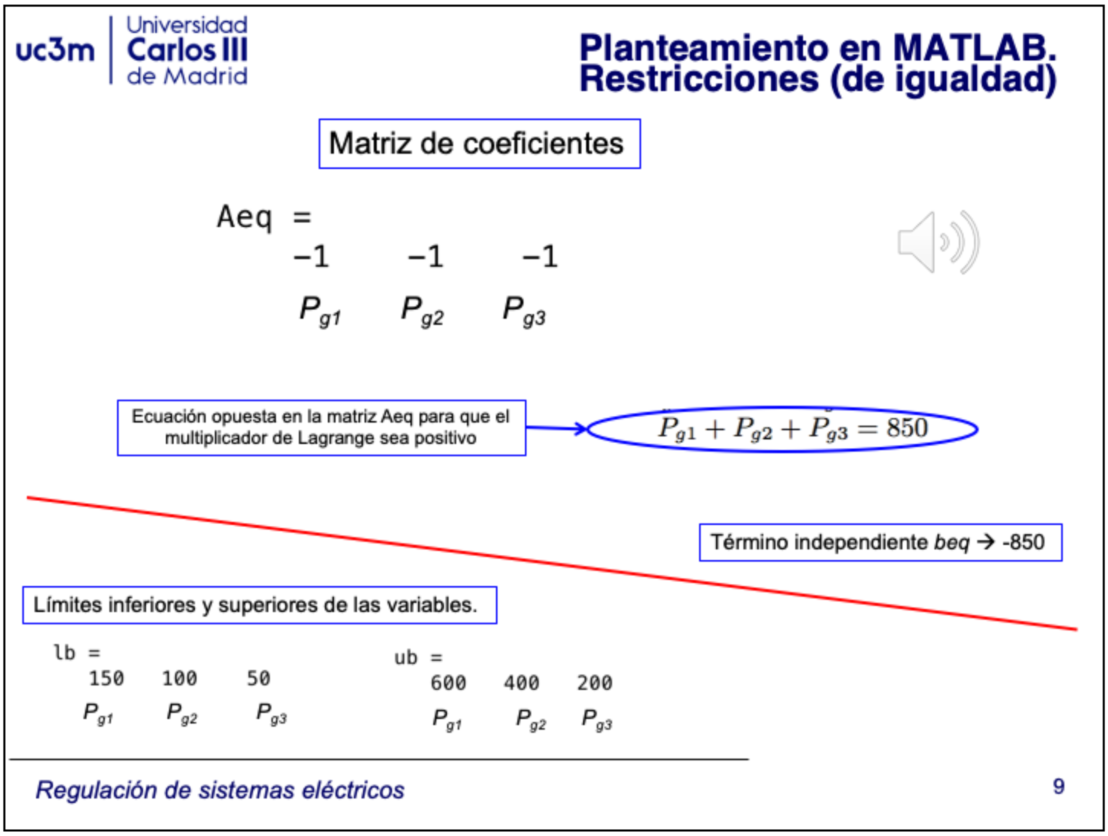
La función que se tiene que invocar en matlab para resolver problemas de optimización cuadrática es ‘quadprog’. Las variables de entrada son matrices y vectores con los valores de los coeficientes de la función objetivo y las matrices de coeficientes y los términos independientes de los sistemas de ecuaciones que expresan las condiciones de igualdad y desigualdad. Se muestra en la diapositiva la manera de formular el problema para la correcta identificación de las matrices y vectores correspondientes.

La función ‘quadprog’ proporciona como salida el vector de las variables de optimización, y opcionalmente, el valor de la función objetivo, información sobre la convergencia del proceso de cálculo y los multiplicadores de Lagrange asociados a las restricciones del problema.

Las variables de optimización, cuyo valor se desea conocer son las potencias que suministra cada central. Puesto que hay tres centrales en este problema, el vector x será un vector con tres componentes.

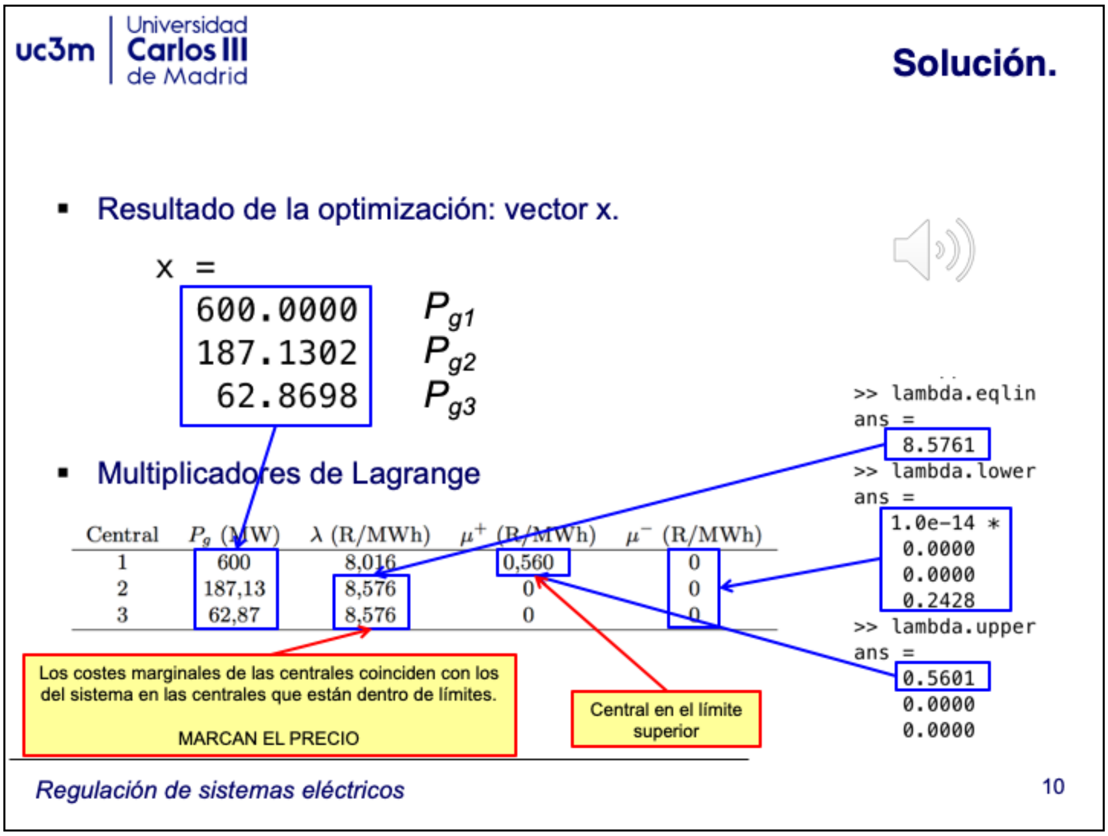


Para definir la función objetivo se tienen que introducir los coeficientes cuadráticos y los lineales de la misma. En la diapositiva se muestra la función objetivo del problema, con sus términos cuadráticos y lineales. Los términos lineales se tienen que introducir como un vector y los términos cuadráticos en la diagonal de una matriz, pues en el problema no hay términos que dependan del producto de dos potencias. Como se muestra en la diapositiva, por la manera de matlab de definir los coeficientes, el valor del término de la diagonal de la matriz debe ser la mitad del término que multiplica al cuadrado de la potencia en cada central.



A continuación se muestra cómo se deben incluir los coeficientes de la restricción de igualdad y los límites superior e inferior de las variables. Vectorialmente, la restricción de igualdad es un vector fila de unos que multiplica al vector columna de las variables de optimización y se iguala a la demanda que es el término independiente. Para que los multiplicadores de Lagrange sean positivos, se deberán multiplicar los dos términos por -1, de forma que sean negativos. Esto es solo una convención de matlab.

Los límites inferiores y superiores de las centrales se incluyen en dos vectores 'lb' y 'ub' respectivamente en este caso. El nombre de los vectores y matrices de coeficientes puede ser escogido como se desee.



Matlab proporciona como salida de la función'quadprog' el vector con los valores de las variables de optimización y los valores de los multiplicadores de Lagrange asociados a las restricciones de igualdad y desigualdad. Los valores de potencia de las dos centrales se incluyen en la variable x (cuyo nombre puede ser elegido a voluntad). Los multiplicadores de Lagrange se dan como una estructura. El termino 'lambda.eqlin' contiene el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción de igualdad, en tanto que las variables 'lambda.lower' y 'lambda.upper' contienen los multiplicadores de Lagrange asociados, respectivamente, a los límites de potencia inferior y superior de las centrales. En este problema, solo la central 1 está en el límite superior, por lo que es la única que tiene un valor no nulo del multiplicador correspondiente.

Con esta diapositiva acaba la introducción a la práctica. Se debe aplicar este método a la resolución del problema propuesto.