uc3m | Universidad Carlos III de Madrid

CURSO OCW

FUNDAMENTOS DE TRANSITORIOS EN REDES ELÉCTRICAS

Mónica Alonso Martínez
Juan Carlos Burgos Díaz
Mª Ángeles Moreno López de Saá

Tema 3.
Transitorios de primer orden en circuitos eléctricos.

Índice

1. Introducción a los regímenes transitorios.

Un proceso transitorio en un sistema de cualquier tipo se origina como consecuencia de un cambio en las condiciones de operación o en la configuración del sistema. Los procesos transitorios en sistemas eléctricos son originados por:

- Maniobras (apertura o cierre de interruptores)
- Faltas en las líneas (apertura de una fase o falta a tierra)
- Descargas atmosféricas
- Variaciones de la demanda de energía.

Los procesos transitorios tienen una duración insignificante con respecto al tiempo de operación en régimen permanente, sin embargo, estos procesos son muy importantes debido al efecto que pueden tener sobre el funcionamiento del sistema o sobre los equipos que lo componen.

Las solicitaciones que se pueden producir son dos tipos:

- Sobrecorrientes (originadas bien por sobrecargas o bien por cortocircuitos), que pueden producir un aumento de temperatura por efecto Joule.
- Sobretensiones, que pueden dar lugar a la degradación del aislamiento de los materiales.

La protección de los equipos eléctricos frente a sobrecorrientes se realiza mediante equipos o dispositivos de protección que desconectan una parte del circuito o su totalidad (en función del lugar en el que se produce la sobrecorriente), mientras que la protección frente a sobretensiones se realiza, por una parte, escogiendo de forma adecuada su nivel de aislamiento según un proceso denominado *coordinación de aislamiento*, y por otra, mediante equipos protectores especializados (pararrayos o supresores de sobretensiones).

Para conseguir una protección adecuada ante ambos tipos de solicitaciones es necesario conocer la cuantía de las solicitaciones que se pueden presentar y los procesos transitorios con los que se originan.

Según los equipos involucrados, un proceso transitorio puede ser:

Electromagnético: cuando es necesario analizar la interacción entre elementos de almacenamiento de energía electromagnética (capacidades e inductancias).

Electromecánico: cuando es necesario analizar la interacción entre la energía almacenada en los sistemas mecánicos de las máquinas rotativas y la energía almacenada en elementos puramente eléctricos.

En esta asignatura se estudiarán sólo los transitorios electromagnéticos.

2. Regímenes transitorios de primer orden.

Un régimen transitorio de primer ordenes aquel que viene determinado por una ecuación diferencial de primer orden. Como regla general esto ocurre cuando existe un solo elemento almacenador de energía (un condensador o una bobina), pero esto no siempre es cierto: en casos en los que se tengan dos bobinas ideales (sin resistencia) en serie, dos condensadores (ideales) en paralelo, dos condensadores en serie o dos bobinas en paralelo la ecuación diferencial resultante también puede ser de primer orden.

Pero además de un elemento almacenador de energía, en el circuito tiene que haber elementos resistivos, por pequeños o grandes que éstos sean, para poder disipar la energía del circuito y hacer que el régimen transitorio converja a un régimen permanente. En muchas ocasiones, si no se considera la resistencia, la solución al problema es absurda desde el punto de vista físico. Esto no sólo es importante cuando se resuelve un problema a mano, sino también cuando se modela un circuito por ordenador.

Por tanto, un circuito que se rige por un transitorio de primer orden está compuesto por los siguientes elementos:

a) Fuentes: Frecuentemente el circuito incorpora una fuente de corriente continua o de corriente alterna, pero no tiene por qué ser así: este es el caso de la descarga de un condensador sobre una resistencia

b) Bobinas o condensadores, sólo uno de los dos tipos de elementos.

c) Resistencias.

Para resolver el transitorio primero se escribe la ecuación del circuito utilizando las leyes de Kirchhoff y las ecuaciones de funcionamiento de los elementos pasivos. En la ecuación del circuito habrá una variable de estado representativa de la energía almacenada: en el caso de que el circuito incorpore una bobina la variable de estado será la intensidad, mientras que si el circuito incorpora un condensador la variable de estado será la tensión en bornas del mismo.

Una vez escrita la ecuación diferencial del circuito se elige el método de resolución: en el dominio del tiempo de forma analítica, en el dominio del tiempo usando métodos numéricos o utilizando la transformada de Laplace.

En cualquiera de los tres casos se debe disponer del valor de la variable de estado en el instante inicial (esto es, la condición de contorno). En algunas ocasiones este valor es directamente un dato (por ejemplo, se parte de una bobina o un condensador inicialmente descargado), pero en otras ocasiones debe obtenerse del estudio del régimen permanente previo al transitorio; hay un tercer tipo de problemas en los que interesa resolver el transitorio más desfavorable (de cara a conocer las máximas solicitaciones a las que está sometido el circuito), en cuyo caso las condiciones de contorno han de ser determinadas para obtener el peor transitorio.

Para comprender la respuesta de un circuito de primer orden estudiaremos diversos casos sencillos: la conexión de una bobina real a una fuente de tensión, la conexión de un condensador ideal a una fuente de tensión a través de una resistencia, y la descarga de un condensador ideal sobre una resistencia.

3. Conexión de una bobina real a una fuente de tensión.

Una bobina real tiene siempre una cierta resistencia, ya que el conductor que la compone no tiene una resistividad nula. Por tanto, una bobina real se puede modelar como una bobina ideal en serie con una resistencia. El circuito a estudiar se muestra en la figura 3.1.

La corriente que circula por la bobina cuando se cierra el interruptor es la que describe el comportamiento del circuito y, a partir de ella, se pueden obtener las restantes magnitudes.

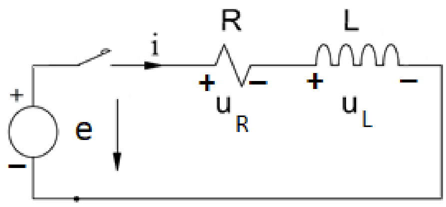

Figura 3.1: Conexión de una bobina real a una fuente de tensión.

Inicialmente, para dar mayor generalidad al estudio, no indicaremos cual es la forma de onda proporcionada por la fuente de tensión, si bien finalmente particularizaremos para el caso de una fuente de tensión continua para plasmar mejor las ideas. Realizaremos el estudio en el dominio del tiempo para comprender mejor los fenómenos que tienen lugar.

En el instante $t = 0$ se cierra el interruptor. Según la segunda ley de Kirchhoff, la suma (con el signo correspondiente) de la tensión de la fuente, la caída de tensión en la resistencia y la caída de tensión en la bobina debe ser nula.

$$-e + u_R + u_L = 0. \tag{3.1}$$

Las ecuaciones de los elementos pasivos son:

$$u_R = R \cdot i \tag{3.2}$$
$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt}. \tag{3.3}$$

De entre las tres ecuaciones anteriores se elimina u_R y u_L para que la ecuación (3.1) quede en función de la variable de estado i, con lo que se llega a

$$e = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}. \tag{3.4}$$

La ecuación (3.4) es una ecuación diferencial de primer orden y su solución se puede obtener sumando la respuesta libre del sistema con la respuesta forzada:

$$i = i_h + i_p. \tag{3.5}$$

Obtenemos a continuación cada una de estas componentes.

Respuesta libre

La respuesta libre es la solución de la ecuación homogénea. Para obtenerla, se hace nula la tensión de la fuente e en la ecuación (3.4) y se obtiene el polinomio característico sustituyendo la derivada de la intensidad por el operador p. Con ello se llega a

$$R + L \cdot p = 0. \tag{3.6}$$

La raíz de este polinomio es

$$p = -\frac{R}{L}, \tag{3.7}$$

cuyas dimensiones son s^{-1}. Llamaremos constante de tiempo del circuito, τ_L, a

$$\tau_L = \frac{L}{R}. \tag{3.8}$$

La respuesta libre del sistema tiene, por tanto, la siguiente expresión

$$i_h = K \cdot e^{-\frac{t}{\tau_L}}, \tag{3.9}$$

donde el valor de τ_L es conocido y el valor de K será obtenido una vez resuelto el régimen permanente.

Respuesta forzada

La respuesta forzada es la solución particular de la ecuación (3.4).

El aspecto de la respuesta forzada depende de la expresión matemática de la excitación aplicada al circuito. Para las formas de onda más frecuentes, el aspecto de la corriente será el siguiente:

- Si la tensión aplicada es constante (fuente DC), la solución particular de la ecuación (3.4) es una constante.
- Si la tensión aplicada es sinusoidal (fuente AC), la solución particular de la ecuación (3.4) es una sinusoide, si bien desfasada con respecto a la sinusoide de tensión aplicada.
- Si la tensión aplicada es triangular o en diente de sierra, hay que dividir el período en estudio en tramos donde la tensión evolucione linealmente en el tiempo. Para cada uno de los regímenes transitorios resultantes la evolución de la corriente es del tipo

  $$i_p = k_1 + k_2 \cdot t$$

  Dependiendo de la pendiente de e el valor de k_2 puede ser positivo o negativo.
- Si la tensión aplicada es un tren de pulsos, hay que dividir el período en estudio en tramos donde la tensión sea constante, y cada uno de los regímenes transitorios resultantes se analiza como en el caso DC anteriormente mencionado.

Cuando un transitorio se divide en transitorios más elementales (como pasa cuando la excitación es un diente de sierra o cuando la excitación es un tren de pulsos), debe tenerse cierto cuidado con el tiempo, pues aunque en realidad hay un único origen de tiempos para todo el transitorio, considerarlo así es complicado. Lo más recomendable, en este sentido, es tomar un tiempo diferente para cada transitorio (t_1, t_2, t_3,...), considerando que el origen de tiempos de cada t_i es el comienzo del correspondiente transitorio elemental, y luego escribir las ecuaciones que relacionan el tiempo global con cada uno de los tiempos tomados para estudiar los diferentes transitorios elementales.

Con el fin de exponer las particularidades fundamentales de un transitorio de primer orden sin complicar la exposición matemática, en lo que sigue admitiremos que la tensión es constante. Para enfatizar el hecho de que e no depende del tiempo la denotaremos como E.

Para el caso de que $e = E$ sea constante, la corriente i_p será también constante, con lo que la denotaremos como I_p, y la ecuación (3.4) queda

$$E = R \cdot I_p + 0, \tag{3.10}$$

es decir,

$$i_p = I_p = \frac{E}{R}. \tag{3.11}$$

Expresión de la corriente

La expresión de la corriente se obtiene sumando la respuesta libre y la respuesta forzada.

$$i = K \cdot e^{-\frac{t}{\tau_L}} + \frac{E}{R}, \tag{3.12}$$

donde el valor de K todavía no es conocido.

Obtención de la constante de integración

La constante de integración K se obtiene de la condición de contorno (condiciones iniciales).

Como es sabido, en una bobina la corriente ha de ser una función continua en el tiempo, ya que la energía almacenada en una bobina depende de la corriente.

En el circuito de la figura 3.1, la corriente en el instante anterior al cierre del interruptor es nula con lo que

$$i(0^+) = 0. \tag{3.13}$$

Particularizando el instante $t = 0$ en (3.12), se tiene

$$0 = K \cdot e^{-\frac{0}{\tau_L}} + \frac{E}{R}, \tag{3.14}$$

de donde

$$K = -\frac{E}{R}. \tag{3.15}$$

Y la expresión final de la corriente que circula por el circuito de la figura 3.1 cuando se cierra el interruptor es

$$i = \frac{E}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}} \right), \tag{3.16}$$

que, teniendo en cuenta (3.11), se puede poner como

$$i = I_p \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}} \right). \tag{3.17}$$

En la figura 3.2 se muestra la evolución de la corriente (y de cada uno de sus sumandos) en el tiempo.

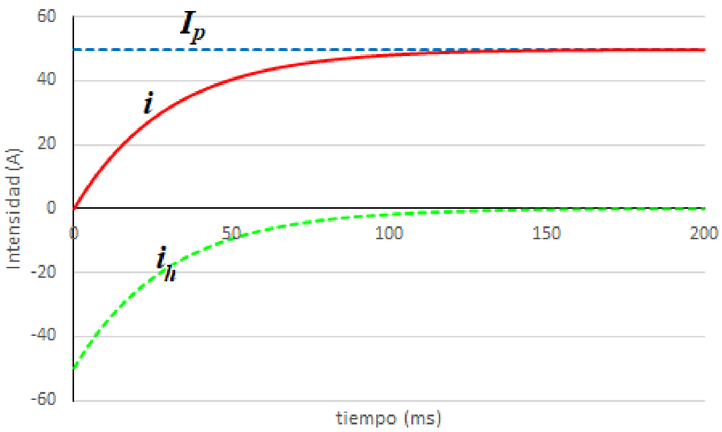

Figura 3.2: Evolución de la corriente i del circuito de la figura 3.1 en el transitorio y de los sumandos i_h e I_p en los que cabe descomponerla. La figura ha sido obtenida tomando $E = 5$ V, $R = 0{,}1\ \Omega$ y $L = 3$ mH. De esta forma la constante de tiempo es de 30 ms.

Una vez conocida la evolución de la intensidad durante el régimen transitorio (ecuación (3.16)), es posible conocer las tensiones en la resistencia y en la bobina aplicando las ecuaciones (3.2) y (3.3).

Para comprender el significado de la constante de tiempo, vamos a calcular el valor de la corriente en dos instantes de tiempo concretos: $t = \tau_L$ y $t = 3\tau_L$.

En el instante de tiempo $t = \tau_L$ la componente libre de la corriente (solución de la ecuación homogénea) vale

$$i_h = I_p \cdot e^{-1} = 0{,}37 \cdot I_p, \tag{3.18}$$

esto es, se ha reducido hasta el 37 % de su valor inicial.

Para el caso particular de que la excitación sea constante (fuente DC), la corriente valdrá

$$i(\tau_L) = I_p \cdot (1 - e^{-1}) = 0{,}63 \cdot I_p, \tag{3.19}$$

es decir, en una constante de tiempo la corriente alcanza el 63 % del valor final.

Cuando $t = 3\tau_L$ la componente libre de la corriente vale

$$i_h = I_p \cdot e^{-3} = 0{,}05 \cdot I_p, \tag{3.20}$$

esto es, se ha reducido hasta el 5 % de su valor inicial.

Para el caso de que la tensión aplicada sea continua, la corriente en $t = 3\tau_L$ vale

$$i(3\tau_L) = I_p \cdot (1 - e^{-3}) = 0{,}95 \cdot I_p. \tag{3.21}$$

Es decir, en un tiempo igual a tres constantes de tiempo, la corriente alcanza el 95 % del valor de régimen permanente.

Cuando el valor de la respuesta natural se considera despreciable, se dice que el circuito se encuentra en régimen permanente y la corriente que circula entonces por él es la *corriente de régimen permanente*, $i_\infty(t)$. Teniendo esto en cuenta, la ecuación (3.16) se puede poner como:

$$i(t) = i_\infty(t) + [i(0) - i_\infty(0)]\, e^{-\dfrac{t}{\tau_L}} \tag{3.22}$$

siendo $i_\infty(t) = \frac{E}{R}$, $i(0)$ el valor de la corriente en el instante inicial $t = 0$ e $i_\infty(0)$ el valor de la corriente de régimen permanente en el mismo instante.

En muchas aplicaciones industriales puede considerarse que, cuando la componente libre se reduce al 5 %, el régimen transitorio ha concluido y se ha alcanzado el régimen permanente.

4. Transitorio de carga de un condensador ideal a través de una resistencia.

Consideremos un condensador ideal que se conecta a una fuente de tensión continua a través de una resistencia, como se muestra en el circuito de la figura 3.3.

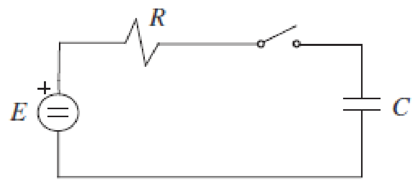

Figura 3.3: Circuito RC alimentado en continua.

4.1. Evolución de la corriente del circuito.

Calculemos la corriente i, suponiendo que el interruptor se cierra en el instante $t = 0$. En este caso se aplicará el método de la transformada de Laplace, para ilustrar el método.

Planteamiento de las ecuaciones del circuito

Aplicando la ley de Kirchhoff de las tensiones,

$$E = R \cdot i + u_C, \tag{3.23}$$

pero la relación entre la corriente y la tensión en el condensador viene dada por

$$i = C \cdot \frac{du_C}{dt}. \tag{3.24}$$

Derivando la ecuación (3.23), se tiene:

$$0 = R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{du_C}{dt}. \tag{3.25}$$

Sustituyendo (3.24) en (3.25) y agrupando términos se obtiene la ecuación diferencial que gobierna el circuito:

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot i = 0. \tag{3.26}$$

Aplicación de la transformada de Laplace

Para obtener la transformada de Laplace de la ecuación (3.26) aplicamos las propiedades de linealidad y derivación respecto al tiempo. El resultado es

$$s \cdot I(s) - i(0^+) + \frac{1}{R \cdot C} \cdot I(s) = 0, \tag{3.27}$$

donde $I(s)$ es la transformada de $i(t)$.

Solución del circuito en el dominio de s

El término $i(0^+)$ en la ecuación (3.27) es el valor de la corriente i inmediatamente después del cierre del interruptor. Obsérvese que este término será, en general, diferente de $i(0^-)$, valor de la corriente inmediatamente antes del cierre del interruptor, ya que en un condensador la corriente no es una variable de estado. Este término puede calcularse particularizando la ecuación (3.23) para el instante inicial, en función de la tensión inicial del condensador

$$i(0^+) = \frac{E - u_C(0)}{R}, \tag{3.28}$$

y al sustituirlo en (3.27) queda

$$s \cdot I(s) - \frac{E - u_C(0)}{R} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot I(s) = 0. \tag{3.29}$$

Despejando $I(s)$ se tiene

$$I(s) = \frac{E - u_C(0)}{R} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{R \cdot C}}, \tag{3.30}$$

ecuación que constituye la expresión de la corriente en el dominio de la variable s.

Obtención de la solución en el dominio del tiempo

La solución en función del tiempo se obtiene aplicando la transformada inversa de Laplace a la función (3.30). El resultado, obtenido consultando la tabla de transformadas del tema 1, es

$$i(t) = \frac{E - u_C(0)}{R} \cdot e^{-\dfrac{t}{R \cdot C}}. \tag{3.31}$$

La constante de tiempo de este circuito viene dada por $\tau_C = R \cdot C$.

En la figura 3.4 se observa la evolución de la corriente del circuito, inicialmente nula, que alcanza un pico en el instante inicial, determinado por la diferencia de tensiones entre la fuente y el valor inicial del condensador

$$i(0^+) = \frac{E - u_C(0)}{R} \tag{3.32}$$

y va disminuyendo hasta hacerse nula de nuevo en el régimen permanente.

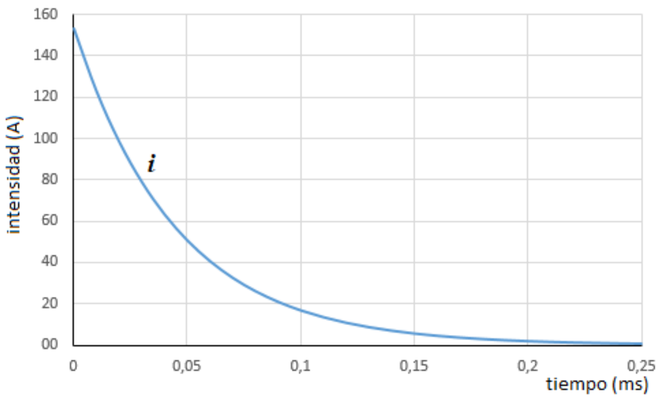

Figura 3.4: Evolución de la corriente del condensador de la figura 3.3 durante el transitorio de carga. Esta figura se ha realizado considerando una resistencia $R = 1{,}5\ \Omega$, una capacidad $C = 30\ \mu$F y una tensión $E = 230$ V. La constante de tiempo resulta ser de 0,045 ms.

4.2. Tensión en el condensador.

Una vez conocida la evolución de la corriente, podemos obtener la evolución de la tensión en el condensador, teniendo en cuenta la ecuación (3.24) e integrando:

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int \frac{E - u_C(0)}{R} \cdot e^{-\dfrac{t}{R \cdot C}} dt = -[E - u_C(0)] \cdot e^{-\dfrac{t}{R \cdot C}} + K. \tag{3.33}$$

El valor de la constante de integración K se puede hallar aplicando las condiciones iniciales:

$$u_C(0) = -[E - u_C(0)] \cdot e^{-\dfrac{0}{R \cdot C}} + K, \tag{3.34}$$

de donde se obtiene que $K = E$.

Por tanto, la expresión de la tensión en el condensador es

$$u_C(t) = E + [u_C(0) - E] \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}. \tag{3.35}$$

En la expresión anterior, el termino exponencial termina por anularse y, por ello, el valor de régimen permanente de la tensión en el condensador es E.

Nótese que la expresión de la tensión dada por la ecuación (3.35) responde también a la expresión general

$$u_C(t) = u_{C,\infty}(t) + [u_C(0) - u_{C,\infty}(0)]\, e^{-\dfrac{t}{\tau_C}}. \tag{3.36}$$

Si interpretamos físicamente el circuito de la figura 3.3, una vez producido el cierre del interruptor, el condensador, que suponemos inicialmente descargado ($u_C(0) = 0$), se carga a través de la resistencia. Cuando transcurre suficiente tiempo, las tensiones E y u_C se igualan, momento en el que la corriente i se anula.

La figura 3.5 muestra la evolución de la tensión durante en el condensador al cerrarse el interruptor.

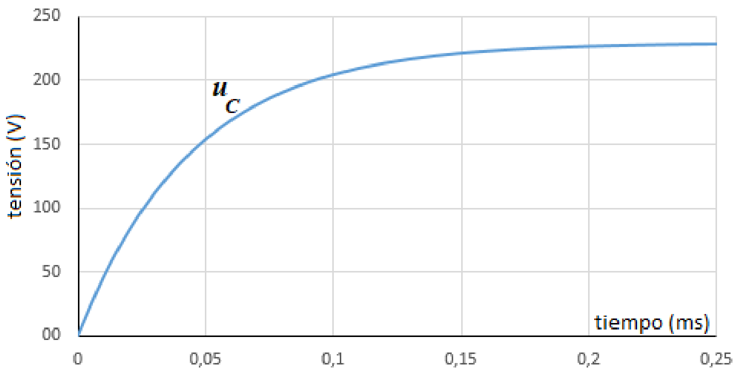

Figura 3.5: Evolución de la tensión en el condensador de la figura 3.3 durante el transitorio de carga. Esta figura se ha realizado considerando una resistencia $R = 1{,}5\ \Omega$, una capacidad $C = 30\ \mu$F y una tensión $E = 230$ V. La constante de tiempo resulta ser de 0,045 ms.

Podemos calcular el valor de la tensión al cabo de una constante de tiempo y de tres constantes de tiempo:

$$u_C(\tau_C) = E \cdot (1 - e^{-1}) = 0{,}63 \cdot E, \tag{3.37}$$

$$u_C(3\tau_C) = E \cdot (1 - e^{-3}) = 0{,}95 \cdot E, \tag{3.38}$$

es decir, en una constante de tiempo el valor de la tensión en el condensador alcanza el 63 % de su valor de régimen permanente, y en tres constantes de tiempo alcanza el 95 % de su valor de régimen permanente.

5. Descarga de un condensador sobre una resistencia.

Imaginémonos ahora que tenemos un circuito como el de la figura 3.6 en el que inicialmente los interruptores S_1 y S_2 están abiertos.

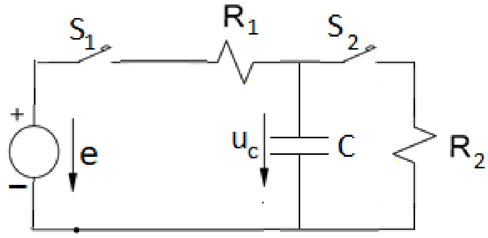

Figura 3.6: Circuito de carga y descarga de un condensador.

En un instante determinado se cierra el interruptor S_1 y comienza a circular corriente desde la fuente hacia el condensador, a través de la resistencia R_1. Esa corriente hace que el condensador C se cargue, como se vio en la sección 4.

Si posteriormente se abre el interruptor S_1, la carga del condensador no tiene por dónde escaparse, de forma que el condensador queda cargado con una tensión a la que llamaremos U_C.

Seguidamente cerramos el interruptor S_2, y con ello se establece un camino por el que el condensador C se puede descargar a través de la resistencia R_2. El objetivo de este apartado es estudiar el transitorio de descarga del condensador. El circuito a estudiar se muestra en la figura 3.7.

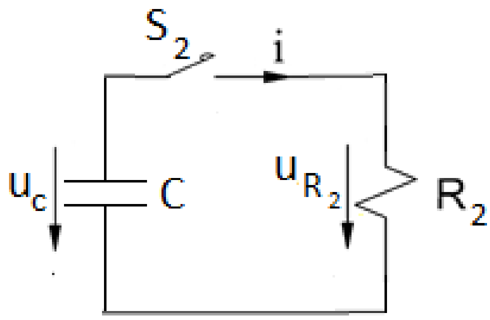

Figura 3.7: Referencias de tensión y de corriente empleadas para el estudio de la descarga del condensador.

Como se desprende del estudio que se realizará a continuación, el proceso de descarga de un condensador no depende de si el condensador se ha cargado a partir de una fuente de corriente continua o a partir de una fuente de corriente alterna, sino que depende de la carga almacenada en el condensador en el instante inicial.

Para analizar el circuito de la figura 3.7 escribimos la segunda ley de Kirchhoff y las ecuaciones de cada uno de los elementos pasivos:

$$-u_C + u_{R_2} = 0 \tag{3.39}$$

$$u_{R_2} = R_2 \cdot i \tag{3.40}$$

$$i = -C \cdot \frac{du_C}{dt} \tag{3.41}$$

El signo menos de la ecuación (3.41) se debe a que con las referencias adoptadas una corriente positiva provoca una disminución de la tensión en el condensador.

Ahora se deben combinar las ecuaciones (3.39), (3.40) y (3.41) para llegar a una única ecuación en la que la incógnita sea la tensión del condensador, que es la variable de estado del sistema, con lo que se llega a

$$u_C + R_2 \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} = 0. \tag{3.42}$$

La ecuación diferencial (3.42) es una ecuación diferencial de primer orden y su solución se puede obtener sumando la respuesta libre del sistema con la respuesta forzada. Sin embargo, en el caso del circuito de la figura 3.7 no existe fuente de alimentación, de forma que la solución forzada es nula y sólo hay que obtener la respuesta libre del sistema.

Para obtener la respuesta libre, se obtiene el polinomio característico de la ecuación (3.42)

$$1 + \tau_{C_2} \cdot p = 0, \tag{3.43}$$

donde

$$\tau_{C_2} = R_2 \cdot C \tag{3.44}$$

es la constante de tiempo del circuito y se mide en segundos.

La raíz del polinomio característico es

$$p = -\frac{1}{\tau_{C_2}}. \tag{3.45}$$

La respuesta libre del sistema tiene la siguiente expresión

$$u_C = K \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{C_2}}}. \tag{3.46}$$

Para obtener la constante de integración expresamos que la tensión en un condensador ha de ser una función continua en el tiempo, ya que la energía almacenada en un condensador depende de la tensión en bornes.

$$u_C(0^+) = K \cdot 1 = U_C \tag{3.47}$$

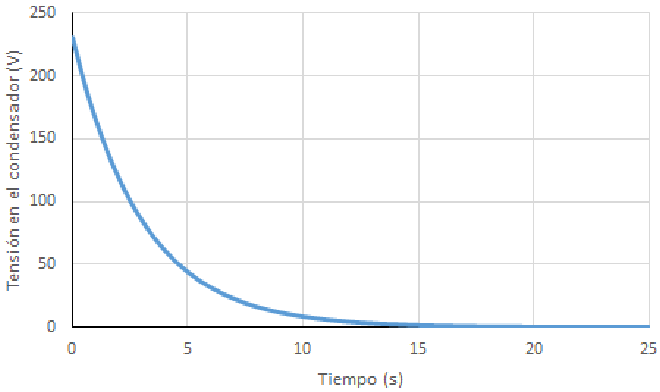

Figura 3.8: Evolución de la tensión en el condensador de la figura 3.7 durante el transitorio de descarga. Esta figura se ha realizado considerando los siguientes parámetros: $R_2 = 100$ kΩ, $C = 30$ μF y $U_C = 230$ V, con lo que la constante de tiempo del circuito es 3 segundos.

Con lo que la evolución de la tensión en el condensador en el tiempo es

$$u_C = U_C \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{C_2}}} \tag{3.48}$$

En la figura 3.8 se muestra la evolución de la tensión en el condensador en el tiempo.

Cuando $t = \tau_{C_2}$ la tensión vale

$$u_C(\tau_{C_2}) = 0{,}37 \cdot U_C. \tag{3.49}$$

En una constante de tiempo la tensión se ha reducido hasta el 37 % de su valor inicial.

Cuando $t = 3\tau_{C_2}$ la tensión vale

$$u_C(3 \cdot \tau_{C_2}) = 0{,}05 \cdot U_C. \tag{3.50}$$

Esto es, en tres constantes de tiempo la tensión ha disminuido hasta el 5 % del valor al que estaba cargado inicialmente.

6. Transitorios de primer orden: conclusiones.

Como se ha visto en los apartados precedentes, el comportamiento en régimen transitorio de un circuito de primer orden es la suma de dos términos. El primero de ellos es una exponencial decreciente, caracterizada por una constante de tiempo. El segundo de ellos depende de la forma de onda de las fuentes de alimentación al circuito eléctrico, y puede no existir, si es que en el circuito no hay fuentes.

La constante de tiempo τ en un transitorio de primer orden indica la rapidez con la que se alcanza el régimen permanente. Cuanto mayor es la constante de tiempo más lento es el proceso transitorio, es decir, más tiempo se tarda en alcanzar el régimen permanente, y cuanto más pequeña es τ más rápido es el transitorio.

Cuando el valor de la respuesta libre se considera despreciable, se dice que el circuito se encuentra en régimen permanente, y las corrientes y tensiones en el circuito son valores periódicos, llamados tensiones y corrientes de régimen permanente.

En un sistema de primer orden se suele aceptar que la duración del transitorio es 3 veces la constante de tiempo, ya que en ese tiempo la respuesta libre se reduce en un 95 %, con lo que la respuesta del sistema es, casi en su totalidad, respuesta forzada.