Curso OCW

Fundamentos de transitorios en redes eléctricas

Mª Ángeles Moreno López de Saá
Juan Carlos Burgos Díaz
Mónica Alonso Martínez

PROBLEMA 10.
ENSAYO DE DISYUNTORES

El circuito que se muestra en la figura 10.1 se emplea para ensayar interruptores. El interruptor ensayado S2 se encuentra inicialmente cerrado. El ensayo empieza cerrando S1, lo que produce la descarga de C1 (inicialmente cargado) a través de S2 y la bobina L. Los contactos de S2 se abren al poco tiempo de que la corriente comience a circular. La corriente no se extingue hasta que pasa por cero, momento en el cual se aplica sobre el interruptor la tensión transitoria de restablecimiento (TTR).

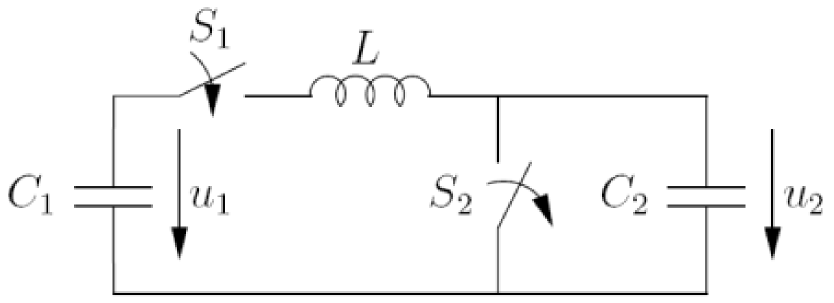

Figura 10.1. Circuito equivalente del problema 10.

Se precisa ensayar un interruptor con un pico de corriente de 15 kA a 50 Hz, y aplicar después una TTR de pico de 20 kV a 900 Hz. Se pide:

1. Calcular los valores de C1, C2 y L y la tensión inicial.
2. Dibujar las distintas tensiones y corrientes del sistema.

SOLUCIÓN:

1. **Calcular los valores de C1, C2 y L y la tensión inicial.**

- Primer transitorio:

Inicialmente, el interruptor S2 está cerrado y por tanto C2 no interviene en el circuito, siendo el circuito resultante el que se muestra en la figura 10.2.
En primer lugar, se construirá la ecuación diferencial que define el funcionamiento del sistema.

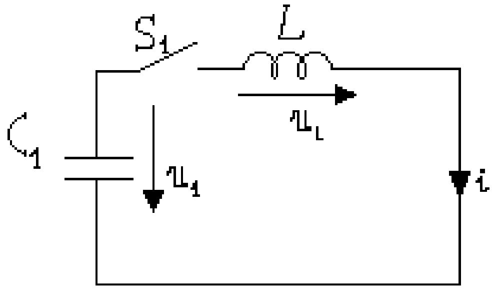

Figura 10.2. Circuito equivalente conexión primer condensador.

$$u_{c1} = L\frac{di}{dt_1} \tag{1}$$

$$i = -C_1\frac{du_{c1}}{dt_1} \tag{2}$$

Sustituyendo la expresión de la tensión dada por (1) en la ecuación (2) obtenemos una expresión en forma de ecuación diferencial de segundo orden para la corriente (3) que circula por el circuito de la figura 10.2.

$$i = -C_1L\frac{d^2i}{dt_1^2} \tag{3}$$

Con lo que la ecuación diferencial a resolver es (4).

$$\frac{d^2i}{dt_1^2} + \omega_{01}^2 i = 0 \tag{4}$$

Donde ω_{01} se define según (5).

$$\omega_{01}^2 = \frac{1}{LC_1} \tag{5}$$

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación (4) se obtiene (6).

$$s^2I(s) - si(0) - i'(0) + \omega_{01}^2 I(s) = 0 \tag{6}$$

Teniendo en cuenta la condición de contorno (7) la expresión para la corriente en el dominio de Laplace es (8).

$$i'(0) = \frac{u_L(0)}{L} = \frac{u_1(0)}{L} \tag{7}$$

$$I(s) = \frac{i'(0)}{s^2 + \omega_{01}^2} = \frac{u_1(0)}{L}\frac{1}{s^2 + \omega_{01}^2} \tag{8}$$

Aplicando la antitransformada de Laplace se obtiene la solución en el dominio del tiempo dada por la ecuación (9)

$$i(t) = \frac{u_1(0)}{L\omega_{01}} sen\omega_{01}t_1 = \frac{u_1(0)}{Z_{01}} sen\omega_{01}t_1 \tag{9}$$

Donde $Z_{01} = \sqrt{\frac{L}{C_1}}$.

El enunciado indica que el pico de corriente debe ser de 15 kA a una frecuencia de 50 Hz, por lo tanto, sabiendo que $\omega_{01} = 100\pi$, tenemos (10).

$$\frac{u_1(0)}{Z_{01}} = 15\,kA \tag{10}$$

Dejando todo en función de los parámetros L, C_1 y $u_1(0)$, llegamos al primer conjunto de ecuaciones (11).

$$\begin{bmatrix} \dfrac{1}{LC_1} = (100\,\pi)^2 \\ u_1(0)\sqrt{C_1/L} = 15\,kA \end{bmatrix} \textit{\textbf{Ecuaciones 1}} \tag{11}$$

La evolución de la tensión y de la corriente en este primer transitorio se encuentra representada en la figura 10.3.

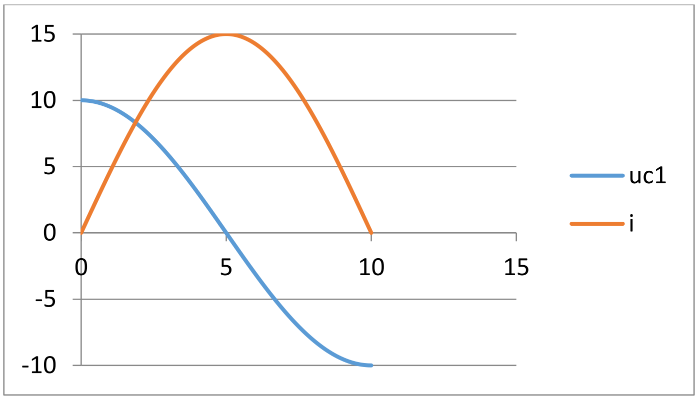

Figura 10.3. Evolución de la tensión y corriente en el transitorio del circuito de la figura 10.2.

En el instante t_1=0 se cierra el interruptor S_1. En el instante $t_1=\dfrac{\pi}{\omega_{01}}$ se produce la apertura efectiva de S_2.

El arco eléctrico se extingue en el primer paso por cero de la corriente (en t=10 ms).

- <u>Segundo transitorio:</u>

Cuando un tiempo después se abre el interruptor S_2, al estar éste en paralelo con el condensador C_2, aparece entre sus bornes una tensión transitoria, que es la que recibe el nombre de tensión transitoria de restablecimiento (TTR) y que se estudiará analizando el circuito de la figura 10.4.

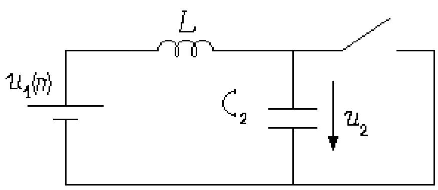

Figura 10.4. Conexión del segundo condensador en el circuito de la figura 10.1.

Como se verá posteriormente, la capacidad del condensador C1 va a ser muy superior a la capacidad del condensador C2. En estas condiciones la carga del condensador C1 apenas va a hacer variar la tensión en el condensador C1 y por simplicidad podemos considerar que la tensión del condensador C_1 permanece constante e igual al valor que tiene cuando la corriente pasa por cero, que será $u_1\left(\frac{\pi}{\omega_{01}}\right)$.

La ecuación (14), a la que se llega a partir de las ecuaciones (12) y (13), representa el comportamiento del sistema de la figura 10.4. Puesto que la ecuación (14) es una ecuación diferencial de segundo orden se va a emplear la transformada de Laplace para determinar su solución (15).

$$-U_{\max} = L\frac{di}{dt_2} + u_{c2} \tag{12}$$

$$i = C\frac{du_{c2}}{dt_2} \tag{13}$$

$$-U_{\max} = LC\frac{d^2u_{c2}}{dt_2^2} + u_{c2} \tag{14}$$

$$-\frac{U_{\max}}{s} = LC\left[s^2U_{c2}(s) - su_{c2}(0) - u'_{c2}(0)\right] + U_{c2}(s) \tag{15}$$

Las condiciones de contorno que se van a emplear, a partir de los datos facilitados en el enunciado son:

- $u_{c2}(0)=0$, porque la caída de tensión en el arco se admite nula.
- $u'_{c2}(0)=0$, según la ecuación (13) y teniendo en cuenta que la corriente se extingue en el paso por cero.

Conociendo las condiciones de contorno y la expresión para la frecuencia angular del segundo transitorio (16), se realiza la antitransformada de la ecuación (15) para obtener la expresión que rige el transitorio de la figura 8.4 en el dominio del tiempo (17).

$$\omega_{02}^2 = \frac{1}{LC_2} \tag{16}$$

$$U_{c2}(s) = -U_{\max}\left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s^2+\omega_{02}^2}\right] \tag{17}$$

Finalmente, la expresión de la TTR vendrá dada por la ecuación (18).

$$u_{c2}(s) = -U_{\max}\left[1-\cos(\omega_{02}t_2)\right] = -U_{\max}\left[1-\cos\left(\omega_{02}\left(t_1 - \frac{\pi}{\omega_{01}}\right)\right)\right] \tag{18}$$

La figura 10.5 muestra la evolución de la tensión y la corriente de este segundo transitorio de conexión de condensadores.

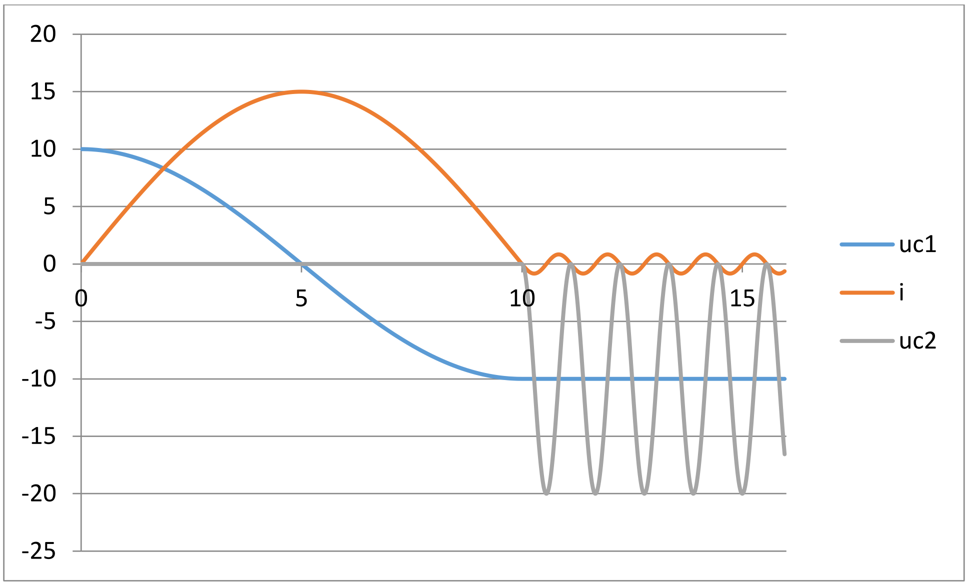

Figura 10.5 Evolución de la tensión y corriente en el transitorio del circuito de la figura 10.2.

Puesto que el valor máximo de la TTR no debe superar los 20 kV a una frecuencia de 900 Hz, y sabiendo que $\omega_{02} = 900 * 2\pi$, se puede establecer la igualdad (19).

$$\left|u_1\left(\frac{\pi}{\omega_{01}}\right)\right| = 20\ kV \qquad (19)$$

Teniendo en cuenta que $u_1\left(\frac{\pi}{\omega_{01}}\right) = -u_1(0)$ y dejando todo en función de L y C_2, obtenemos el segundo conjunto de ecuaciones (20).

$$\left[\begin{array}{l} \frac{1}{LC_2} = (900 \cdot 2\pi)^2 \\ 2u_1(0) = 20kV \end{array}\right] \textbf{\textit{Ecuaciones 2}} \qquad (20)$$

- <u>Cálculo de parámetros:</u>

De la ecuación (20) se puede obtener el valor de $u_1(0)$ => $\boxed{u_1(0) = 10\ kV}$

Tomando el primer conjunto de ecuaciones (11) se puede obtener a partir (21) la relación entre el C_1 y L (22).

$$\frac{1}{LC_1} = 98696 \quad => \quad \frac{1}{L} = 98696 \cdot C_1 \qquad (21)$$

$$\frac{C_1}{L} = \left(\frac{15}{10}\right)^2 = 2{,}25 \qquad (22)$$

De las ecuaciones (21) y (22) se pueden obtener los valores de C_1 (4.775 mF) y L (2.122 mH) (23) y (24).

$$98696 \cdot C_1^2 = 2{,}25 \quad => \quad \boxed{C_1 = 4{,}775 \text{ mF}} \tag{23}$$

$$L = \frac{C_1}{2{,}25} = \boxed{2{,}122 \text{ mH} = L} \tag{24}$$

Con el valor de *L*, y entrando en el sistema de ecuaciones (20), se puede obtener el valor del último parámetro C_2 (25).

$$C_2 = \frac{1}{(900 \cdot 2\pi)^2 \cdot 2{,}122 \cdot 10^{-3}} = \boxed{14{,}74 \ \mu\text{F} = C_2} \tag{25}$$