

uc3m | Universidad **Carlos III** de Madrid

Curso OCW

Fundamentos de transitorios en redes eléctricas

M^a Ángeles Moreno López de Saá
Juan Carlos Burgos Díaz
Mónica Alonso Martínez



PROBLEMA 8.
FALTA EN BORNES DE UN TRANSFORMADOR.

Considerése un transformador en el que se produce una falta a trifásica próxima a los terminales de baja tensión, tal y como se muestra en la figura 8.1. Se pide:

1. Calcular la corriente de fallo, indicando cuál puede ser el pico de corriente.
2. Calcular el tiempo que tarda la tensión transitoria de restablecimiento en alcanzar su valor máximo cuando el interruptor se abre para despejar la falta. La capacidad de cada fase del devanado secundario del transformador es $C = 12,7 \text{ nF}$.

Datos del transformador: $230/34,5 \text{ kV}$, $S_n = 100 \text{ MVA}$, $\epsilon_{cc} = 0,1 \text{ p.u.}$, $\cos \varphi_{cc} = 0,1$.

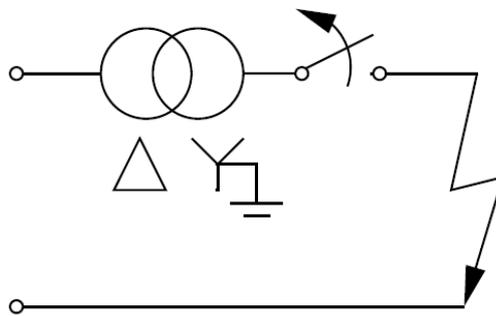


Figura 8.1. Circuito de estudio del problema 8

SOLUCIÓN:

- 1. Calcular la corriente de fallo, indicando cuál puede ser el pico de corriente.**

El ejercicio propuesto se va a resolver de dos maneras:

A) Despreciando la resistencia del transformador.

B) Considerando la resistencia del transformador.

A) Despreciando la resistencia del transformador.

En primer lugar, es necesario calcular la impedancia de cortocircuito del transformador. Si despreciamos la resistencia del transformador, el circuito equivalente del transformador es una reactancia, como se

muestra en la figura 8.2. Podemos hallar ésta a partir de la impedancia de cortocircuito porcentual del transformador (trabajaremos en el lado de baja tensión), ecuación (1).

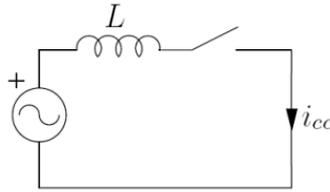


Figura 8.2. Circuito monofásico equivalente despreciando la resistencia del transformador.

$$\varepsilon_{cc} = \frac{U_{cc}}{U_n} = \frac{\sqrt{3}X_{cc}I_n}{U_n} \Rightarrow X_{cc} = \varepsilon_{cc} \frac{U_n}{\sqrt{3}I_n} \quad (1)$$

En la ecuación (1) la corriente nominal, I_n , es desconocida. Para calcularla empleamos el circuito de la figura 8.3, ecuación (2), y sustituyendo (2) en (1) obtenemos la expresión para la reactancia de cortocircuito del transformador (3).

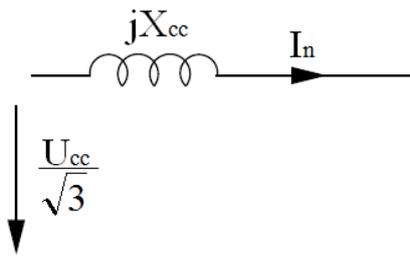


Figura 8.3. Circuito monofásico equivalente para cálculo de la corriente nominal.

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_n} \quad (2)$$

$$X_{cc} = \varepsilon_{cc} \frac{U_n^2}{S_n} \quad (3)$$

A partir de (3), la reactancia del transformador tiene un valor de 1.19Ω (4) y, puesto que la resistencia es nula, la inductancia de la bobina que representa el transformador es 3.79 mH (5).

$$X_{cc} = 0,1 \frac{(34,5 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 10^6} = 1,19 \Omega \quad (4)$$

$$L = \frac{X_{cc}}{100\pi} = 3,79 \text{ mH} \quad (5)$$

Se va a suponer una expresión cosenoidal como la de la ecuación (6) para representar la tensión de la fuente, en la que para una tensión de línea de $34,5 \text{ kV}$, la tensión máxima es $28,17 \text{ kV}$ (7).

$$e(t) = E_m \cos(\omega t + \theta) \quad (6)$$

$$E_m = 34,5 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \text{ kV} = 28,17 \text{ kV} \quad (7)$$

El parámetro θ se introduce para tener en cuenta que el cortocircuito se puede producir en cualquier instante de tiempo, con lo que la tensión puede pasar por cero en el instante del cortocircuito, por máximo o por cualquier otro ángulo de fase.

Cuando se cierra el interruptor, la tensión de la fuente queda aplicada a la bobina, por lo que se debe cumplir (8).

$$e(t) = L \frac{di_{cc}(t)}{dt} \quad (8)$$

Integrando la ecuación (8) se obtiene la expresión de la corriente de fallo (9).

$$i_{cc}(t) = \frac{1}{L} \int E_m \cos(\omega t + \theta) dt = \frac{E_m}{\omega L} \text{sen}(\omega t + \theta) + K \quad (9)$$

El valor de la constante K se calcula teniendo en cuenta que $i_{cc}(0) = 0$ (10), y la expresión de la corriente de fallo viene dada por (11).

$$K = -\frac{E_m}{\omega L} \text{sen}\theta \quad (10)$$

$$i_{cc}(t) = \frac{E_m}{\omega L} [\sin(\omega t + \theta) - \sin(\theta)] \quad (11)$$

La corriente de cortocircuito máxima se dará cuando el primer sumando valga 1 y el segundo -1 (o al revés, el primer sumando -1 y el segundo 1). Es decir que la corriente de cortocircuito máxima se alcanza para $\theta = \pm \pi/2$. De la ecuación (6) se desprende que la corriente de cortocircuito máxima se produce cuando la tensión pasa por cero en el instante de tiempo inicial.

En el caso de que $\theta = +\pi/2$, la expresión matemática de la corriente de cortocircuito viene dada por (12) y el pico de corriente se dará para $\omega t = \pi$ y valdrá, en valor absoluto 47.34 kA (13).

$$i_{cc}(t) = \frac{E_m}{\omega L} \left[\text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) - 1 \right] = \frac{E_m}{\omega L} [\cos(\omega t) - 1] = 23,67 [\cos(\omega t) - 1] \text{ kV} \quad (12)$$

$$|i_{cc,pico}| = 2 \frac{E_m}{\omega L} = 47,34 \text{ kA} \quad (13)$$

En el caso de que $\theta = -\pi/2$, la expresión de la corriente de cortocircuito es (14).

$$i_{cc}(t) = \frac{E_m}{\omega L} \left[\text{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + 1 \right] = \frac{E_m}{\omega L} [1 - \cos(\omega t)] = 23,67 [1 - \cos(\omega t)] \text{ kV} \quad (14)$$

En esta ocasión, al igual que para $\theta = +\pi/2$, el pico de corriente se produce en el instante $t = \frac{\pi}{\omega}$, coincidiendo en este caso con un máximo.

En la figura 8.4 se representa gráficamente la corriente de cortocircuito.

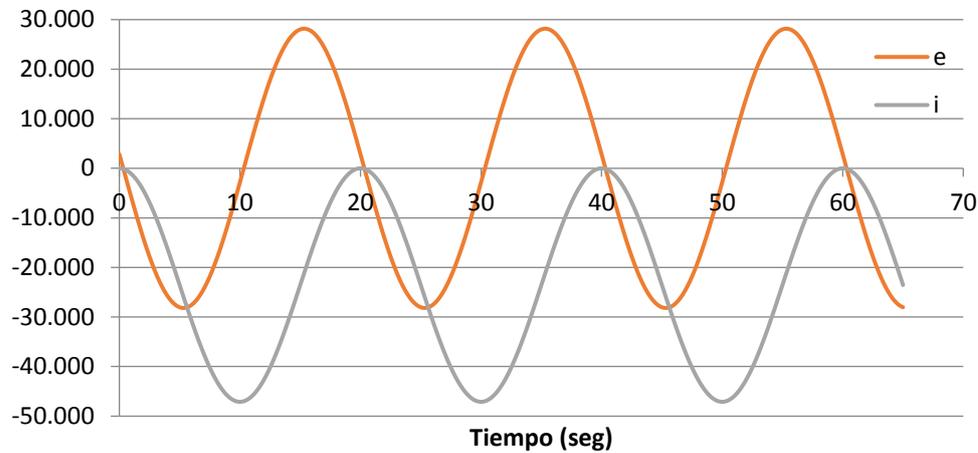


Figura 8.4. Evolución de la tensión y corriente en el cortocircuito, despreciando la resistencia.

B) Considerando la resistencia del transformador

En esta segunda hipótesis de trabajo es necesario calcular de nuevo los parámetros de la impedancia de cortocircuito del transformador que, en este caso, estaría formada por una inductancia y una bobina, como se muestra en el circuito equivalente de la figura 8.5.

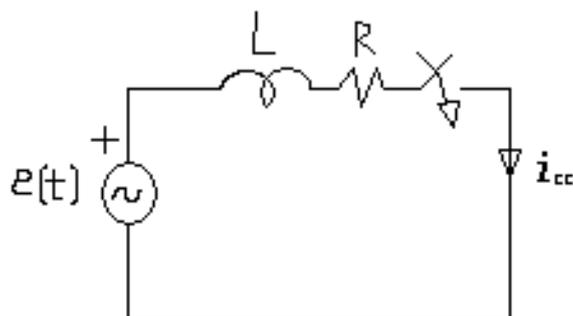


Figura 8.5. Circuito monofásico equivalente considerando la resistencia del transformador.

Teniendo en cuenta la ecuación (3) podemos calcular el valor del módulo de la impedancia de cortocircuito del transformador, que será $1,19 \Omega$ (15). La parte resistiva se calcula a partir del valor de Z_{cc} y el $\cos \varphi_{cc}$ y tiene un valor de $0,119 \Omega$ (16). Finalmente, la reactancia correspondiente a la parte inductiva de la impedancia tiene un valor de $1,184 \Omega$ y la inductancia de la bobina es $3,769 \text{ mH}$ (17).

$$Z_{cc} = \varepsilon_{cc} \frac{U_n^2}{S_n} = 0,1 \frac{34,5^2 \cdot 10^6}{100 \cdot 10^6} = 1,19 \Omega \quad (15)$$

$$R_{cc} = Z_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = 1,19 \cdot 0,1 = 0,119 \Omega \quad (16)$$

$$X_{cc} = \omega L = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} = \sqrt{1,19^2 - 0,119^2} = 1,184 \Omega \quad (17)$$

$$\Rightarrow L = \frac{1,184}{100\pi} = 3,769 \text{ mH}$$

La ecuación (18) rige el comportamiento del circuito de la figura 8.5.

$$\frac{E}{\sqrt{3}} \sqrt{2} \cos(\omega t + \theta) = Ri + L \frac{di}{dt} \quad (18)$$

La solución a esta ecuación diferencial de primer orden es la suma de la intensidad de régimen permanente más la respuesta libre del sistema (19)

$$i_{cc}(t) = \frac{E}{Z_{cc}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cos(\omega t + \theta - 1,47) + K \cdot e^{-t/\tau} \text{ kA} \quad (19)$$

El valor de la constante K se halla de forma que la corriente en $t=0$ sea nula. Las constantes empleadas en la ecuación (19) correspondiente al circuito de la figura 6.5 son $\tau = 31,67 \text{ ms}$ y $\varphi_{cc} = 1,47 \text{ rad}$ (20)-(21).

$$\tau = \frac{L}{R_{cc}} = 31,67 \text{ ms} \quad (20)$$

$$\varphi_{cc} = \arccos 0,1 = 84,26^\circ = 1,47 \text{ rad} \quad (21)$$

Sustituyendo valores de las constantes (20)-(21) en (19) se obtiene la expresión de la corriente de cortocircuito de régimen transitorio (22):

$$i_{cc}(t) = 23,67 \cos(\omega t + \theta - 1,47) - 23,67 \cos(\theta - 1,47) \cdot e^{-t/\tau} \text{ kA} \quad (22)$$

Como es sabido, la constante de integración se ha calculado con el fin de que en el instante de tiempo inicial la corriente sea nula. Por eso no hay que esperar que el máximo pico de la corriente se dé en el primer semiciclo de corriente sino en el segundo. Para que el pico de corriente sea máximo el segundo sumando debe tener el mayor valor negativo posible, lo cual se consigue cuando se cumple (23).

$$\theta - 1,47 = 0 \Rightarrow \theta = 1,47 \text{ rad} \quad (23)$$

En el supuesto de que $\theta = 1,47 \text{ rad}$, la corriente de cortocircuito tiene la expresión (34) y la expresión para la tensión es (25).

$$i_{cc}(t) = 23,67 \cos(\omega t) - 23,67 \cdot e^{-t/\tau} \text{ kA} \quad (24)$$

$$e = \frac{34,5}{\sqrt{3}} \sqrt{2} \cos(\omega t + 84,22^\circ) \quad (25)$$

En la figura 8.6 se muestra la tensión de la fuente en color azul, la intensidad de cortocircuito en color naranja, y la componente unidireccional de dicha corriente en gris. En trazo más fino se dibuja la respuesta forzada de la intensidad, i_p .

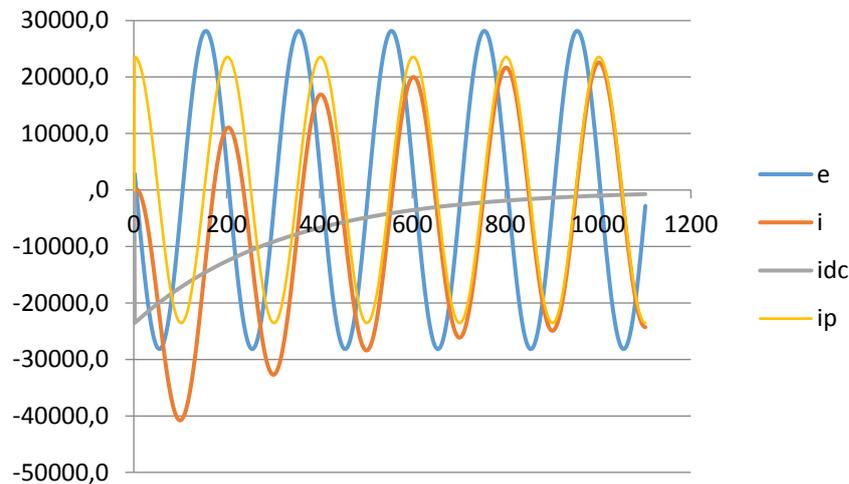


Figura 8.6. Evolución de la tensión y corriente en el circuito de la figura 6.5.

El valor de pico del primer sumando se alcanza en $\omega t = \pi$, coincidiendo con un mínimo. Aproximadamente se puede decir que en ese instante de tiempo se tendrá el valor de dicho pico de la corriente de cortocircuito, 40,93 kA, (26).

$$i_{pico} = |i_{ccmin.}| = \left| i_{cc} \left(\frac{\pi}{\omega} \right) \right| = \left| -23,67 - 23,67 \cdot e^{-\pi/\omega\tau} \right| = 40,93 \text{ kA} \quad (26)$$

La diferencia entre ambos casos está en el valor que tiene la fuente de tensión en el momento en que se produce el cortocircuito para que se produzca el caso más desfavorable:

2. El tiempo que tarda la tensión transitoria de restablecimiento en alcanzar su valor máximo cuando el interruptor se abre para despejar la falta.

Para realizar este apartado, se considerará el sistema puramente inductivo (es decir, despreciamos R_{cc}), figura 6.7. Por tanto, $L = 3,79$ mH.

En primer lugar es conveniente calcular la frecuencia del transitorio, para ver si es posible considerar la tensión de la fuente constante ($\omega_0 \gg f$). Atendiendo a los parámetros del circuito de la figura 8.7, la frecuencia angular del transitorio es $\omega_0 = 144.539 \text{ rad/seg}$ (27), y por lo tanto la frecuencia del transitorio es 23 kHz (28).

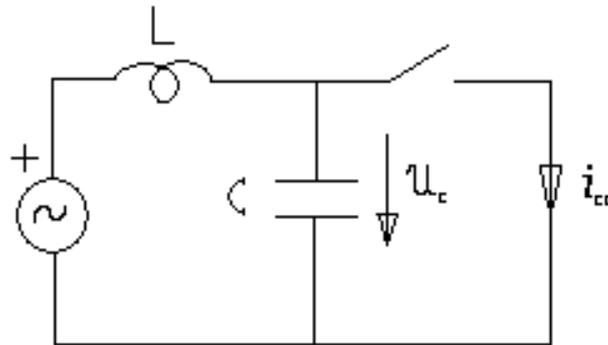


Figura 8.7. Circuito monofásico equivalente para el cálculo de la TTR.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{3,76910^{-3} \cdot 12,7 \cdot 10^{-9}}} = 144.539 \text{ rad/s} \quad (27)$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 23 \text{ kHz} \quad (28)$$

Como la frecuencia del transitorio es mucho mayor que la frecuencia de la red, $23 \text{ kHz} \gg 50 \text{ Hz}$, se puede considerar la tensión de la fuente constante durante el transitorio.

La evolución de la tensión transitoria de restablecimiento viene dada, durante los primeros instantes del transitorio, por (29):

$$u_c(t) = \frac{E}{\sqrt{3}} \sqrt{2} \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} (\cos \omega t - \cos \omega_0 t) \quad (29)$$

Teniendo en cuenta que $\omega_0 \gg \omega$ y que la tensión de la fuente se puede considerar constante durante el transitorio, la expresión para la tensión de la fuente será (30).

$$u_c(t) = \frac{E}{\sqrt{3}} \sqrt{2} (1 - \cos \omega_0 t) \quad (30)$$

La ecuación (30) alcanza el valor pico en el instante $\omega_0 t = \pi$, es decir, en $t = 21,8 \mu\text{s}$ (31). Se puede comprobar que el valor máximo se produce para $t = \frac{T_0}{2} \left(t = \frac{\pi}{\omega_0} = \frac{\pi}{2\pi f_0} = \frac{1}{2f_0} = \frac{T_0}{2} \right)$.

$$t = \frac{\pi}{\omega_0} = \frac{\pi}{144,138} = 21,8 \mu\text{s} \quad (31)$$

La figura 8.8 representa, de manera esquemática, el valor máximo que alcanza la tensión (30).

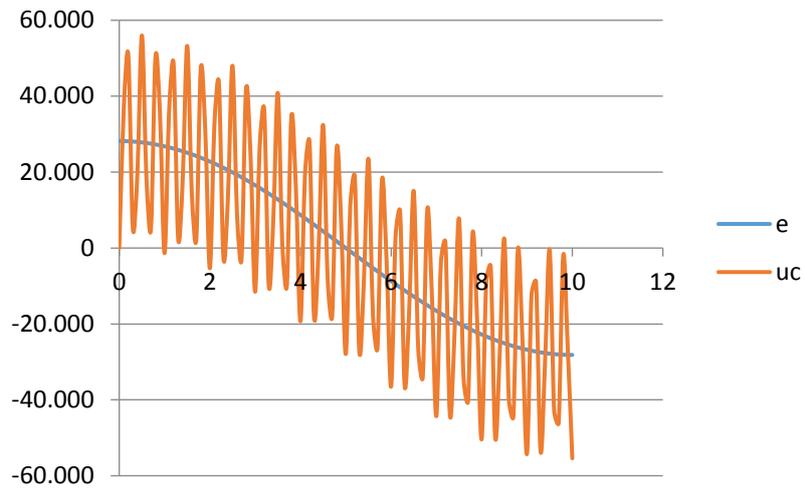


Figura 8.8. Evolución de la tensión en el transitorio, despreciando la resistencia.

En este segundo apartado, se ha despreciado la resistencia del transformador (figura 8.8). Si se hubiera tenido en cuenta la resistencia en el desarrollo de este segundo apartado, la evolución de la tensión vendría representada por la figura 8.9.

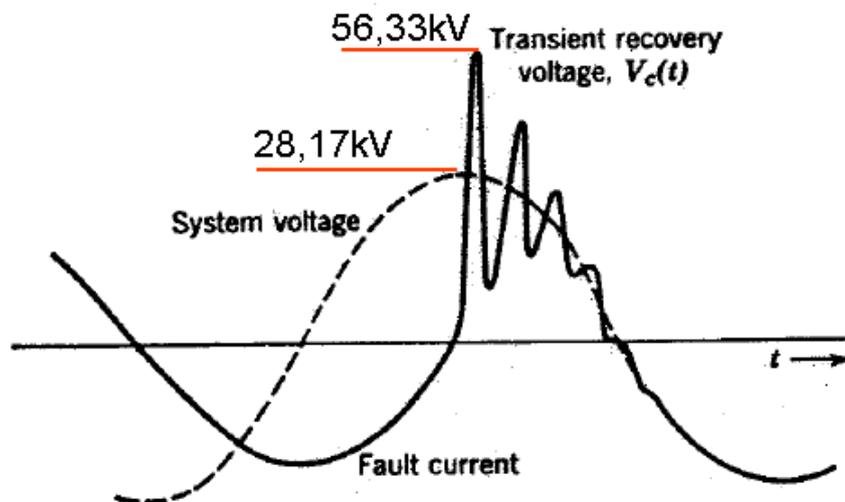


Figura 8.9. Evolución de la tensión en el transitorio considerando la resistencia de cortocircuito del transformador.