Problema

Sea un sistema eléctrico insular centralizado en el que hay 3 centrales térmicas cuyos costes horarios vienen dados por:

$$\begin{aligned} F_1 &= 5000 + 130P_1 \ \text{R/h} \qquad 37 \le P_1 \le 200\,\text{MW} \\ F_2 &= 4000 + 135P_2 \ \text{R/h} \qquad 100 \le P_2 \le 500\,\text{MW} \\ F_3 &= 5000 + 137P_3 \ \text{R/h} \qquad 50 \le P_3 \le 873\,\text{MW} \end{aligned}$$

estas centrales tienen que abastecer una demanda cuyos valores para un día, dividido en **intervalos de 6 horas cada uno**, son:

	1	2	3	4
P_d (MW)	300	600	500	700

Por razones de seguridad, las tres centrales tienen que estar siempre conectadas.

1. Calcúlese, en estas condiciones, la potencia que tendría que suministrar cada central en cada intervalo para que el coste de explotación del sistema sea mínimo. Para cada uno de los intervalos indíquese cuál sería el coste marginal del sistema.
2. Supóngase que, además de las centrales térmicas, el sistema disponga de una central hidráulica ($0 \le P_H \le 300$ MW) que en este día debe producir 4500 MWh. Indíquese, en estas condiciones, cuál sería la potencia generada por las 4 centrales para abastecer la demanda de forma que el coste de explotación del sistema sea mínimo. La central hidráulica no tiene que estar conectada en todos los intervalos.

Solución:

1. Para que se cumplan las restricciones impuestas, el despacho óptimo en cada intervalo es el siguiente

	1	2	3	4
P_d (MW)	300	600	500	700
P_1 (MW)	150	200	200	200
P_2 (MW)	100	350	250	450
P_3 (MW)	50	50	50	50
λ (R/MW)	130	135	135	135

El coste marginal del sistema es el de la central que puede variar su producción con el mínimo coste posible.

2. En este caso, el despacho óptimo sería el que se muestra a continuación. En este despacho se ha desplazado la generación más cara para dar cabida a la energía hidráulica de forma que se cumplan todas las restricciones del problema. Son posibles otros valores de potencia hidráulica en los intervalos 2 y 3, de forma que se cumpla la restricción de igualdad de energía.

	1	2	3	4
P_d (MW)	300	600	500	700
P_1 (MW)	150	150	200	200
P_2 (MW)	100	100	100	150
P_3 (MW)	50	50	50	50
P_H (MW)	0	300	150	300

En donde la energía producida por la central hidráulica es $E_H = (300 + 150 + 300)\cdot 6 = 4500$ MWh.

Problema

En un sistema hidrotérmico, la función de costes horarios de la central térmica equivalente y la expresión del caudal necesario para suministrar una potencia dada de la central hidráulica equivalente tienen las expresiones siguientes:

$f_T = 10 \cdot P_T + 2 \cdot 10^{-3} P_T^2$ (R/h) $1000 \leq P_T \leq 5000$ MW

$q_T = 250 \cdot P_H + 3{,}5 P_H^2$ (m³/h) $0 \leq P_H \leq 1000$ MW

Los costes marginales de la energía en un día dado que se ha dividido en cuatro intervalos de 6 horas tienen los valores siguientes:

Intervalo	1	2	3	4
λ (R/MWh)	16	20	26	22

Si el valor de $\gamma = 7{,}05 \cdot 10^{-3}$ R/m³ y el sistema está en su punto óptimo de funcionamiento, indíquese:

1. La potencia que suministra la central térmica equivalente en cada intervalo.
2. La potencia que suministra la central hidráulica equivalente en cada intervalo.
3. La demanda en cada intervalo.
4. El volumen de agua desembalsado por la central hidráulica.

Solución:

Apartado 1.

El coste marginal de la energía viene dado por la central térmica equivalente, por lo que la potencia producida por esta central en el intervalo *k* se obtiene de la siguiente fórmula:

$$P_{Tk} = \frac{\lambda_k - 10}{4 \cdot 10^{-3}}$$

Al aplicar esta fórmula se obtienen los valores siguientes

Intervalo	1	2	3	4
P_T (MW)	1500	2500	4000	3000

Apartado 2

En el punto óptimo de funcionamiento se cumple que:

$$\gamma(7 \cdot P_{Hk} + 250) = \lambda_k$$

se sustituye el valor de γ y se despeja P_{Hk}, por lo que se llega a la expresión:

$$P_{Hk} = \frac{\lambda_k - 1{,}7625}{0{,}04935}$$

La aplicación de esta fórmula da los siguientes resultados:

Intervalo	1	2	3	4
P_H (MW)	288,5	369,55	491,13	410

Apartado 3

La potencia demandada es la suma de la potencia térmica y la potencia hidráulica

Intervalo	1	2	3	4
P_D (MW)	1788,5	2869,55	4491,13	3410

Apartado 4

El volumen de agua consumido se obtiene a partir de la función entrada-salida de la central hidráulica.

$$V = 6\cdot(250\cdot 288{,}5 + 3{,}5\cdot 288{,}5^2 + 250\cdot 369{,}55 + 3{,}5\cdot 369{,}55^2 + 250\cdot 491{,}13 + 3{,}5\cdot 491{,}13^2 + 250\cdot 410 + 3{,}5\cdot 410^2) = 15{,}55\ \mathrm{Hm}^3$$

Problema

Un conjunto de tres centrales A, B y C presentan las ofertas de venta y tres comercializadoras realizan las ofertas de compra indicadas en las tablas adjuntas para una hora H. Indíquese la energía suministrada por cada una de las centrales y la adquirida por cada una de los comercializadoras como resultado de un proceso de casación, el precio resultante, el excedente de generación de cada central y el excedente del consumidor de cada comercializadora, así como el beneficio social neto.

Gen A		Gen B		Gen C	
MWh	R/MWh	MWh	R/MWh	MWh	R/MWh
200	50	100	30	100	40
300	60	200	50	100	50
100	80	400	60	300	60
300	90	100	90	200	70
100	100	300	120	300	90

Dem X		Dem Y		Dem Z	
MWh	R/MWh	MWh	R/MWh	MWh	R/MWh
200	160	100	130	100	140
300	140	200	90	300	95
100	100	400	80	200	70
300	80	100	70	100	60
100	70	300	40	100	30

NOTA: en caso de igualdad de ofertas, la adjudicación de potencia será proporcional a la potencia ofertada a ese precio por cada uno de los participantes en el mercado.

Solución:

En la tabla adjunta se ordenan las ofertas de venta de menor a mayor precio y las de compra de mayor a menor precio, junto con las potencias ofertadas a los precios correspondientes y la potencia ofertada acumulada. La intersección de las curvas de oferta de compra y de venta se realiza cuando las potencias acumuladas coinciden. En este caso coinciden para una potencia de 2000 MW y un precio marginal de 80 R/MWh. La potencia adjudicada a cada ofertante es:

Generadores: A: 600 MW B: 700 MW C: 700 MW

Comercializadoras: X: 900 MW Y: 700 MW Z: 400 MW

Ofertas de venta				Ofertas de compra			
Generador	Precio (R/MWh)	Potencia (MW)	P. acum (MW)	P. acum (MW)	Potencia (MW)	Precio (R/MWh)	Comerc.
B	30	100	100	200	200	160	X
C	40	100	200	500	300	140	X
C	50	100	300	600	100	140	Z
B	50	200	500	700	100	130	Y
A	50	200	700	800	100	100	X
A	60	300	1000	1100	300	95	Z
B	60	400	1400	1300	200	90	Y
C	60	300	1700	1700	400	80	Y
C	70	200	1900	***2000***	***300***	***80***	***X***
A	***80***	***100***	***2000***	2100	100	70	X
A	90	300	2300	2200	100	70	Y
B	90	100	2600	2400	200	70	Z
C	90	300	2700	2700	300	60	Z
A	100	100	2800	3000	300	40	Y
B	300	120	2920	3100	100	30	Z

Excedente de generación:

A: $200 \cdot 30 + 300 \cdot 20 = 12000$ R

B: $100 \cdot 50 + 200 \cdot 30 + 400 \cdot 20 = 19000$ R

C: $100 \cdot 40 + 100 \cdot 30 + 300 \cdot 20 + 200 \cdot 10 = 15000$ R

Total ex. Gen. = 46000 R

Excedente del consumidor:

X: $200 \cdot 80 + 100 \cdot 20 + 300 \cdot 60 = 36000$ R

Y: $100 \cdot 50 + 200 \cdot 10 = 7000$ R

Z: $100 \cdot 60 + 300 \cdot 15 = 10500$ R

Total ex. cons. = 53500 R

Beneficio social neto: 99500 R

Problema

Sean dos sistemas eléctricos, A y B, en los que las funciones agregadas de oferta y demanda en un momento dado tienen las siguientes expresiones (todas las potencias están en MW)

$$\pi_{gA} = 20 + 10^{-3}\, P_{gA} \quad \text{(R/MWh)}$$

$$\pi_{dA} = 350 - 0{,}01\, P_{dA} \quad \text{(R/MWh)}$$

$$\pi_{gB} = 8\cdot 10^{-4}\, P_{gB} \quad \text{(R/MWh)}$$

$$\pi_{dB} = 440 - 8\cdot 10^{-3}\, P_{dB} \text{(R/MWh)}$$

Calcúlense los precios de la energía y las potencias generadas y demandadas en ambos sistemas en los siguientes supuestos:

1. Los sistemas no están interconectados.
2. Los sistemas están interconectados, y no hay limitación en la potencia de interconexión. Calcúlese en este caso cuál sería la potencia intercambiada entre sistemas.
3. La capacidad de la interconexión es de 3000 MW. Calcúlese en este caso la renta de congestión.

Solución

Apartado 1. Sistemas sin interconexión

Sistema A $\quad 20 + 10^{-3}\, P_A = 350 - 0{,}01\, P_A \rightarrow \quad P_{gA} = P_{dA} = 30$ GW $\quad \pi_A = 50$ R/MWh

Sistema B $\quad 8\cdot 10^{-4}\, P_B = 440 - 8\cdot 10^{-3}\, P_B \rightarrow \quad P_{gB} = P_{dB} = 50$ GW $\quad \pi_B = 40$ R/MWh

Apartado 2. Sistemas interconectados sin límite en la interconexión. El precio es único en los dos sistemas, por lo que se puede formar el siguiente sistema de ecuaciones

$$20 + 10^{-3}\, P_{gA} = 350 - 0{,}01\, P_{dA}$$

$$8\cdot 10^{-4}\, P_{gB} = 440 - 8\cdot 10^{-3}\, P_{dB}$$

$$8\cdot 10^{-4}\, P_{gB} = 20 + 10^{-3}\, P_{gA}$$

$$P_{gA} + P_{gB} = P_{dA} + P_{dB}$$

Cuya solución es $P_{gA} = 24444$ MW, $P_{gB} = 55555$ MW, $P_{dA} = 30555$ MW, $P_{dB} = 49444$ MW

El precio en los dos sistemas sería $\pi = 44{,}44$ R/MWh

Y la potencia de intercambio (de B a A) sería

$$P_{BA} = P_{dA} - P_{gA} = P_{gB} - P_{dB} = 6111 \text{ MW}$$

Apartado 3. Sistemas interconectados con una potencia de interconexión de 3000 MW.

En este caso los precios son diferentes en cada sistema y el intercambio está al límite de la potencia de interconexión. Se cumplen las siguientes ecuaciones:

$$20 + 10^{-3}\, P_{gA} = 350 - 0{,}01\, (P_{gA} + 3000)$$

$$8\cdot 10^{-4}\, P_{gB} = 440 - 8\cdot 10^{-3}\, (P_{gB} - 3000)$$

cuyas soluciones son P_{gA} = 27272 MW, P_{gB} = 52727 MW y las potencias demandadas tomarán los valores P_{dA} = 30272 MW P_{dB} = 49727 MW

Los precios en ambos sistemas serán

$$\pi_A = 20 + 10^{-3}\ 27272 = 47{,}27 \text{ R/MWh}$$

$$\pi_B = 8 \cdot 10^{-4}\ 52727 = 42{,}18 \text{ R/MWh}$$

y la renta de congestión en esa hora tendrá el valor

$$RC = 3000 \cdot (47{,}27 - 42{,}18) = 15270 \text{ R}$$

Problema

En un sistema eléctrico hay dos empresas (1 y 2) cuyas funciones agregadas de costes marginales en una hora h se pueden aproximar mediante las siguientes ecuaciones:

$$\pi_{g1} = 45 + 10^{-3}\, P_{g1} \qquad \text{(R/MWh)}$$

$$\pi_{g2} = 47 + 1{,}1\cdot 10^{-3}\, P_{g2} \qquad \text{(R/MWh)}$$

La demanda del sistema depende del precio según la expresión

$$\pi_d = 400 - 10^{-2}\, P_d \qquad \text{(R/MWh)}$$

Calcúlese:

1. Las potencias generadas y consumidas si el mercado es de competencia perfecta.
2. La empresa 1 se comporta como un agente dominante en un oligopolio (modelo de función de oferta). Indíquese la potencia generada por ambas empresas y el precio de la energía para los que los beneficios de la empresa 1 son máximos.

NOTA: Todas las potencias están en MW.

Solución

Apartado 1. Mercado de competencia perfecta.

En este caso la curva de oferta de las empresas es la curva de sus costes marginales, por lo que la solución se obtiene igualando sus costes a la función de la demanda. Se forma el siguiente sistema:

$$45 + 10^{-3}\, P_{g1} = 47 + 1{,}1\cdot 10^{-3}\, P_{g2}$$

$$47 + 1{,}1\cdot 10^{-3}\, P_{g2} = 400 - 10^{-2}\, P_d$$

$$P_{g1} + P_{g2} = P_d$$

Cuya solución es P_{g1} = 18574 MW, P_{g2} = 15067 MW, P_d = 33562 MW

El precio sería $\pi = 45 + 10^{-3}\ 18574 = 63{,}58$ R/MWh

Apartado 1. Oligopolio modelo de función de oferta. Empresa 1 dominante

La oferta agregada de la competencia se puede expresar como:

$$P_{g2} = \frac{\pi - 47}{1{,}1\cdot 10^{-3}}$$

y por tanto la demanda residual de la función dominante tiene la siguiente expresión

$$P_{dr} = \frac{400 - \pi}{10^{-2}} - \frac{\pi - 47}{1{,}1\cdot 10^{-3}} = 82727 - 1009\pi$$

que se puede expresar como $\pi = 82 - 10^{-3}\, P_{dr}$

Los ingresos totales del generador 1 serían:

$$IT = 82\cdot P_{dr} - 10^{-3}\, P^2_{dr}$$

Y los ingresos marginales

$$IM = 82 - 2\cdot 10^{-3}\, P_{dr}$$

El punto de máximo beneficio de la empresa 1 se produciría cuando los ingresos marginales igualan los costes marginales.

$$45 + 10^{-3} P_{dr} = 82 - 2\cdot 10^{-3} P_{dr}$$

cuya solución es:

$$P_{dr} = 12333 \text{ MW}$$

El precio de la energía que pagaría la demanda agregada sería

$$\pi = 82 - 10^{-3}\ 12333 = 69{,}667 \text{ R/MWh}$$

para este precio la empresa 2 produciría:

$$P_{g2} = \frac{69{,}667 - 47}{1{,}1\cdot 10^{-3}} = 20606 \,\text{MW}$$

y la demanda total sería:

$$P_{g1} + P_{g2} = 32939 \text{ MW}$$

Problema

Dos sistemas eléctricos están interconectados a través de una línea de 950 MW de capacidad y 400 km de longitud. La demanda media de los sistemas son P_{d1} = 5 GW y P_{d2} = 8 GW. Las funciones de oferta agregadas de ambos sistemas tienen las expresiones siguientes (potencia en MW):

$$\pi_{g1} = 20 + 0{,}03 \cdot P_{g1} \quad \text{(R/MWh)}$$

$$\pi_{g2} = 25 + 0{,}025 \cdot P_{g2} \quad \text{(R/MWh)}$$

Se pide:

1. Indíquese cuál debe ser el valor de los costes variables a largo plazo de la línea (en R/km·año·MW) para que los costes marginales a corto plazo igualen a los costes marginales a largo plazo.
2. Si la demanda en el sistema 1 depende del precio según la expresión $\pi_{d1} = 470 - 0{,}06 \cdot P_{d1}$ (R/MWh), donde la potencia está en MW,y la demanda del sistema 2 sigue siendo de 8 GW, obténgase el excedente de congestión de la interconexión. La línea de interconexión mantiene las mismas características.

Solución.

Apartado 1.

La diferencia del precio de la energía entre ambos sistemas será:

$$\pi_T = 25 + 0{,}025 \cdot (8 \cdot 10^3 - 950) - 20 - 0{,}03 \cdot (5 \cdot 10^3 + 950) = 2{,}75 \text{ R/MWh}$$

que será también el coste variable a largo plazo de la línea (costes variables de la línea). Se pasa esta magnitud a las unidades pedidas.

$$2{,}75 \cdot 8760/400 = 60{,}225 \text{ R/(km·año·MW)}$$

Apartado 2

Las ecuaciones a partir de las cuales se puede hallar el precio en el sistema 1 son:

$$\pi_1 = 20 + 0{,}03(P_{d1} + 950)$$

$$\pi_1 = 470 - 0{,}06 \cdot P_{d1}$$

De donde se obtiene que π_1 = 189 R/MWh y P_{d1} = 4683 MW.

El precio en el sistema 2 será

$$\pi_2 = 25 + 0{,}025(8 \cdot 10^3 - 950) = 201{,}25 \text{ R/MWh}$$

por lo que la renta de congestión será:

$$RC = (201{,}25 - 189) \cdot 950 = 11637{,}5 \text{ R/h}$$

Problema

En un sistema en equilibrio económico hay dos tecnologías de generación térmica cuyos costes medios de capacidad son:

$$CT_{punta} = 10 + 170\alpha \quad (R/MWh) \qquad (0 \leq \alpha \leq 1)$$
$$CT_{base} = 40 + 20\alpha \quad (R/MWh) \qquad (0 \leq \alpha \leq 1)$$

Se quiere estudiar el coste de implantación de una tecnología renovable. Los costes fijos de la tecnología son 20 R/MWh y los costes variables son despreciables. Indíquese cuál sería el factor de capacidad mínimo necesario para que esta tecnología no tuviese necesidad de primas, suponiendo un funcionamiento uniforme a lo largo de todo el año.

Solución

Puesto que el sistema está en equilibrio, la utilización de cada tecnología vendrá dada por el punto de corte de las dos rectas de costes

$$10 + 170\alpha_o = 40 + 20\alpha_o$$

de donde se obtiene que $\alpha_o = 0,2$. De aquí se deduce el precio medio de la energía:

$$\pi_m = 170 \cdot 0,2 + 20 \cdot 0,8 = 50 \text{ R/MWh}$$

Los ingresos de la tecnología renovable en un año serán:

$$IR = 50 \cdot P_{ren} \cdot FC \cdot 8760$$

Donde P_{ren} es la potencia instalada y FC el factor de capacidad. Los costes que tiene que cubrir la tecnología en un año son:

$$CR = 20 \cdot P_{ren} \cdot 8760$$

Para que los ingresos sean iguales o superiores a los costes, se tiene que cumplir que

$$50 \cdot P_{ren} \cdot FC \cdot 8760 \geq 20 \cdot P_{ren} \cdot 8760$$

de donde se llega a $FC \geq 0,4$

Problema

Una planta solar termoeléctrica de 50 MW se ha construido con unos costes de inversión (*overnight costs*) **totales** de $390 \cdot 10^6$ R y unos costes variables de 5 R/MWh. Se quiere amortizar en 25 años con una tasa de descuento del 12%. Su factor de capacidad es de 0,46. Calcúlese:

1. Los costes fijos de la central en R/MWh.
2. El precio en R/MWh que tendría que recibir la central por la energía producida para que ésta pudiera ser amortizada en las condiciones indicadas.

NOTA: $$CF = \frac{1}{8,76} \cdot \frac{r \cdot CI}{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^n} \;\; \text{(R/MWh)}$$

Solución

Apartado 1.

Los costes de inversión en R/kW son

$$CI = \frac{390 \cdot 10^6}{50 \cdot 10^3} = 7800\,\text{R/kW}$$

y los costes fijos tienen el valor

$$CF = \frac{1}{8,76} \frac{0,12 \cdot 7800}{1 - \frac{1}{1,12^{25}}} = 113,53 \text{ R/MWh}$$

Apartado 2.

El precio que tendrían que recibir por la energía sería:

$$\text{Precio} = \frac{\text{Costes}}{\text{Energía}} = \frac{P_n H_{año} \cdot CF + P_n H_{año} \cdot FC \cdot CV}{P_n H_{año} \cdot FC} = \frac{CF + FC \cdot CV}{FC} = \frac{CF}{FC} + CV = \frac{113,53}{0,46} + 5 = 251,80 \text{ R/MWh}$$