uc3m | Universidad Carlos III de Madrid

Curso OCW

Fundamentos de transitorios en redes eléctricas

Mª Ángeles Moreno López de Saá
Juan Carlos Burgos Díaz
Mónica Alonso Martínez

PROBLEMA 2.
CORTOCIRCUITO EN UN TRANSFORMADOR

El transformador trifásico de la figura 2.1 tiene una resistencia de cortocircuito de 0,119 Ω/fase y una inductancia de cortocircuito de 3,769 mH/fase (ambas referidas al lado de 34,5 kV del transformador). Cuando la tensión de red de la primera fase pasa por cero decreciente se cierra el interruptor que une el transformador a la línea de salida, con la mala suerte de que existe un cortocircuito en bornas del transformador.

Se pide:

1. Obtener la evolución de la intensidad de cortocircuito (en la primera fase) desde el momento de cerrar el interruptor.
2. Obtener el valor máximo (aproximado) de dicha intensidad.

Datos del transformador: 230/34,5 kV, 50 Hz (Sn = 100 MVA, ε_{cc} = 0,1 p.u., cos φ_{cc} = 0,1).

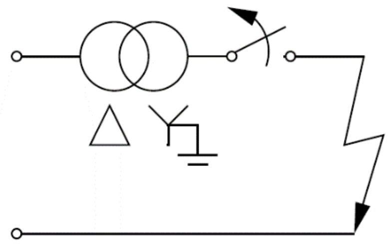

Figura 2.1. Sistema de estudio del problema 2

SOLUCIÓN:

1. Obtener la evolución de la intensidad de cortocircuito (en la primera fase) desde el momento de cerrar el interruptor.

El circuito equivalente del transformador es una resistencia en serie con una reactancia (figura 3.1)

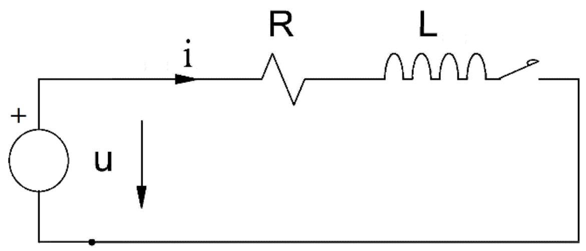

Figura 2.2. Circuito equivalente del sistema de estudio del problema 2

La ecuación que rige este transitorio viene dada por la expresión (1):

$$U = Ri + L\frac{di}{dt} \tag{1}$$

Donde, la tensión alterna se representa mediante una función senoidal (2) para que en t=0 la tensión valga cero con pendiente negativa, tal y como indica el enunciado "el interruptor se cierra cuando la tensión de red de la primera fase pasa por cero decreciente se cierra el interruptor". El valor de 34.5 kV facilitado por el enunciado corresponde a la tensión de línea en el transformador. Sin embargo, el circuito de la figura 2.2 es el equivalente monofásico del circuito trifásico planteado en el enunciado, figura 2.1. Para ello es necesario transformar la tensión de línea en el transformador, 34.5 kV, en tensión de fase dividiendo por $\sqrt{3}$, con lo que se obtiene el valor eficaz de fase, y multiplicando por $\sqrt{2}$ se obtiene el valor máximo. Así la expresión de la tensión es $u(t) = U_{máx} sen\ (\omega t + \pi)$.

$$u = \sqrt{2}\cdot\frac{34{,}5}{\sqrt{3}}\ sen(\omega t + \pi)\ \text{(kV)} \tag{2}$$

Como sabemos, la solución de la ecuación diferencial de primer orden representada en (1) es la suma de la solución libre (o solución de la ecuación homogénea, i_h) más la solución forzada (o solución particular de la ecuación diferencial, i_p). Dado que la solución libre no depende de la excitación, tiene la expresión exponencial de la ecuación (3) (veáse ejercicio de bobina alimentada con corriente continua).

$$i_h(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}} \tag{3}$$

Donde, la constante de tiempo τ se calcula según (4).

$$\tau = \frac{L}{R} \tag{4}$$

La solución particular, i_p, depende del aspecto de la excitación, y para excitaciones sinusoidales la solución particular tiene la expresión (5)

$$i_p(t) = \sqrt{2} I sen(\omega t + \pi - \varphi) \tag{5}$$

La razón de poner un √2 es obtener el valor máximo de la corriente, siendo I el valor eficaz de la corriente, con una expresión semejante a la de la tensión: $i(t) = I_{máx} sen\ (\omega t + \pi - \varphi)$.

Para que un sistema sea estable es preciso que la respuesta libre del sistema (3) se reduzca al transcurrir el tiempo hasta desaparecer. Por tanto, en régimen permanente sólo queda la respuesta forzada.

Es necesario por tanto obtener los valores de I y de φ de la ecuación (5) que hacen que la intensidad de la ecuación (5) satisfaga la ecuación (1) con la expresión dada para la tensión (2). La intensidad de un circuito R-L en régimen permanente senoidal tiene el aspecto dado en (5), donde la intensidad I se obtiene según (6), y el ángulo φ que representa el desfase entre la tensión y la corriente, como consecuencia de la carga conectada, viene dado por (7).

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \tag{6}$$

$$\varphi = arctg\frac{X_L}{R} \tag{7}$$

Nota: El circuito de la figura 2.1 es un circuito inductivo y, por tanto, el desfase entre la tensión y la corriente es negativo.

Para el circuito de la figura 2.1, los valores de impedancia de la bobina (X_L), intensidad eficaz I, desfase φ y constante de tiempo τ vienen dados por las ecuaciones (8)-(11).

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2\pi \cdot 50 \cdot 3{,}769 \cdot 10^{-3} = 1{,}184\,\Omega \tag{8}$$

$$I = \frac{34{,}5/\sqrt{3}}{\sqrt{0{,}119^2 + 1{,}184^2}} = 16{,}74\text{ kA} \tag{9}$$

$$\varphi = arctg\frac{1{,}184}{0{,}119} = arctg\,9{,}95 = 84{,}26^{\text{o}} = 1{,}47\,rad \tag{10}$$

$$\tau = \frac{L}{R} = 31{,}67\text{ ms} \tag{11}$$

A partir de los resultados anteriores, la corriente de cortocircuito de régimen permanente, en el circuito de la figura 2.1, tiene la expresión (12) y toma el valor dado por (13).

$$i_p(t) = \sqrt{2}I\operatorname{sen}(\omega t + \pi - 1{,}47) = 23{,}67\operatorname{sen}(\omega t + 1{,}67)\quad\text{kA} \tag{12}$$

$$i_p(0) = \sqrt{2}I\operatorname{sen}(\pi - 1{,}47) = 23{,}67\operatorname{sen}(1{,}67) = 23{,}55\quad\text{kA} \tag{13}$$

Por tanto, la evolución de la corriente se puede poner como:

$$i(t) = 23{,}67\operatorname{sen}(\omega t + 1{,}67) + K\cdot e^{-t/\tau}\quad\text{kA} \tag{14}$$

Para hallar la constante K de la ecuación (14) se aplican las condiciones iniciales referidas a la energía almacenada en la bobina (15) y se obtiene finalmente la expresión que rige la evolución de la corriente en la bobina (16):

$$i(0) = 0 = 23{,}67\operatorname{sen}(1{,}67) + K \Rightarrow K = -23{,}67\operatorname{sen}(1{,}67) = -23{,}55 \tag{15}$$

$$i(t) = 23{,}67sen(\omega t + 1{,}67) - 23{,}55\cdot e^{-t/\tau}\text{ kA} \tag{16}$$

2. Obtener el valor máximo de la corriente.

Para obtener el valor máximo habría que obtener la derivada de la intensidad respecto del tiempo e igualar esa derivada a cero. Así obtendríamos en qué instante de tiempo se alcanza el máximo. Sin embargo, eso es bastante complicado, porque la ecuación a resolver para hallar el tiempo es una ecuación que involucra cosenos y exponenciales, y encontrar las raíces de eso no es sencillo.

Cuando la constante de tiempo de la exponencial es comparable al período, el pico se presentará coincidiendo con un mínimo de corriente, es decir, cuando sen(ωt + 1,67) = -1:

$$\omega t + 1{,}67 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad} \tag{17}$$

$$\omega t = 3{,}04 \text{ rad} \quad \Rightarrow \quad t = 9{,}68 \text{ ms.} \tag{18}$$

El valor de dicho pico se obtiene a partir de la ecuación (19):

$$i_{pico} = |i_{mín.}| = |i(9{,}68\, ms)| = \left| -23{,}67 - 23{,}55 \cdot e^{-9{,}68/31{,}67} \right| = 41 \text{kA} \tag{19}$$

El valor máximo de la corriente es 41 kA.

La evolución de las diferentes formas de onda en el tiempo se muestra en la siguiente figura 2.3:

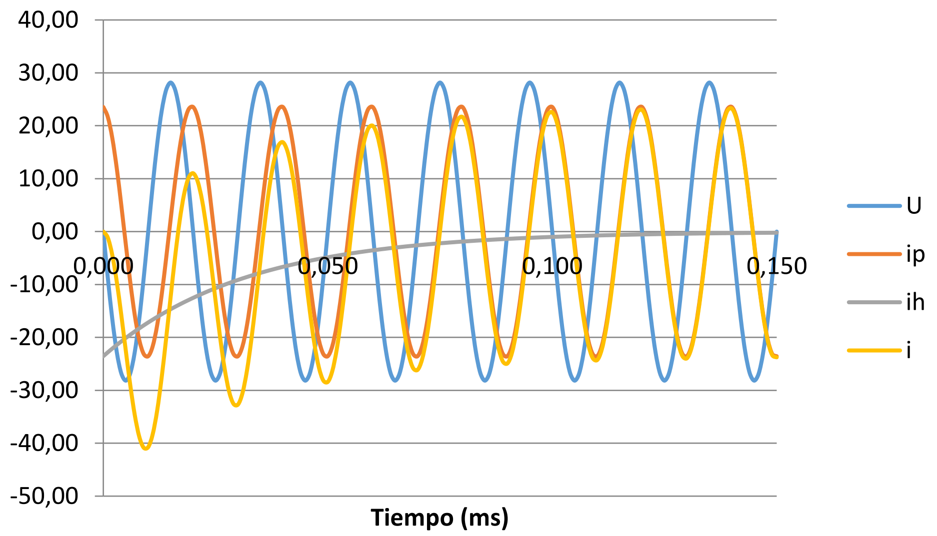

Figura 2.3. Evolución de tensión y corrientes en función del tiempo