Curso OCW

Fundamentos de transitorios en redes eléctricas

Mª Ángeles Moreno López de Saá
Juan Carlos Burgos Díaz
Mónica Alonso Martínez

PROBLEMA 5.
CARGA DE UNA BOBINA EN CORRIENTE ALTERNA.

Una carga tiene una resistencia de 0,5 Ω y una inductancia de 9,5 mH. Se aplica a la carga una tensión sinusoidal de valor de cresta 325 V y frecuencia 50 Hz. Se cierra el interruptor en el instante en el que la onda de tensión pasa por cero. Se pide:

1. Obtener la evolución de la intensidad en el circuito en función del tiempo
2. Obtener la intensidad en régimen permanente
3. Obtener la tensión en bornas de la bobina en función del tiempo

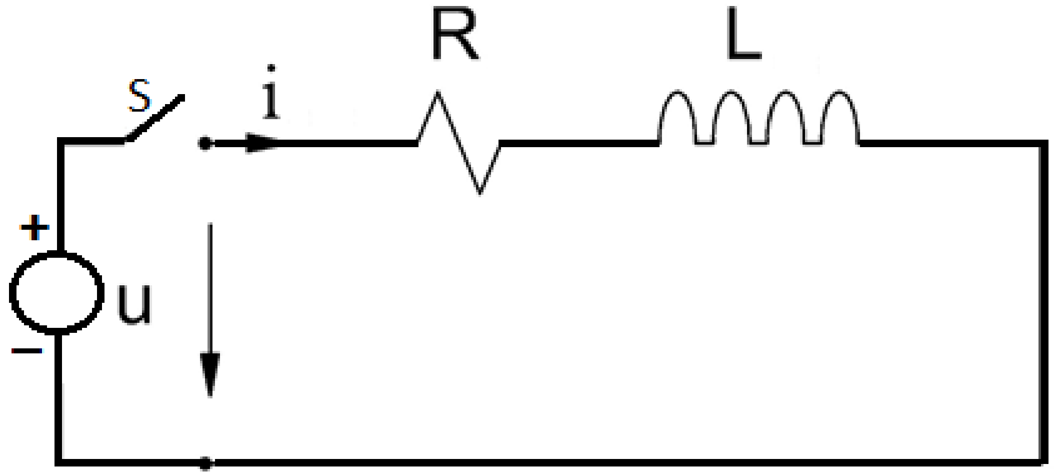

Figura 5.1. Circuito de estudio del problema

SOLUCIÓN:

1. Obtención de la corriente en el transitorio.

Aplicando la segunda Ley de Kirchoff al circuito de la figura 5.1 se obtiene la ecuación (1),

$$-u + R \cdot i + u_L = 0 \tag{1}$$

La ecuación de la bobina es

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} \tag{2}$$

El dato del problema es la tensión aplicada al circuito

$$u = 325 \cdot sen(2 \cdot pi \cdot 50 \cdot t) \tag{3}$$

Introduciendo (2) y (3) en (1)

$$325 \cdot sen(314 \cdot t) = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} \tag{4}$$

La ecuación homogénea es

$$R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} = 0 \tag{5}$$

El polinomio característico de esta ecuación diferencial es

$$R + L \cdot p = 0 \tag{6}$$

En este caso el polinomio característico tiene una sola raíz

$$p = -\frac{R}{L} = -\frac{1}{\tau} \tag{7}$$

Donde

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{9{,}5}{0{,}5} = 19\ ms \tag{8}$$

Por tanto, la solución de la ecuación homogénea es

$$i = K \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{9}$$

El valor de K será obtenido posteriormente.

Dado que la excitación es sinusoidal, la solución particular (esto es, la solución forzada) tiene el siguiente aspecto

$$i_p = I_{max} \cdot sen(314 \cdot t - \varphi) \tag{10}$$

Hay que determinar el valor de I_{max} y el valor de φ.

$$I_{max} = \frac{U_{max}}{Z} \tag{11}$$

$$cos\varphi = \frac{R}{Z} \tag{12}$$

Para el caso del problema

$$X_L = \omega \cdot L = 314 \cdot 0{,}0095 = 2{,}98\ \Omega \tag{13}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{0{,}5^2 + 2{,}98^2} = 3{,}03\ \Omega \tag{14}$$

$$\varphi = acos\frac{0{,}5}{3{,}03} = 1{,}4\ rad \tag{15}$$

Con lo que

$$I_{max} = \frac{325}{3{,}03} = 107\ A \tag{16}$$

Por tanto la expresión matemática de la solución particular es

$$i_p = 107 \cdot sen(314 \cdot t - 1{,}4) \quad [A] \tag{17}$$

La expresión de la intensidad es

$$i = K \cdot e^{-\frac{t}{0{,}019}} + 107 \cdot sen(314 \cdot t - 1{,}4) \quad [A] \tag{18}$$

Una vez obtenida la expresión de la intensidad, se debe obtener el valor de la constante de integración imponiendo que la corriente debe ser una función continua en el instante inicial. Antes de cerrar el interruptor la corriente es nula, por lo que

$$i(0) = 0 = K \cdot e^{-0} + 107 \cdot sen(0 - 1{,}4) \tag{19}$$

Con lo que

$$K = -107 \cdot sen(-1{,}4) = -105{,}9\ A \tag{20}$$

Con lo que

$$i = 105{,}9 \cdot e^{-\frac{t}{0{,}019}} + 107 \cdot sen(314 \cdot t - 1{,}4) \quad [A] \tag{21}$$

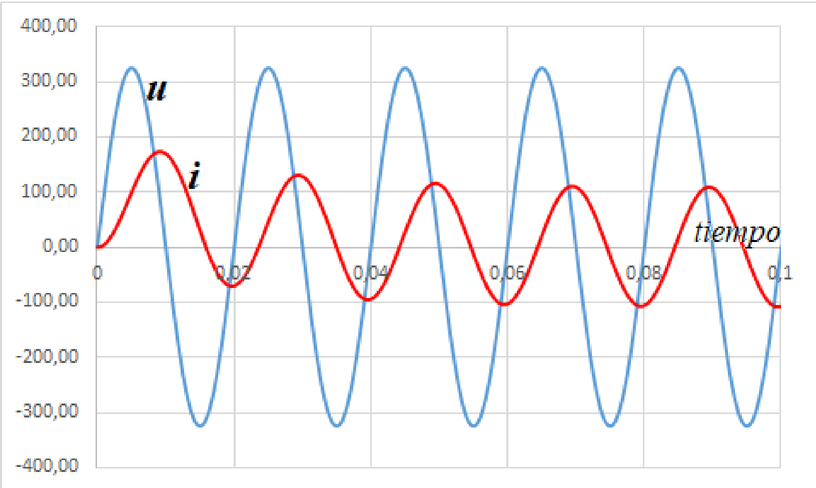

Figura 5.2. Evolución de la tensión de la fuente y de la corriente durante el transitorio.

2. Corriente en régimen permanente

Ya ha sido hallada, es la solución particular de la ecuación diferencial, ya que la solución libre se extingue pasado un cierto tiempo.

$$i_p = 107 \cdot sen(314 \cdot t - 1{,}4) \quad [A] \tag{22}$$

3. Tensión en bornas de la bobina

La tensión en bornas de la bobina será

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} \tag{23}$$

Derivando la expresión de la intensidad e introduciendo la derivada en (23) se llega a

$$u_L = 0{,}0095 \cdot \left[-\frac{105{,}92}{0{,}019} \cdot e^{-\frac{t}{0{,}019}} + 107 \cdot 314 \cdot cos(314 \cdot t - 1{,}4)\right] \qquad (24)$$

Con lo que la tensión en la bobina resulta valer

$$u_L = -52{,}96e^{-\frac{t}{0{,}019}} + 320{,}53 \cdot cos(314 \cdot t - 1{,}4) \quad [V] \qquad (25)$$